Abstraktion

Abstraktion

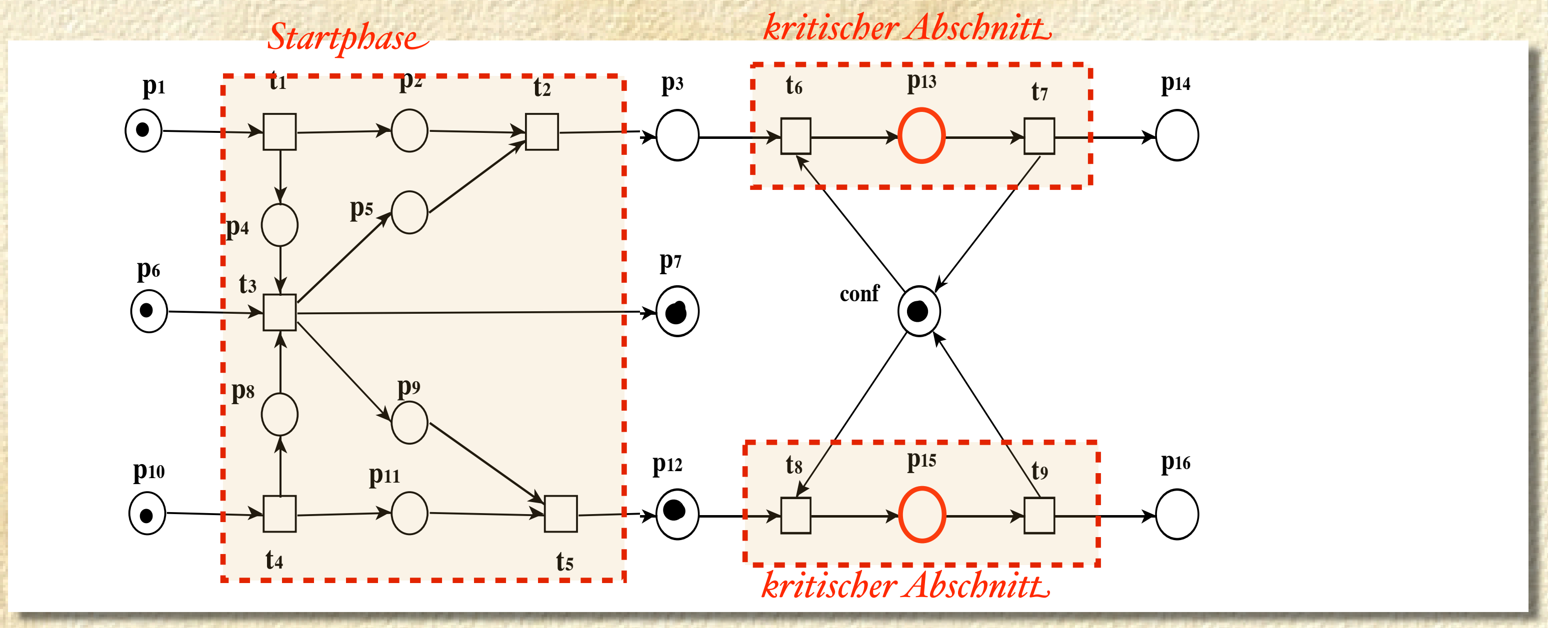
Transitionssysteme

Abstraktion

Petrinetze

Transitionssysteme

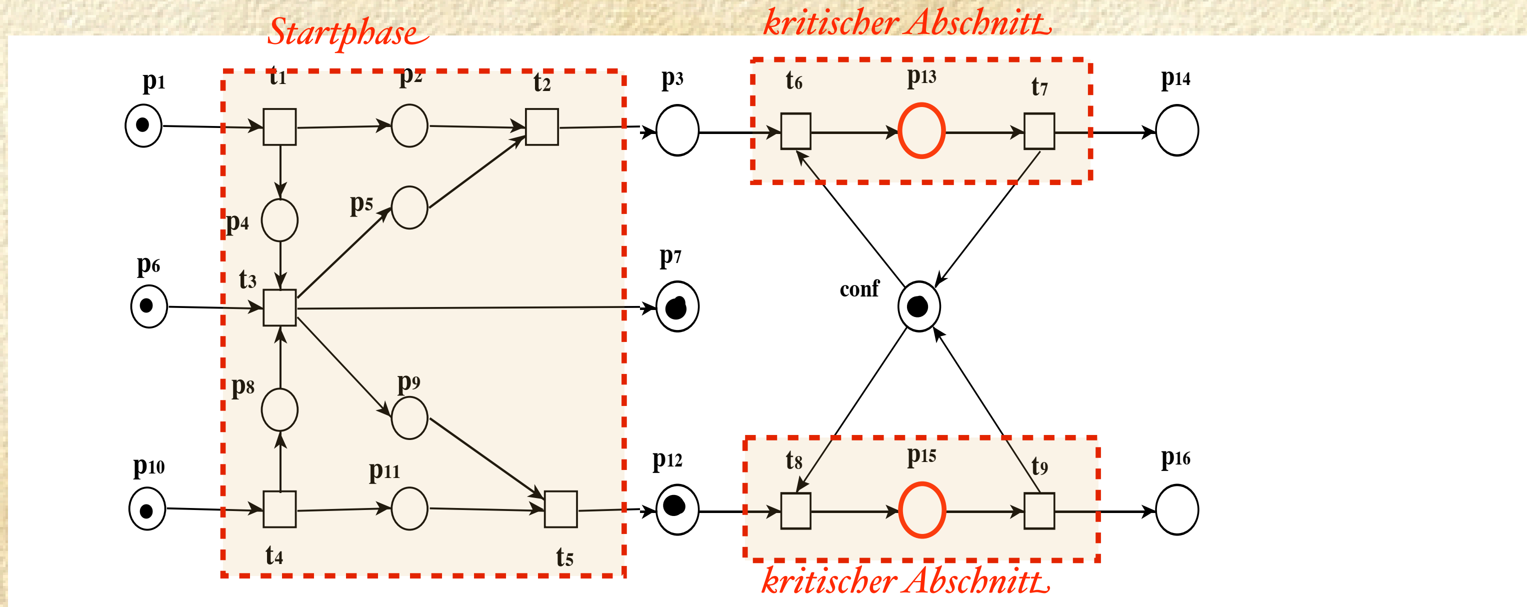
Abstraktion



Petrinetze

Transitionssysteme

Abstraktion

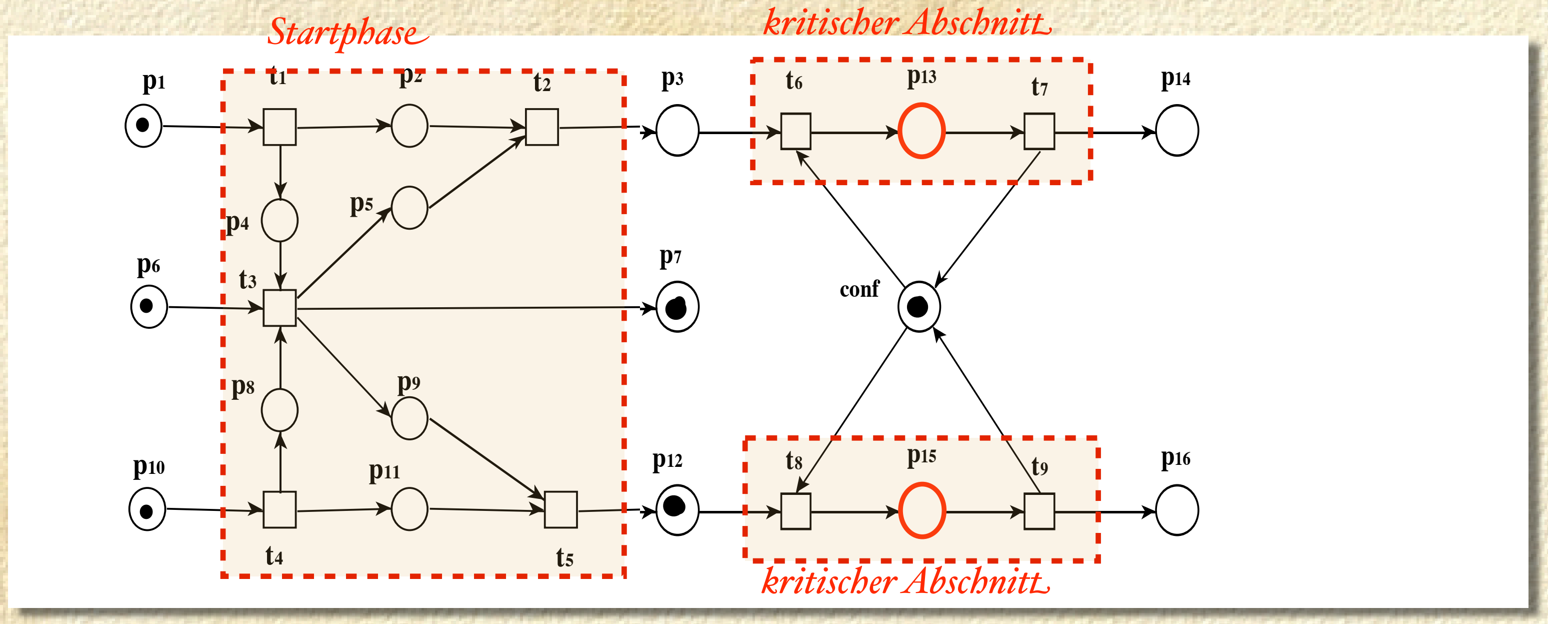


Petrinetze

Transitionssysteme

Harel-Graphen/State-Charts

