Über die Umfärbbarkeit roter Gummibären

Eine informelle Einführung in die Iterationstheorie

Michael Köhler-Bußmeier

Hausarbeit im Modul FGI-3, WS 2042/2043
Fachbereich Informatik
Universität Hamburg

1. August 2012

Zusammenfassung:
Rote Gummibären können die Welt retten!

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
1.1 Motivation . . . 2
1.2 Probleme und Fragen . . . 2
1.3 Die Theorie der Iteration von Ensembles . . . 2
1.4 Aufbau der Arbeit . . . 2

2 Iterierte Umfärbungen **2**
2.1 Iteration, Stabilisation . . . 2
2.2 Ordnungen . . . 3
2.3 Eindeutigkeit . . . 3

3 Verwandte Arbeiten und Ansätze **3**

4 Ausblick und Zusammenfassung **3**
4.1 Zusammenfassung . . . 3
4.2 Ausblick . . . 3
4.3 Bezug zum M.Sc. Studium . . . 3

1 Einleitung

Warum brach die 40-jährige Hegemonie der Sowjetunion in Mittel- und Osteuropa im Jahre 1989 innerhalb von wenigen Monaten zusammen? Dies liegt an den roten Gummibären!

1.1 Motivation

Warum sollte man sich mit der Theorie roter Gummibären beschäftigen?

1.2 Probleme und Fragen

Will man sich mit roten Gummibären beschäftigen, dann treten folgende Probleme und Fragen auf:

1.3 Die Theorie der Iteration von Ensembles

Der Ansatz der hier betrachtet werden soll ist die Theorie der Iteration von Ensembles. Dabie handelt es sich um.....

1.4 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit hat den folgenden Aufbau: Um zu einer Theorie der roten Gummibären zu gelangen, beschäftigen wir uns in Kapitel 2 mit ....

2 Iterierte Umfärbungen

Im folgenden betrachten wir Umfärbungen von Tüten sowie deren Iteration. Hierbei ist insbesondere der Grenzwertprozess von Interesse.

2.1 Iteration, Stabilisation

Wir nehmen eine vorgegebene Mengen an Farben C an. Der Einfachheit halber identifizieren wir eine Tüte T mit n Gummibären mit dem Intervall $[1, \ldots, n]$.

Definition 1 (Färbung) *Eine* Färbung *ist eine Abbildung* $f : [1, \ldots, n] \to C$.
Sei F *die Menge aller Färbungen*

Ein *Funktional* ist eine Funktion, die Funktionen als Argumente hat, d.h. .....

Definition 2 (Umfärbung) *Eine* Umfärbung *ist eine Funktional* $u : F \to F$.

Definition 3 *Sei die Färbung* $f : [1, \ldots, n] \to C$ *gegeben. Die Iteration einer Umfärbung* $u : F \to F$ *ist*

$$\begin{aligned} u^0(f) &:= f \\ u^{n+1}(f) &:= u(u^n(f)) \end{aligned}$$

Wir hätten es gerne, dass sich $u^n(f)$ für $n \to \infty$ stabilisiert.

2.2 Ordnungen

In (Hans und Riegel, 1994) findet sich der folgende Satz:

Theorem 4 (Hans und Riegel, 1994) *Zu jeder wohlgeordneten Menge von Gummibärenfarben ...*

Historisch betrachtet findet sich der Wohklordnungsbegriff aber bereits schon (Riegel, 1993) angelegt.

2.3 Eindeutigkeit

Es gibt eine Besonderheit des Wohlordnungssatz auf Gummibärenfarben: Der Wohlordnungssatz auf Gummibärenfarben garantiert die Stabiliserung. Er garantiert aber nicht die Eindeutigkeit des Endergebnisses. Das Endergebnis hängt von der Auswahlfunktion $g : \mathbb{N} \to [1, \ldots, k]$ auf dem Umfärbungsensemble ab. Es ergibt sich also sofort die Frage: Für welche Umfärbungsensembles ist auch das Endergebnis eindeutig?

3 Verwandte Arbeiten und Ansätze

Wir finden in der Literatur eine Reihe ähnlicher Ansätze, von denen wir einige vorstellen wollen.

Ondulierten Umfärbung

Iterierte Verfärbung

Gefärbte Iteration

4 Ausblick und Zusammenfassung

4.1 Zusammenfassung

4.2 Ausblick

In dieser Hausarbeit habe ich einiges nur kurz angerissen bzw. ganz weggelassen, weil es den Rahmen des Seminars sprengt.

Insbesondere habe ich nicht die Theorie der Umfärbung auf unendlich großen Tüten behandelt. Diese Theorie basiert prinzipiell auch auf den hier behandelten Konzepten, wobei daruaf zu achten ist, dass....

4.3 Bezug zum M.Sc. Studium

Abschließend möchte ich die Relevanz des Themas für das weitere Studium im Master skizzieren....

Literatur

[Hans und Riegel 1994] HANS, H. ; RIEGEL, R.: Der Wohlordnungssatz auf Gummibärenfarben. In: *Proceedings of the Bi-Annual Symposium on Sweet-Theory*, 1994, S. 143–157

[Riegel 1993] RIEGEL, R.: Ein Kriterium zur Stabilisation in iterierten Umfärbungen. In: *Progress in Chocolate* 4 (1993), S. 177–192