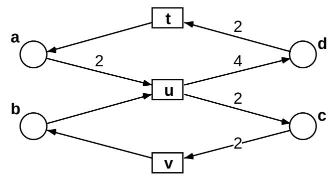
FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 6 : Partielle Ordnungen; verteilte Algorithmen

Präsenzaufgabe 6.1: Seien $\leq$, R, R_1 und R_2 innere Relationen über derselben Basismenge A.

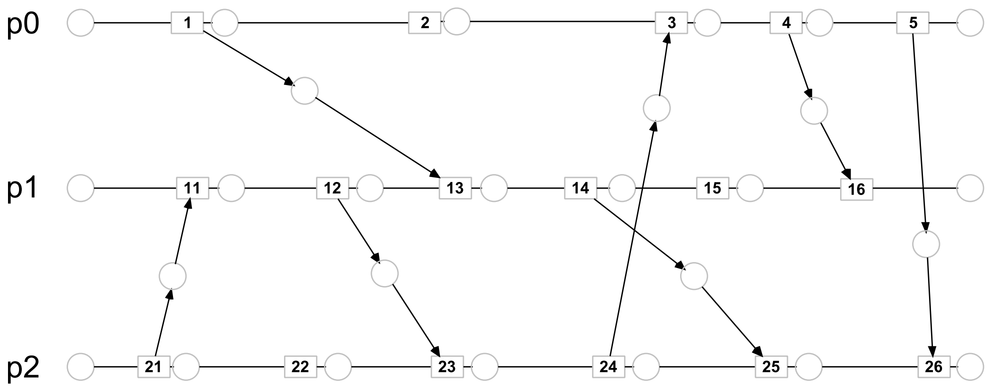
1. Sei $\leq$ eine partielle Ordnung. Ist $R = (\leq \cup \leq^{-1})$ eine Äquivalenzrelation?
2. Zeige: Seien R_1 und R_2 partielle Ordnungen, dann ist $R_1 \cap R_2$ ebenfalls eine partielle Ordnung.
3. Zeige: Seien R_1 und R_2 partielle Ordnungen, dann ist $R_1 \cup R_2$ i.a. keine partielle Ordnung.
4. Gegeben sei das folgende P/T Netz N. Sei $m_1 = 3'a + 2'b + 4'c + d$.



   (a) Gilt $m_1 \xrightarrow{u}$?

   (b) Für welche m' gilt $m_1 \xrightarrow{u} m'$? Gibt es mehrere?

Präsenzaufgabe 6.2: Gegeben sei das folgende Zeitskalenmodell. Die Ereignisse ϕ_i werden in der Abbildung mit i abgekürzt.

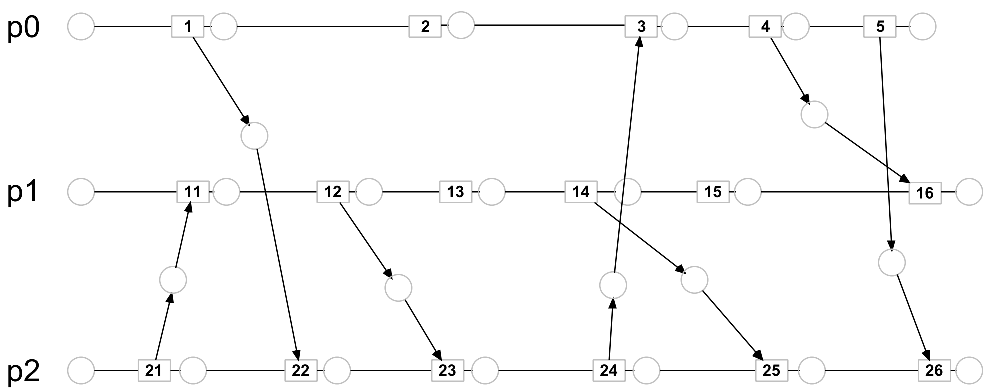


1. Geben Sie $LT(\phi_i)$ für alle ϕ_i an.
2. Ist die Relation $\cdot$**vor**$\cdot$ i.a. eine strikte Ordnung? Eine totale strikte Ordnung?
3. Warum gilt $\phi_1 \mathbf{vor} \phi_2 \Longrightarrow LT(\phi_1) < LT(\phi_2)$?
4. Warum gilt aber die Umkehrung $LT(\phi_1) < LT(\phi_2) \Longrightarrow \phi_1 \mathbf{vor} \phi_2$ nicht?
5. Was ändert sich an Teilfragen 3. und 4., wenn wir mit vektoriellen Zeitstempeln arbeiten?

von
6

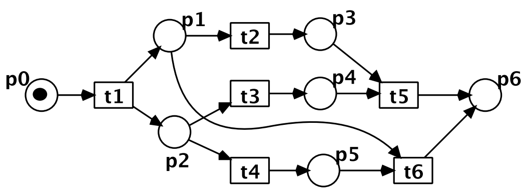
Übungsaufgabe 6.3: Betrachte das folgende Zeitskalenmodell.

1. Geben Sie $VC(\phi_i)$ für alle ϕ_i an.
2. Geben sie für jeden der drei Prozesse jeweils ein Ereignis an, so dass die drei Ereignisse paarweise durch die Relation **vor** angeordnet sind (Def. 2.6).
3. Geben sie für jeden der drei Prozesse jeweils ein Ereignis an, so dass die drei Ereignisse paarweise unabhängig sind (Def. 2.15).



von
6

Übungsaufgabe 6.4: Gegeben sei das folgende Petrinetz $N = (P, T, F)$. Definiere die Relation R auf $P \cup T$ durch $R := F^*$.



1. Zeigen Sie, dass R für das gegebene Netz eine partielle Ordnung ist!
2. Zeigen Sie, dass R nicht für jedes beliebige Netz eine partielle Ordnung ist!
3. Geben Sie eine lineare Vervollständigung $<$ von $S := R \setminus id$ an.
4. Betrachten wir diese lineare Vervollständigung $<$ speziell für die Elemente von $T = \{t_1, \dots, t_6\}$, die durch $<$ in der Form $t_{i_1} < \cdots < t_{i_6}$ (mit $i_j \in \{1, \dots, 6\}$) angeordnet werden.

   Ist das Wort $w = t_{i_1} \cdots t_{i_6}$ in m_0 aktiviert?

   Wenn ja, geben Sie die resultierende Nachfolgemarkierung an. Wenn nein, geben sie den maximalen Präfix w' von w an, der gerade noch aktiviert ist, und berechnen sie für w' die resultierende Nachfolgemarkierung.
5. Betrachten Sie obige Abbildung als ein P/T Netz $N = (P, T, F, W, m_0)$ (Def. 3.6). Konstruieren Sie den Erreichbarkeitsgraphen $\mathbf{R}(N, m_0)$ nach Def. 3.9.