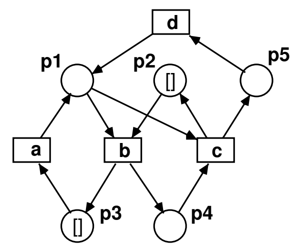
FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 7 : Petrinetze: Beschränktheit, Lebendigkeit

Präsenzaufgabe 7.1:

1. Konstruiere den Erreichbarkeitsgraphen nach Algorithmus 3.1 für das folgende Netz.
2. Teste mit einem geeigneten Algorithmus aus Kapitel 3, ob die Initialmarkierung ein Rücksetzzustand ist (Reversibilität). Gib ggf. die SZKs und die terminalen SZKs an.
3. Ist Reversibilität eine Markierungs- oder Lebendigkeitsinvarianz? Gib das dazugehörige Prädikat $\pi(m)$ an!

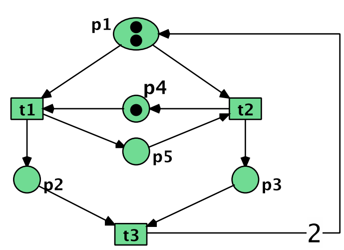


Präsenzaufgabe 7.2:

1. Betrachte das folgende P/T-Netz $N_1 = (P, T, F, W, m_0)$. Zeige per Induktion über die Schaltfolgenlänge, dass eine Konstante $c \in \mathbb{N}$ existiert, so für alle erreichbaren Markierungen m die folgende Beziehung gilt:

$$m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) = c$$

   Bestimme auch die Konstante c.



2. Beweise: Sei N ein beliebiges lebendiges P/T-Netz mit $T \neq \emptyset$. Jeder Platz, der nicht isoliert ist, wird in mindestens einer erreichbaren Markierung markiert.

Übungsaufgabe 7.3:

von
6

1. Sei N ein P/T-Netz. Zeige: Die Erreichbarkeitsmenge $R(N, m_0)$ ist genau dann endlich, wenn ein k_N existiert, so dass alle Plätze $p \in P$ auch k_N-beschränkt sind.
2. Sei N ein lebendiges P/T-Netz mit $T \neq \emptyset$. Zeige: Jede erreichbare Markierung aktiviert eine unendliche Schaltfolge w, in der alle Transitionen aus T unendlich oft vorkommen.
3. Sei N ein ein P/T-Netz mit $T \neq \emptyset$ und sei t_0 eine Transition. Wir nennen t_0 *fleißig*, wenn für alle $n \in \mathbb{N}$ die Transition t_0 mindestens n-mal zum Schalten gebracht werden kann. Formal: Für alle $n \in \mathbb{N}$ existieren Schaltworte $w_1, \ldots, w_n \in T^*$, so dass $m_0 \xrightarrow{w_1 t_0 \cdots w_n t_0}$ gilt.
   (a) Zeige: Wenn $t \in T$ lebendig ist, dann ist t auch fleißig.
   (b) Zeige: Ist eine Transition fleißig, dann ist sie nicht unbedingt auch lebendig.

Übungsaufgabe 7.4: Betrachte das P/T-Netz N_1 der Präsenzaufgabe 7.2.

von
6

1. Bestimmen Sie den Erreichbarkeitsgraphen von N_1.
2. Zeigen Sie: N_1 ist lebendig.
3. Zeigen Sie, dass N_1 für alle Initialmarkierungen m'_0 mit $m'_0 \geq m_0$ beschränkt ist. Geben Sie die Schranke $k(m'_0)$ an, für die (N_1, m'_0) jeweils $k(m'_0)$-beschränkt ist.
4. Zeigen Sie, dass N_1 nicht für alle Markierungen m'_0 mit $m'_0 \geq m_0$ lebendig ist.