Abstraktion



Petrinetze

Transitionssysteme

Harel-Graphen/State-Charts

Prozess-Algebra

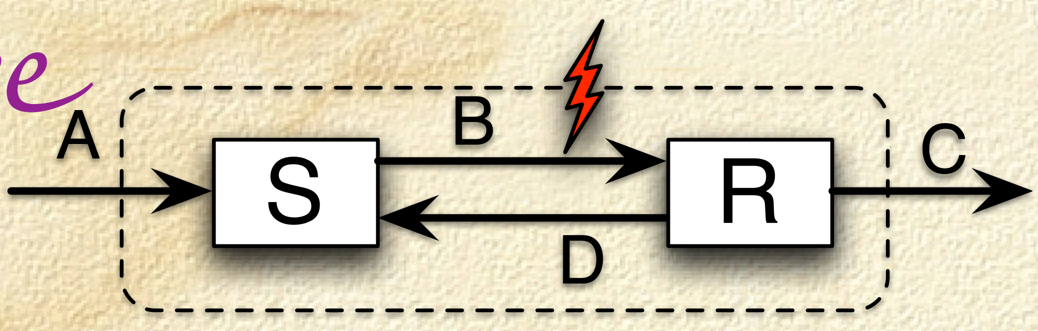


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme

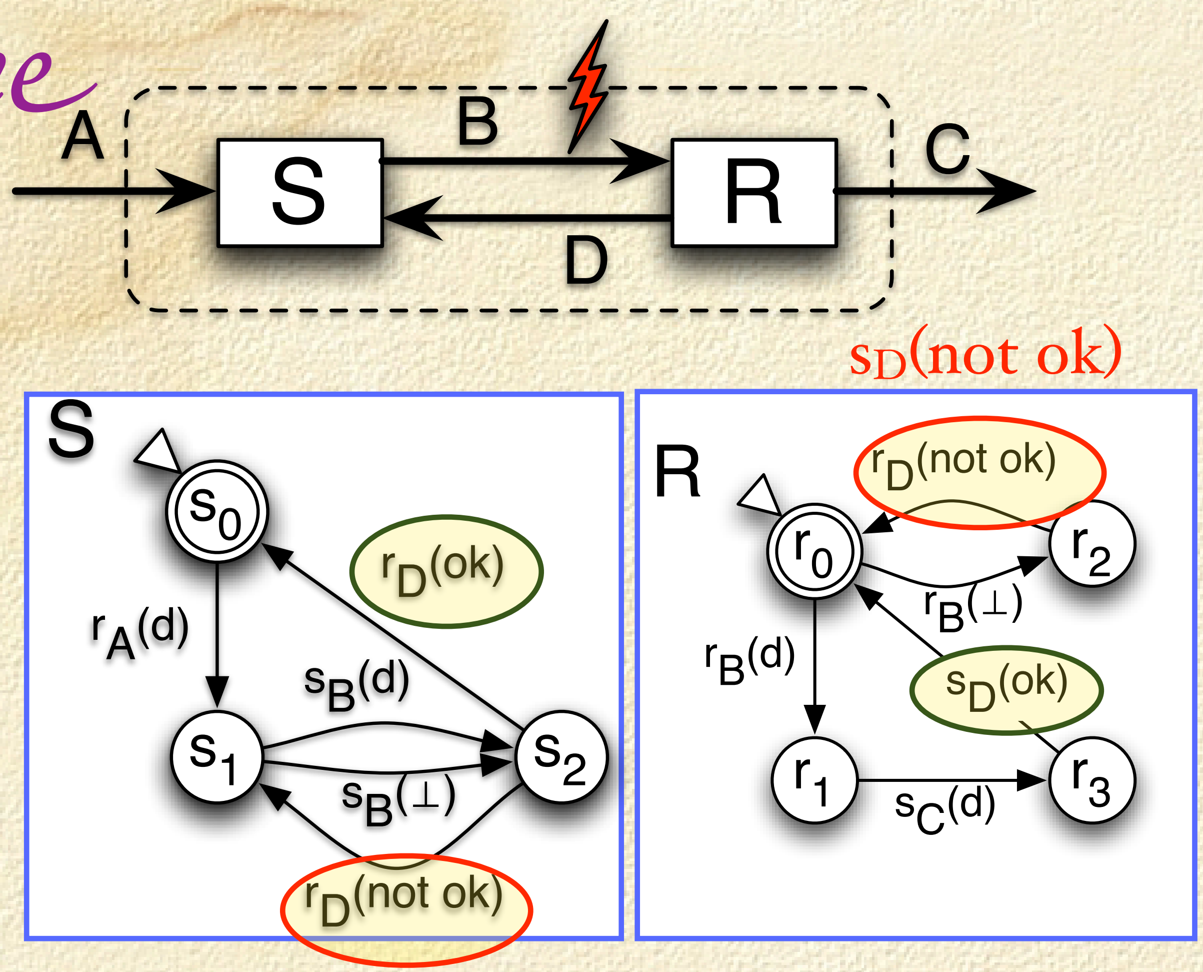


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

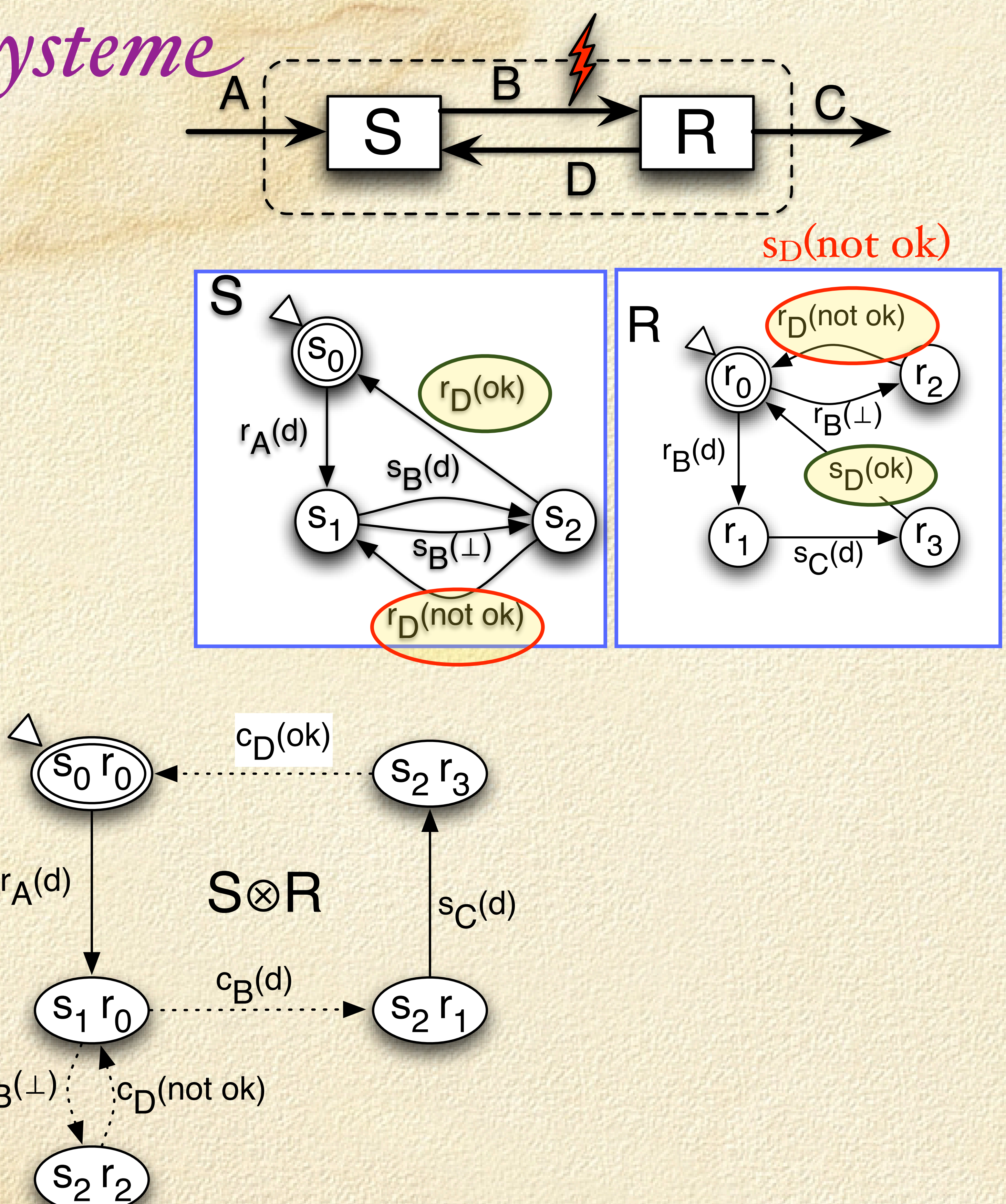


