FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 11: Prozeßalgebra: PAP und ACP

Präsenzaufgabe 11.1:

1. PAP: Geben Sie den Prozessgraphen von $a\|((a+b)c)$ an.
2. ACP: Geben Sie den Prozessgraphen von $\partial_{\{a\}}(bac)$ und $\partial_{\{a\}}((a+b)c)$ an.
3. Beweise durch Induktion: $a^k \not\leftrightarrow a^{k+1}$ für alle $k > 0$.

Präsenzaufgabe 11.2:

1. Seien a und b atomare Aktionen. Zeige mit Hilfe der PAP-Axiome $a\|b = b\|a$.
2. Angenommen wir hätten bereits folgendes gezeigt: Für alle PAP-Terme x, y und z gilt Kommutativität und Assoziativität:

$$\begin{array}{rcll} x\|y & = & y\|x & \text{(PC)} \\ x\|(y\|z) & = & (x\|y)\|z & \text{(PA)} \end{array}$$

   Zeige damit: $a\|(b\|(c\|d)) = d\|(c\|(b\|a))$ für atomare Aktionen a, b, c, d.

3. Warum ist es (obgleich möglich) wenig sinnvoll, die letzte Äquivalenz mit Hilfe des Reduktionsverfahrens nachzuweisen? (Das Reduktionsverfahren wendet die zusätzlichen PAP-Axiome als Reduktion von links nach rechts an.)

Übungsaufgabe 11.3:

von
6

1. PAP: Seien a, b beliebige Atome und s, t, u beliebige PAP Terme. Beweisen Sie, dass die Axiome LM3, LM4, CM8 und CM9 korrekt sind, indem sie folgende Bisimilaritäten direkt nachweisen:

$$\begin{array}{rcll} (as) \mathbin{⫝̸} t & \underline{\leftrightarrow} & a(s \| t) & \text{LM3} \\ (s+t) \mathbin{⫝̸} u & \underline{\leftrightarrow} & (s \mathbin{⫝̸} u) + (t \mathbin{⫝̸} u) & \text{LM4} \\ (a \cdot s)|(b \cdot t) & \underline{\leftrightarrow} & \gamma(a,b) \cdot (s \| t) & \text{CM8} \\ s|(t+u) & \underline{\leftrightarrow} & (s|t) + (s|u) & \text{CM9} \end{array}$$

2. PAP: Seien $a, ..., h$ atomare Aktionen. Konstruieren Sie den Prozessgraphen für

$$t = (ghc + cd) \mathbin{⫝̸} (ef).$$

3. ACP: Geben Sie den Prozessgraphen von $\partial_{\{a,b\}}((ab)\|(ba))$ mit $\gamma(a, b) = c$ an.

Übungsaufgabe 11.4: Parallele Komposition ist kommutativ, d.h. $x\|y = y\|x$ gilt für alle PAP Terme x und y. Dennoch gibt es im PAP-Kalkül keine Axiome der Form:

von
6

$$\begin{array}{rcl} x\|y & = & y\|x \\ x|y & = & y|x \end{array}$$

Beweisen Sie per struktureller Induktion über das Gewicht sowie den Termaufbau, dass diese beiden Gleichungen dennoch für alle PAP-Terme x und y gelten.

Sie dürfen dabei folgende Eigenschaft benutzen: *Normalisiert man einen PAP-Term t, indem man die Axiome A3-A5, M1, LM2-LM4 und CM5-CM10 als Reduktionsregeln verwendet (d.h. nur von links nach rechts), dann erhält man die Normalform t' die Operatoren $\|$, $\mathbin{⫝̸}$ und $|$ nicht (mehr), verwendet also nur noch Auswahl $x + y$ und Sequenz $x \cdot y$.*

Tipp: Es empfiehlt sich, in der Induktionsannahme die Behauptung abhängig vom Gewicht der betrachteten Terme als gegeben vorauszusetzen.