FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 12 : Prozeßalgebra: Rekursion und Abstraktion

Präsenzaufgabe 12.1: Rekursive Spezifikation.

1. Skizzieren Sie den Prozessgraph für $\langle X|E\rangle$ für $E = \{X = aY + c, Y = bX + d\}$.
2. Beweisen Sie $\langle X|E\rangle \xrightarrow{a} \langle Y|E\rangle$.
3. Beweisen Sie $\langle Y|E\rangle \xrightarrow{d} \surd$.
4. Zeige im Kalkül:
$$\langle X|X = aX + b\rangle = \langle Y|Y = aY + b\rangle$$
5. Zeige im Kalkül:
$$\langle X|X = aX\rangle = \langle Y_1|Y_1 = aY_2, Y_2 = aY_1\rangle$$
6. (Optional:) Zeige im Kalkül:
$$\langle X|X = aaX\rangle = \langle Y|Y = aaaY\rangle$$

Präsenzaufgabe 12.2:

1. Zeige $a \underline{\leftrightarrow}_b \tau a$ und $a \underline{\leftrightarrow}_b a\tau$!
2. Geben Sie eine Verzweigungs-Bisimulations-Relation an, die zeigt dass $\tau(\tau(a + b) + b) + a$ und $a + b$ verzweigungsbisimilar sind.
3. Begründen Sie, warum $\tau a + \tau b$ und $a + b$ nicht verzweigungsbisimilar sind.

Übungsaufgabe 12.3:

von
6

1. Skizzieren Sie den Prozessgraph für $\langle X|E\rangle$ für $E : X = aXb + c$
2. Beweisen Sie $\langle X|E\rangle b^n \xrightarrow{a} \langle X|E\rangle b^{n+1}$ für beliebiges n.
3. Beweisen Sie im Kalkül:

   $$\partial_{\{a,b,c\}}(\langle X \mid X{=}aX\rangle \| \langle Y \mid Y{=}bY + c\rangle) = \langle Z \mid Z{=}dZ\rangle$$

   unter der Annahme, dass γ für alle v, w durch $\gamma(v, w) = d$ definiert ist, ausgenommen $\gamma(a, c) = \gamma(c, a) = \delta$.

Übungsaufgabe 12.4: Entscheiden Sie, ob die folgenden Termpaare bismilar, verzweigungsbisimilar oder initial verzweigungsbisimilar sind:

von
6

1. $(a + b)(c + d)$ und $ac + ad + bc + bcbd$
2. $(a + b)(c + d)$ und $(b + a)(d + c) + a(c + d)$
3. $\tau(b + a) + \tau(a + b)$ und $(a + b)$
4. $c(\tau(b + a) + \tau(a + b))$ und $c(a + b)$
5. $a(\tau b + c)$ und $a(b + \tau c)$

Geben Sie dazu die Prozessgraphen an und erläutern Sie, welche Knoten warum zu welchen äquivalent sind.

Man beachte hierbei:

$$x \underline{\leftrightarrow} y \Longrightarrow x \underline{\leftrightarrow}_{rb}\, y \Longrightarrow x \underline{\leftrightarrow}_b\, y$$

Für Prozessterme ohne τ-Aktionen gilt sogar:

$$x \underline{\leftrightarrow} y \iff x \underline{\leftrightarrow}_{rb}\, y \iff x \underline{\leftrightarrow}_b\, y$$