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme

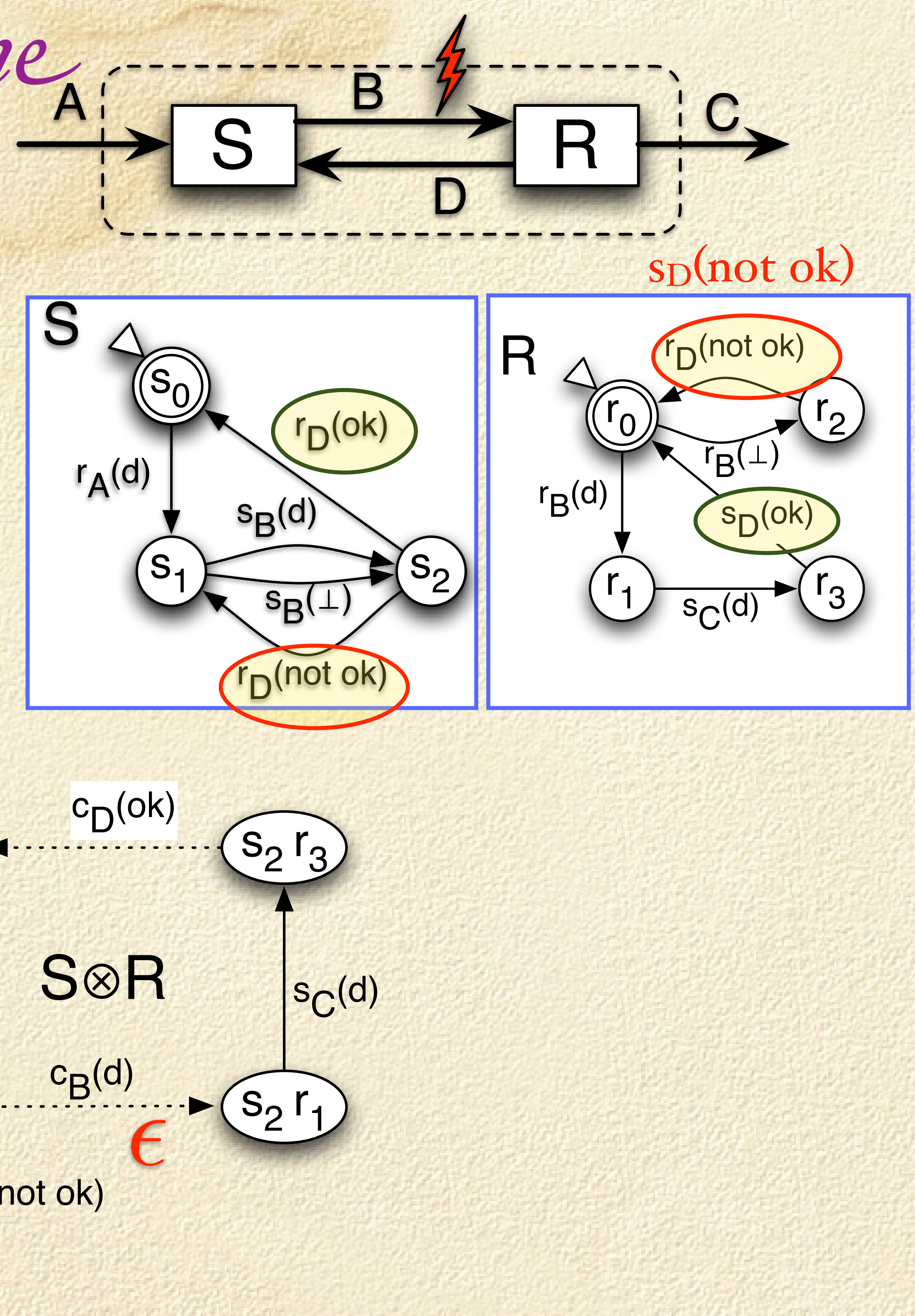


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme

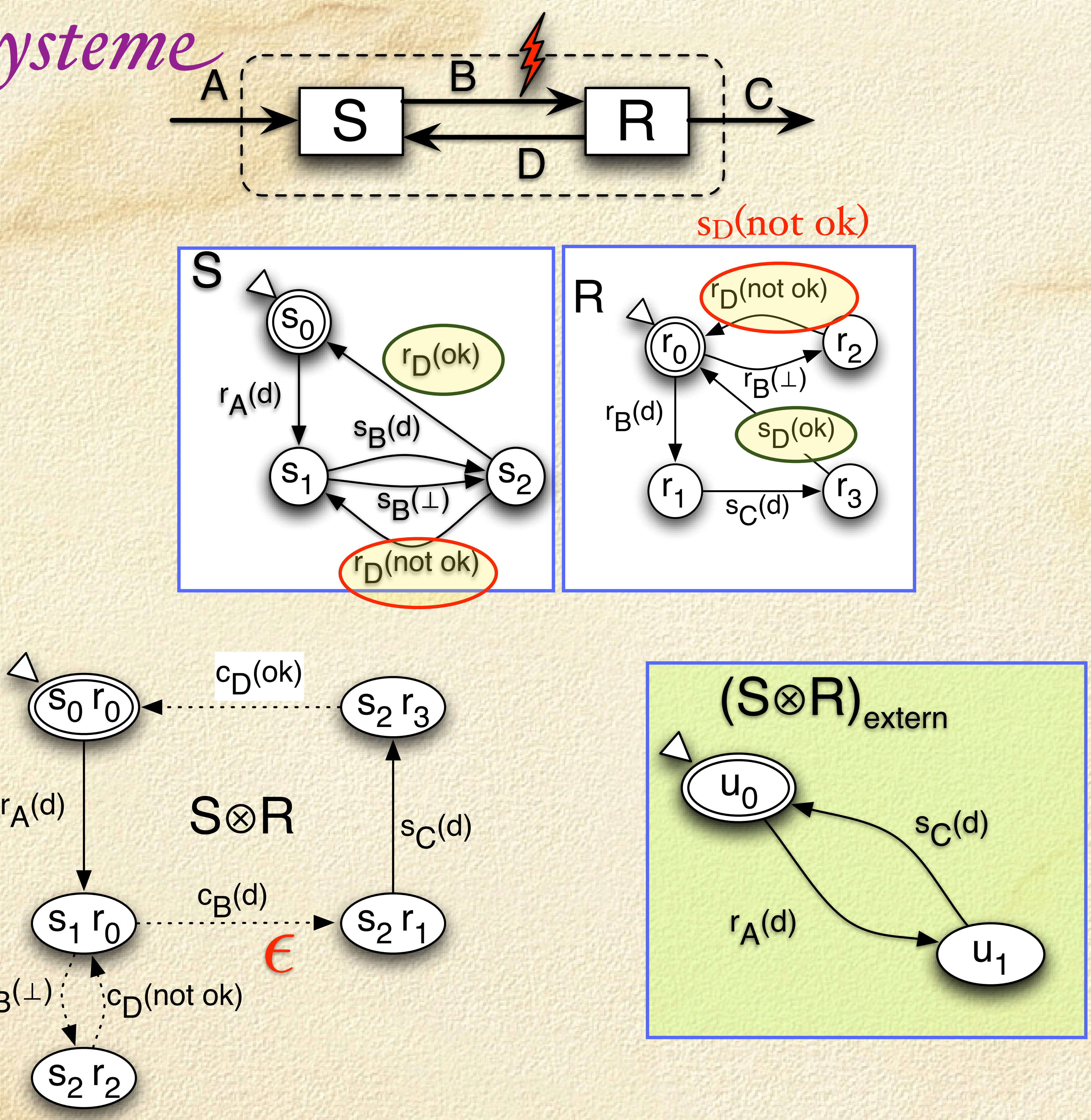
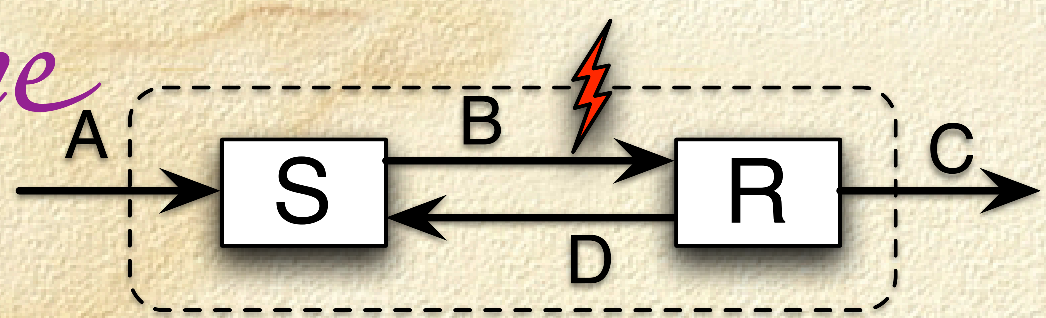
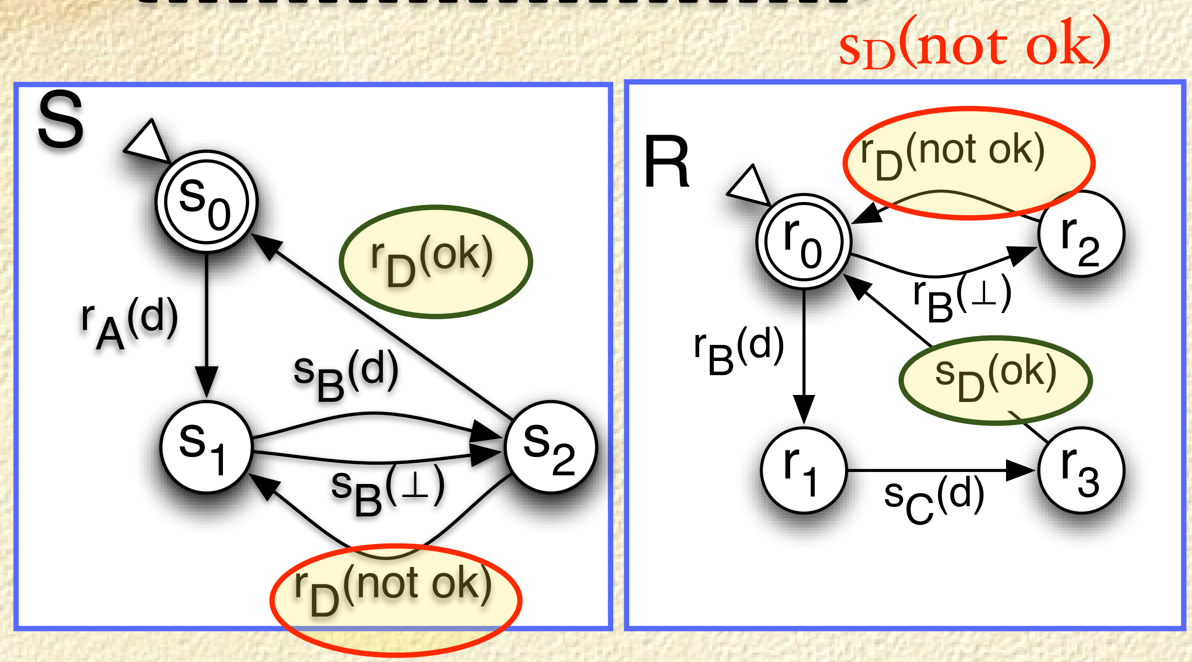
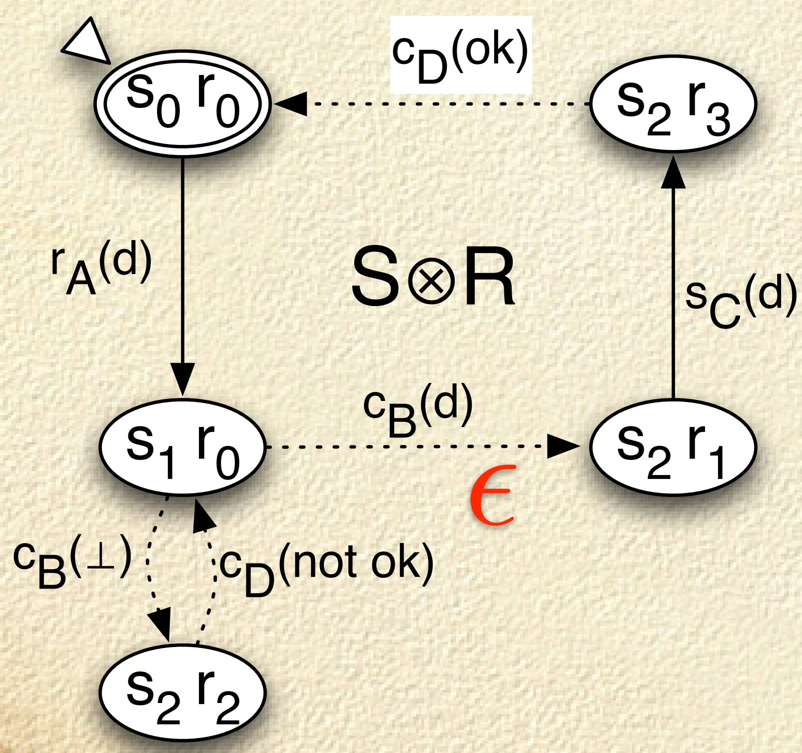


