

FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 4: ω -Sprachen, LTL

Präsenzaufgabe 4.1:

1. Konstruiere ein TS, das folgende ω -Sprache akzeptiert:

$$(a + b)^* a^\omega$$

2. Konstruiere ein TS, das folgende ω -Sprache akzeptiert:

$$a^*(a + b)^\omega$$

3. Konstruiere das Produkt TS_4 aus Satz 1.18 für diese beiden TS.

Präsenzaufgabe 4.2:

1. Betrachte das TS aus Abb. 1.12. Betrachte die ω -Sprache $L = y^\omega$ mit $y = (s_0 s_1 s_3 s_5)$. Gib die Ettikettensprache $E_S(L)$ an!
2. Betrachte das TS aus Abb. 1.12. Definiere die Aussagen $\alpha_4 = \text{„In der Tasse ist Tee.“}$ und $\alpha_5 = \text{„In der Tasse ist Kaffee.“}$. Modifiziere TS so, dass diese beiden Aussagen sinnvoll integriert werden. Gib eine LTL-Formel an, die Folgendes beschreibt: Immer, wenn Tee ausgewählt wurde, befindet sich kurz danach auch Tee in der Tasse (und nicht etwa Kaffee!).
3. Sei $AP = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$. Gib die Menge $L^\omega(f)$ (vgl. Def. 1.31) für (a) $f = \Box\alpha_2$ und (b) $f = \Diamond\alpha_1$ an! (Beachte, dass die Sprache $L^\omega(f)$ völlig unabhängig vom TS aus Abb. 1.12 ist.) Sie können dabei die folgenden Mengen verwenden ($\alpha \in AP$ und $A \subseteq AP$):

$$M(A) := \{X \subseteq AP \mid A \subseteq X\}$$

$$M(\alpha) := M(\{\alpha\})$$

Übungsaufgabe 4.3: Satz 1.18 konstruiert zwei Produkttransitionssysteme: TS_3 für den Schnitt $L(TS_1) \cap L(TS_2)$ zweier regulärer Sprachen und TS_4 für den Schnitt $L^\omega(TS_1) \cap L^\omega(TS_2)$ zweier ω -regulärer Sprachen.

von
6

Es wird angemerkt, dass TS_3 nicht den Durchschnitt $L^\omega(TS_1) \cap L^\omega(TS_2)$ akzeptiert.

- Gib jeweils ein Beispiel für TS_1 und TS_2 an, für das TS_3 nicht den Durchschnitt $L^\omega(TS_1) \cap L^\omega(TS_2)$ akzeptiert!

Folgende Teilaspekte sind dazu anzugeben:

- Gib $L^\omega(TS_1)$ und $L^\omega(TS_2)$ an!
- Skizziere TS_3 !
- Gib $L^\omega(TS_3)$ an!
- Gib $L^\omega(TS_1) \cap L^\omega(TS_2)$ an!

- Skizziere TS_4 !
- Erläutere, warum TS_3 in diesem Fall nicht den Durchschnitt akzeptiert und wie das Problem in TS_4 behoben wird.

Übungsaufgabe 4.4: Betrachten Sie die Kripkestruktur M aus Abb. 1.12.

von
6

- Betrachte einen unendlichen Zustandspfad $\pi = s_0 s_{i_1} s_{i_2} \dots$ aus der Menge $(s_0 s_1 s_3 s_5)^\omega$.
Gib an, ob für die folgenden LTL-Formeln f jeweils $M, \pi \models f$ und allgemeiner: $M \models f$ gilt.

f	$M, \pi \models f$	$M \models f$
$\circ(\alpha_3 \vee \alpha_1)$		
$\square\alpha_2$		
$\square(\alpha_1 \implies \circ\alpha_2)$		
$\square((\alpha_1 \wedge \neg\alpha_2 \wedge \neg\alpha_3) \implies \circ(\alpha_2 \vee \alpha_3))$		
$\square\Diamond\alpha_3$		
$\square((\neg\alpha_1) \mathbf{U} \alpha_1)$		

- Sei $AP = \{\alpha_1, \alpha_2\}$.
Gib die Menge $L^\omega(f)$ für folgende Formeln an:

- $f = \Diamond(\alpha_1 \vee \alpha_2)$
- $f = \Diamond\square\alpha_1$
- $f = \square\Diamond\alpha_1$