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme







intern & *extern*

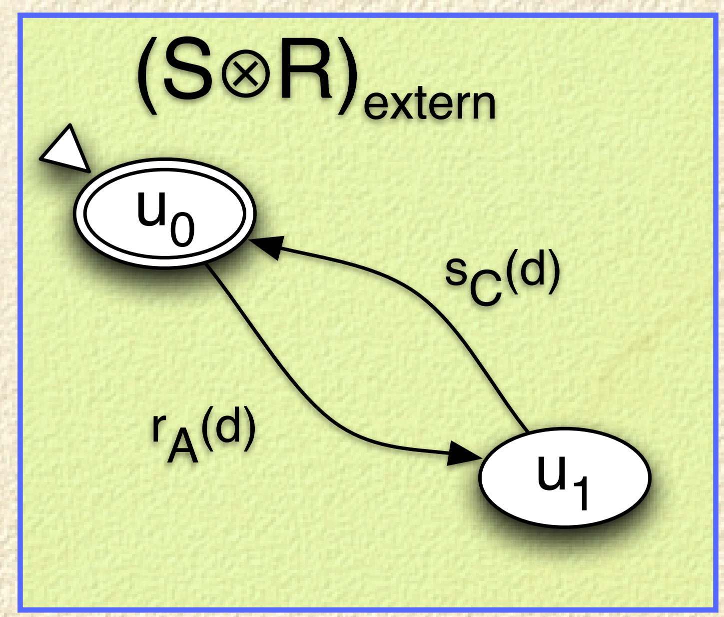
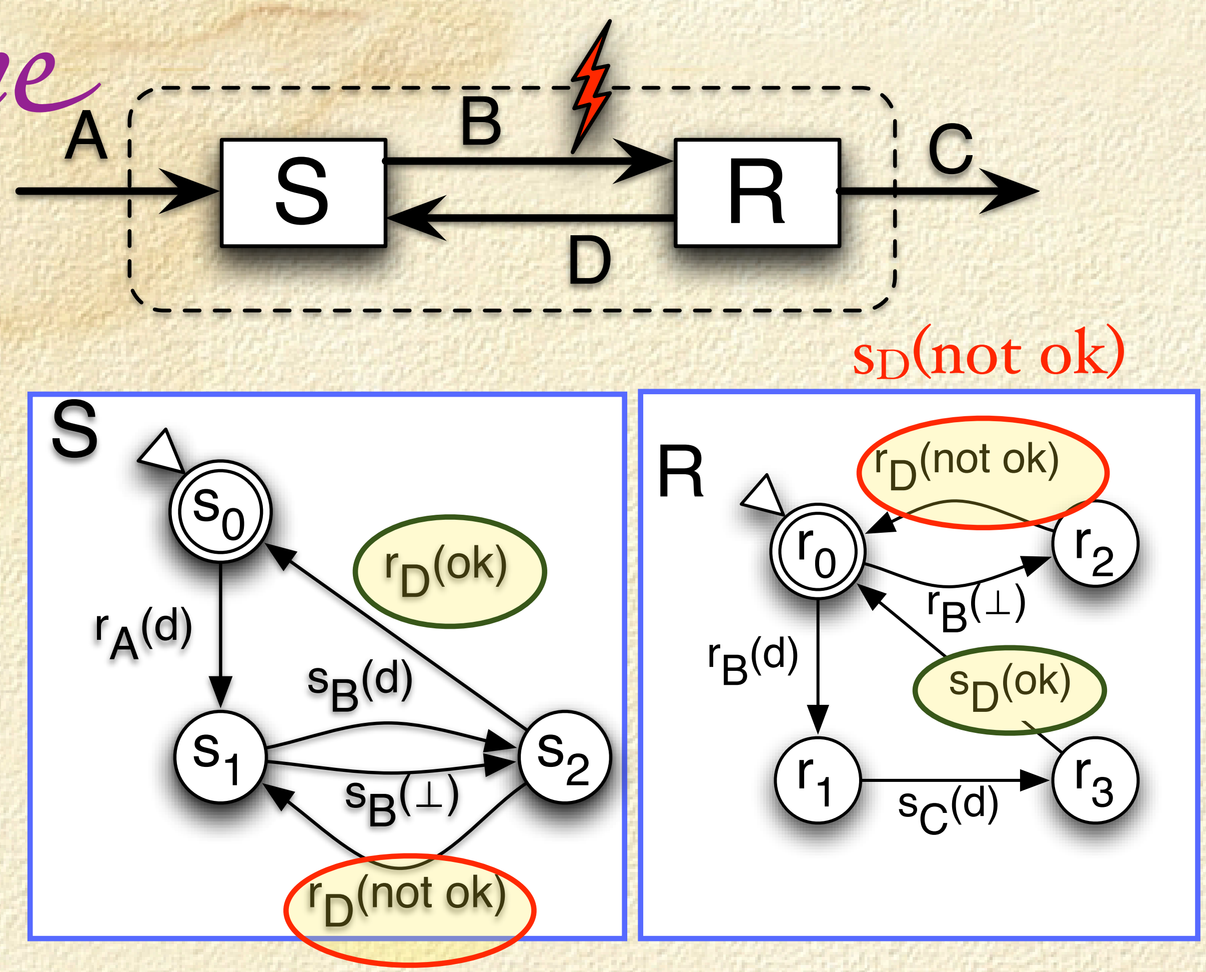
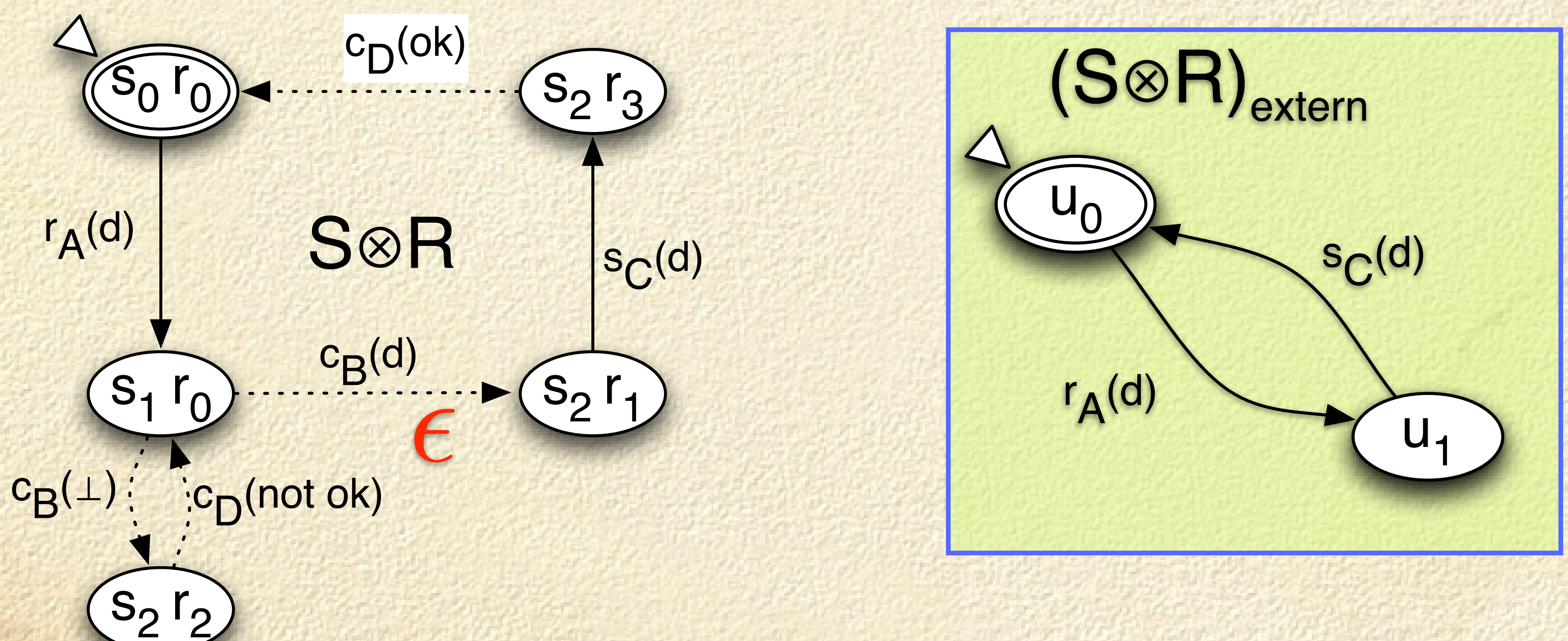


Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme



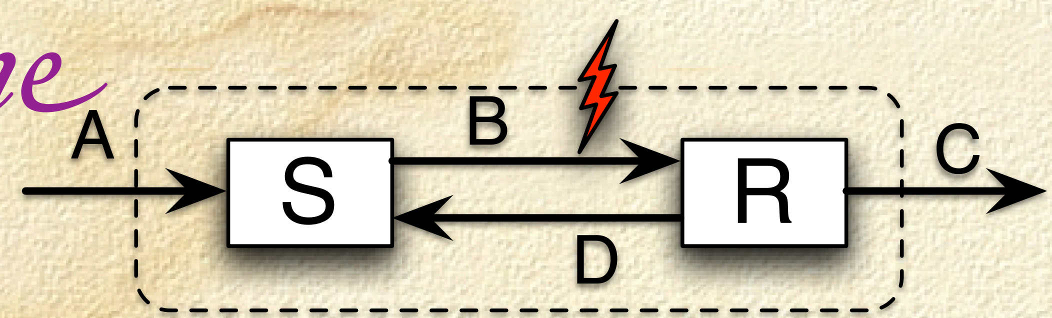
intern & *extern*

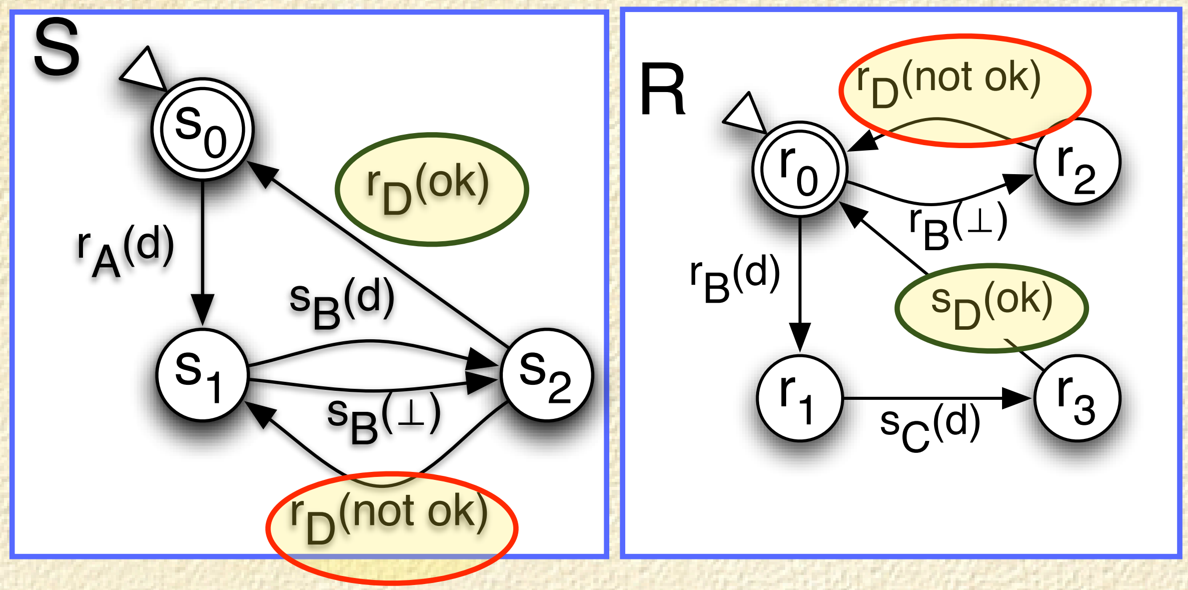


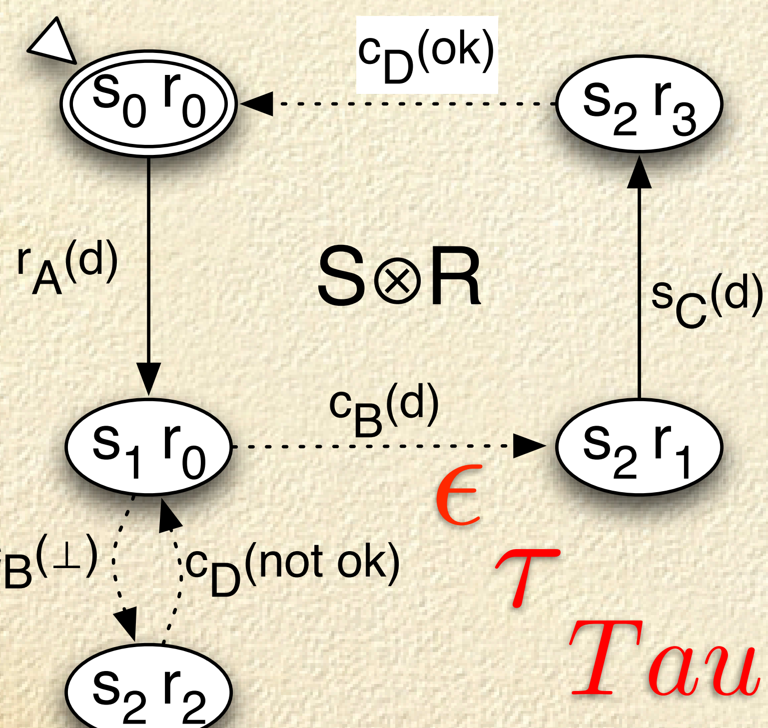
extern

Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Transitionssysteme





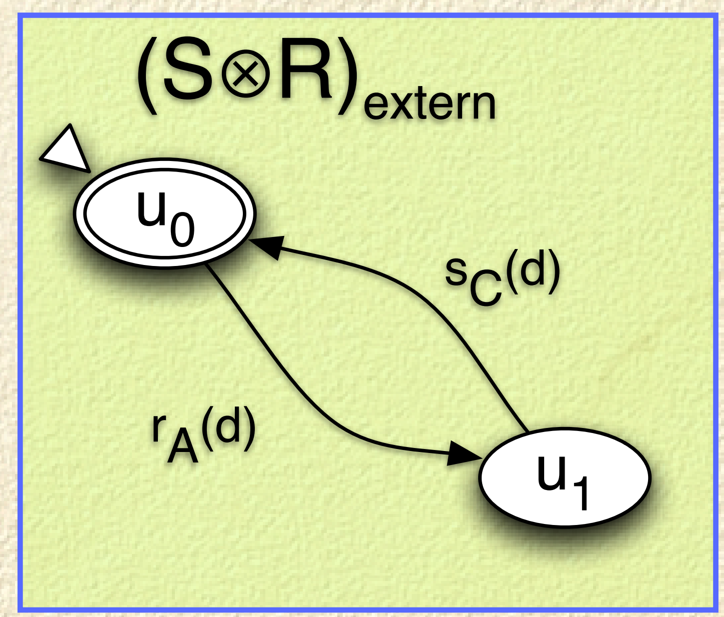


intern & *extern*

ϵ

τ

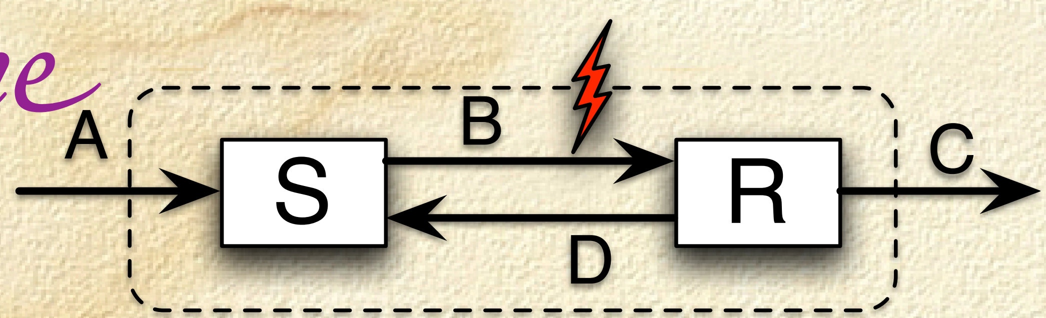
Tau



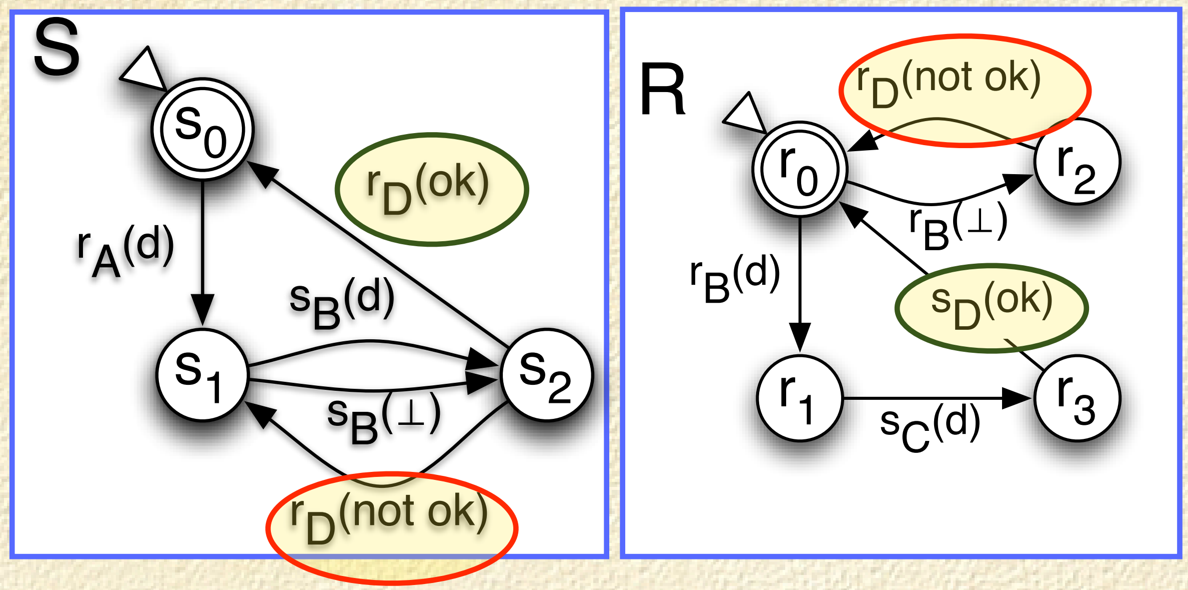
extern

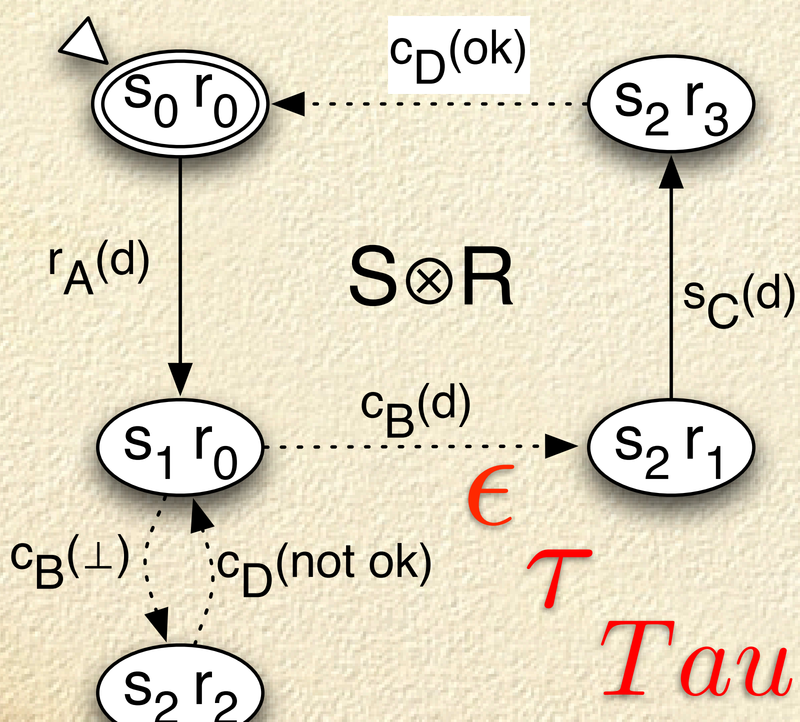
Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

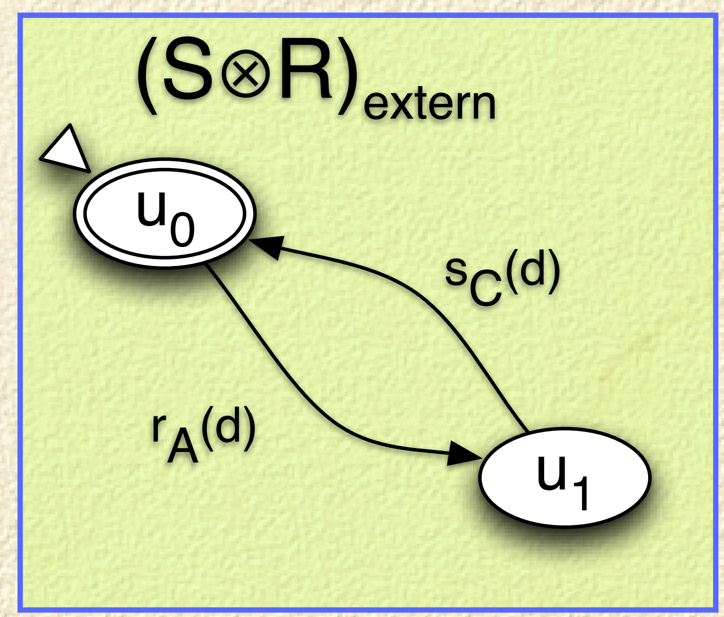
Transitionssysteme



s_D(not ok)







extern

intern & extern

ϵ

τ

Tau

interne/stille Transition

Abbildung 1.8: Entstörtes Sender-Empfänger-System

Der stille Systemschritt τ kann ohne Vorbedingung ausgeführt werden und terminiert dann erfolgreich:

$$\frac{}{\tau \xrightarrow{\tau} \surd}$$

Der stille Systemschritt τ kann ohne Vorbedingung ausgeführt werden und terminiert dann erfolgreich:

$$\frac{}{\tau \xrightarrow{\tau} \surd}$$

~wie atomare Aktion:

$$\frac{}{v \xrightarrow{v} \surd} \qquad (A_0)$$

Die Transitionsregeln

werden nun so erweitert, dass sie τ enthalten:

neue Menge von Aktionen :

$$A' := A \cup \{\tau\}$$

neue Kommunikationsfunktion :

$$\gamma : A' \times A' \to A \cup \{\delta\}.$$

Der *Abstraktions-Operator* τ_I, mit $I \subseteq A$, benennt alle Aktionen aus I, die er als Argument führt, in τ um:

$$\frac{x \xrightarrow{v} \surd \quad (v \notin I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{v} \surd} \qquad \frac{x \xrightarrow{v} x' \quad (v \notin I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{v} \tau_I(x')}$$

$$\frac{x \xrightarrow{v} \surd \quad (v \in I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{\tau} \surd} \qquad \frac{x \xrightarrow{v} x' \quad (v \in I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{\tau} \tau_I(x')}$$

Der *Abstraktions-Operator* τ_I, mit $I \subseteq A$, benennt alle Aktionen aus I, die er als Argument führt, in τ um:

$$\frac{x \xrightarrow{v} \surd \quad (v \notin I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{v} \surd} \qquad \frac{x \xrightarrow{v} x' \quad (v \notin I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{v} \tau_I(x')}$$

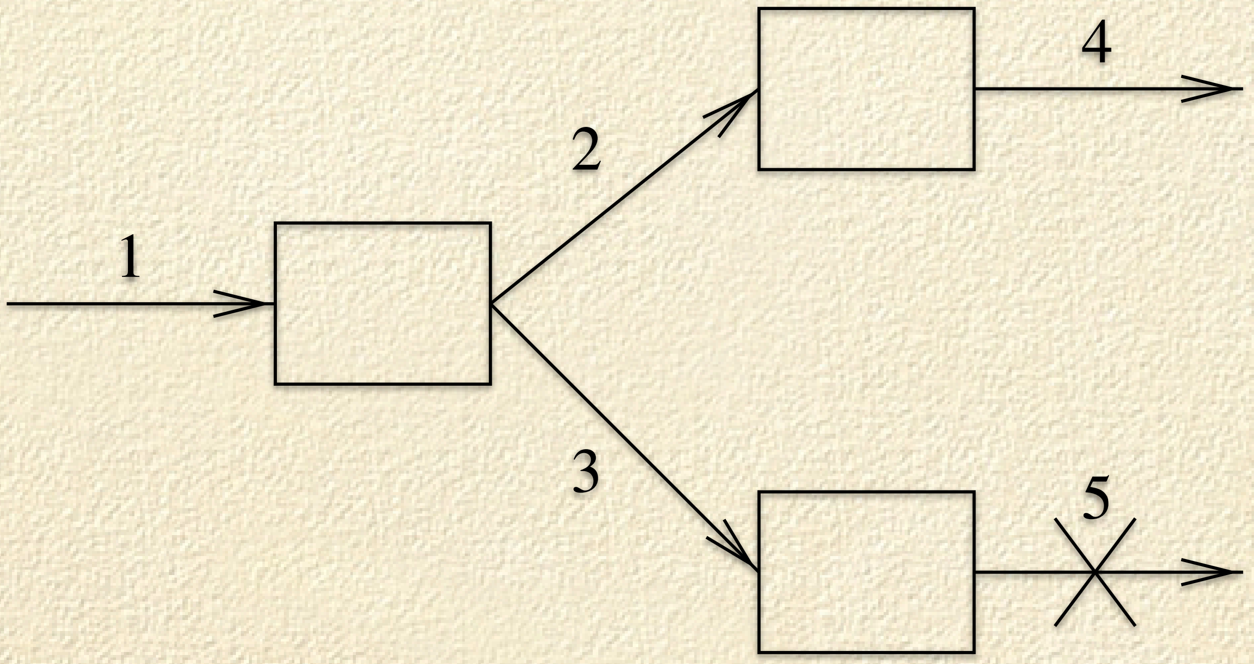
$$\frac{x \xrightarrow{v} \surd \quad (v \in I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{\tau} \surd} \qquad \frac{x \xrightarrow{v} x' \quad (v \in I)}{\tau_I(x) \xrightarrow{\tau} \tau_I(x')}$$

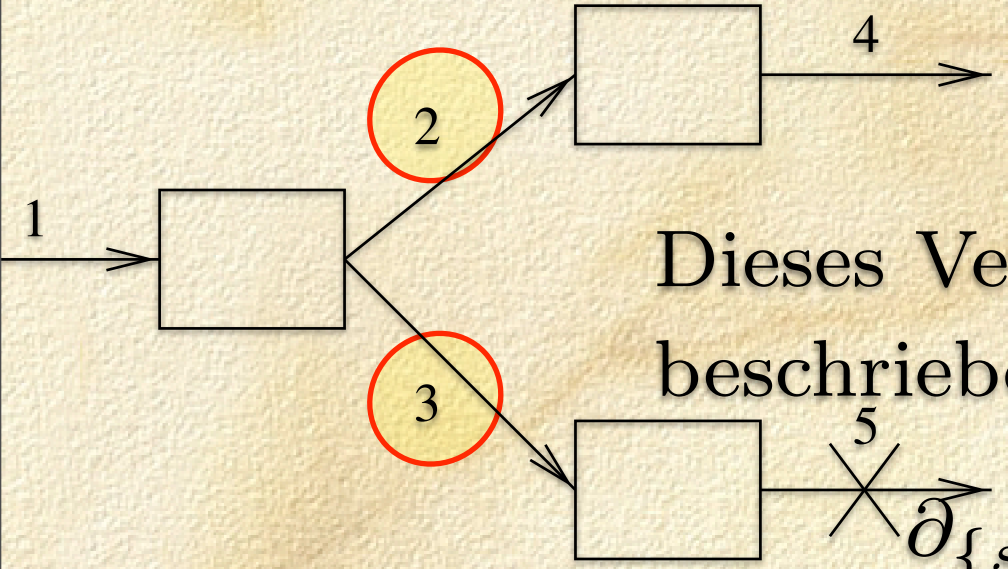
Der Kalkül ACP über A' mit τ-Transition und Abstraktionsoperator wird mit ACP_τ bezeichnet.

Wenn in einer Folge abc von Aktionen b intern ist, dann ist $a\tau c$ (für die externe Spezifikation) äquivalent zu ac, d.h. stille Aktionen sind (extern) wirkungslos. Wie das folgende Beispiel zeigt, kann nicht generell „still“ gleich „wirkungslos“ gesetzt werden.

Beispiel

Daten d werden über Kanal 1 empfangen ($r_1(d)$) und über Kanal 2 oder 3 weitergeleitet ($c_2(d), c_3(d)$). Im ersten Fall wird d über Kanal 4 weitergeleitet ($s_4(d)$), im zweiten Fall ist dies jedoch nicht möglich, da der Kanal 5 blockiert ist, d.h. $s_5(d)$ ist blockiert.





Dieses Verhalten wird durch folgenden Prozessausdruck beschrieben:

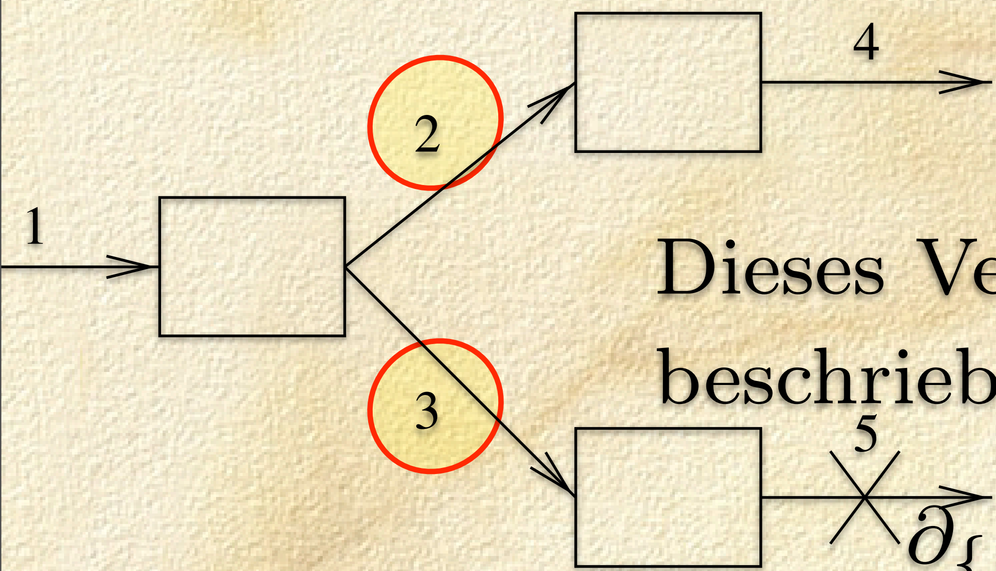
$$\partial_{\{s_5(d)\}}(r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot s_5(d)))$$
$$= r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot \delta)$$

Die Umformung erfolgt mit den Regeln D1,D2,D4,D5

Spezifiziert man $c_2(d)$ und $c_3(d)$ als interne Aktionen, so erhält man

$$r_1(d) \cdot (\tau \cdot s_4(d) + \tau \cdot \delta).$$

Werden beide stille Aktionen τ gestrichen, so erhält man mit $r_1(d) \cdot (s_4(d) + \delta)$ einen Prozess ohne Verklemmung. Er wird daher als nicht (Verhaltens-) äquivalent betrachtet.



Dieses Verhalten wird durch folgenden Prozessausdruck beschrieben:

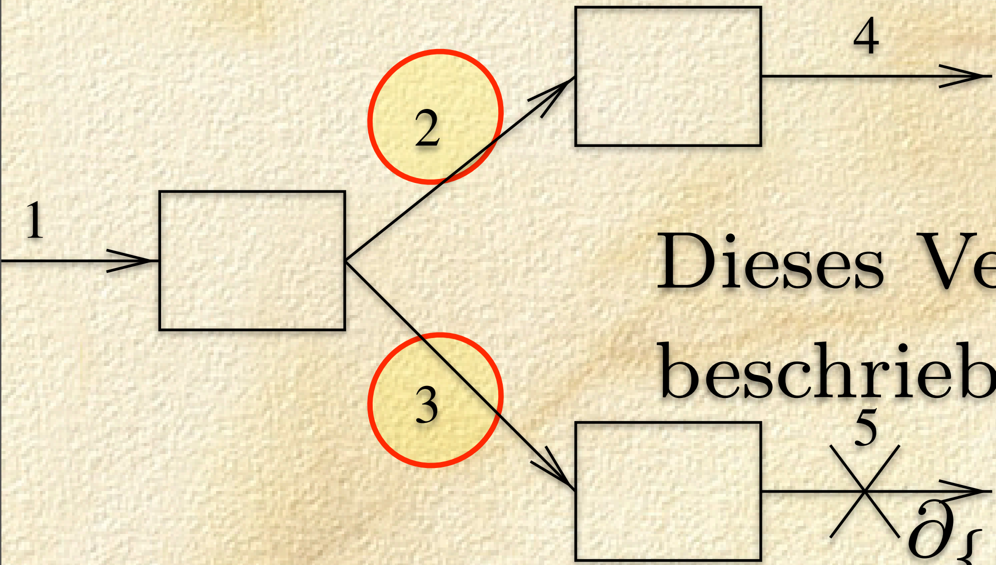
$$\partial_{\{s_5(d)\}}(r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot s_5(d)))$$
$$= r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot \delta)$$

Die Umformung erfolgt mit den Regeln D1,D2,D4,D5

Spezifiziert man $c_2(d)$ und $c_3(d)$ als interne Aktionen, so erhält man

$$\boxed{r_1(d) \cdot (\tau \cdot s_4(d) + \tau \cdot \delta).}$$

Werden beide stille Aktionen τ gestrichen, so erhält man mit $r_1(d) \cdot (s_4(d) + \delta)$ einen Prozess ohne Verklemmung. Er wird daher als nicht (Verhaltens-) äquivalent betrachtet.



Dieses Verhalten wird durch folgenden Prozessausdruck beschrieben:

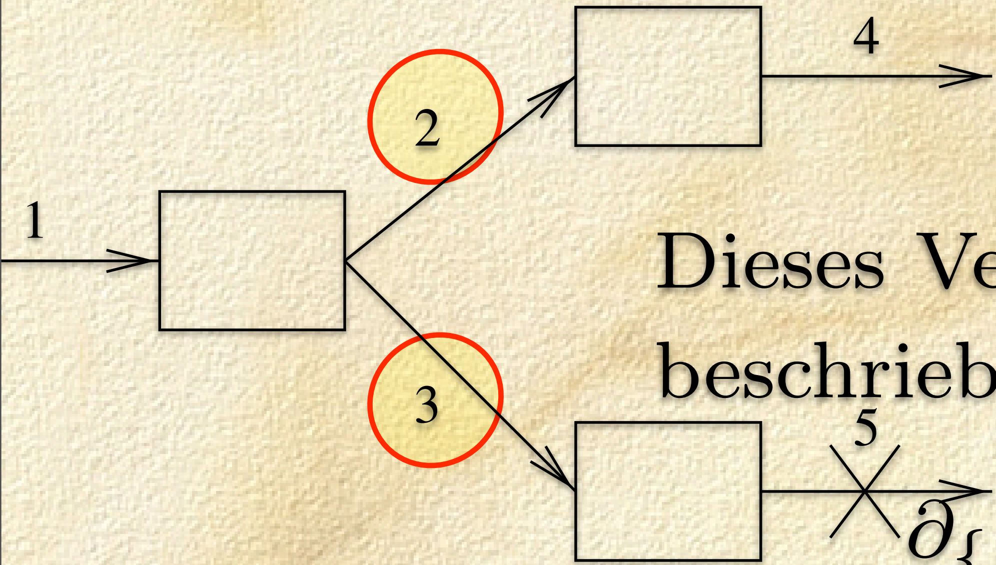
$$\partial_{\{s_5(d)\}}(r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot s_5(d)))$$
$$= r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot \delta)$$

Die Umformung erfolgt mit den Regeln D1,D2,D4,D5

Spezifiziert man $c_2(d)$ und $c_3(d)$ als interne Aktionen, so erhält man

$$\boxed{r_1(d) \cdot (\tau \cdot s_4(d) + \tau \cdot \delta).}$$

Werden beide stille Aktionen τ gestrichen, so erhält man mit $\boxed{r_1(d) \cdot (s_4(d) + \delta)}$ einen Prozess ohne Verklemmung. Er wird daher als nicht (Verhaltens-) äquivalent betrachtet.



Dieses Verhalten wird durch folgenden Prozessausdruck beschrieben:

$$\partial_{\{s_5(d)\}}(r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot s_5(d)))$$
$$= r_1(d) \cdot (c_2(d) \cdot s_4(d) + c_3(d) \cdot \delta)$$

Die Umformung erfolgt mit den Regeln D1,D2,D4,D5

Spezifiziert man $c_2(d)$ und $c_3(d)$ als interne Aktionen, so erhält man

$$\boxed{r_1(d) \cdot (\tau \cdot s_4(d) + \tau \cdot \delta).}$$

Werden beide stille Aktionen τ gestrichen, so erhält man mit $\boxed{r_1(d) \cdot (s_4(d) + \delta)}$ einen Prozess ohne Verklemmung. Er wird daher als nicht (Verhaltens-) äquivalent betrachtet.

Es stellt sich also die Frage: Welche τ-Transitionen sind wirkungslos?

Antwort: diejenigen, deren Streichung nicht das Verhalten ändern, wie zum Beispiel: $a + \tau(a + b)$ und $a + b$. Nach der Ausführung von τ ist a immer noch ausführbar! Dies wird durch die folgende Definition der *Verzweigungs-Bisimulation* (branching bisimulation) formalisiert.

Beispiel Weitere nichtäquivalente Prozessausdrücke:

- $a + \tau\delta$ und a
- $\partial_{\{b\}}(a + \tau b)$ und $\partial_{\{b\}}(a + b)$
- $a + \tau b$ und $a + b$

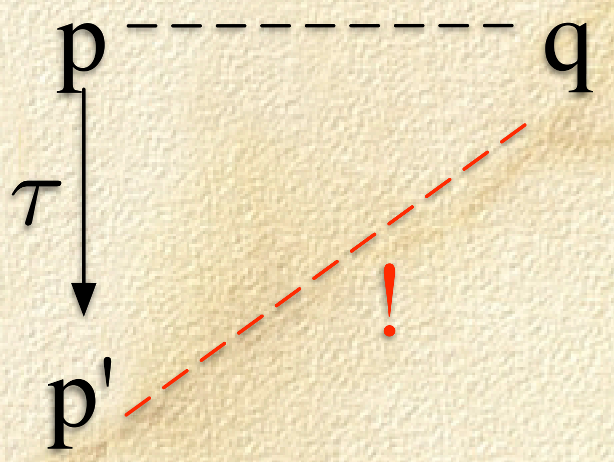
Definition 5.37 *Eine* Verzweigungs-Bisimulation (branching bisimulation) *ist eine binäre Relation* $\mathcal{B}$ *auf Prozessen, für die gilt:*

1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann*
   - *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p'\,\mathcal{B}\,q$
   - *oder* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$ *mit* $p\,\mathcal{B}\,q_0$ *und* $q_0 \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p'\,\mathcal{B}\,q'$

$$\begin{tikzcd} p \arrow[r, dash, dashed] \arrow[d, "\tau"'] & q \\ p' & \end{tikzcd}$$

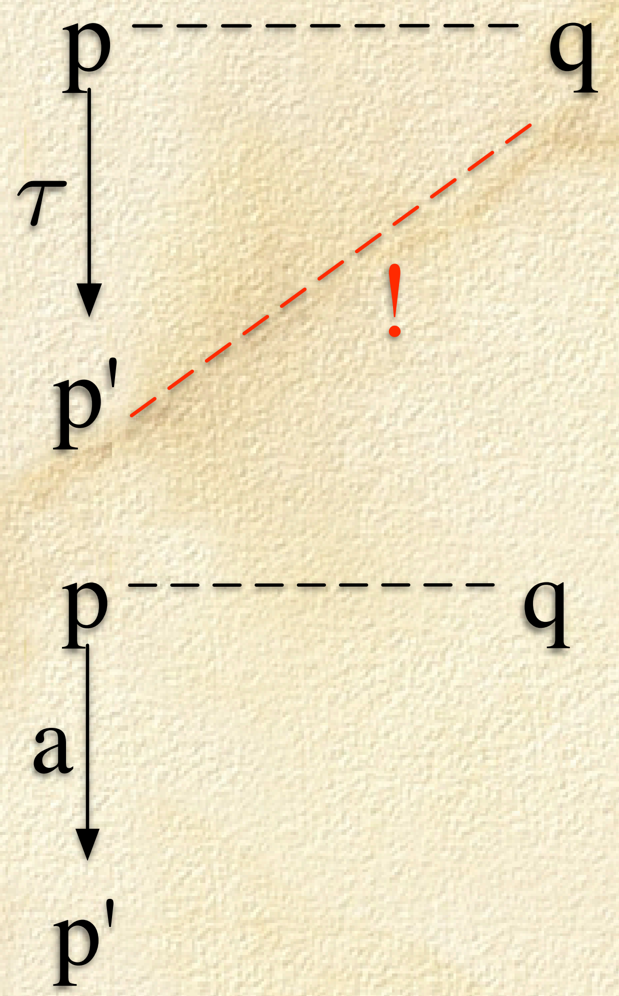
Definition 5.37 *Eine* Verzweigungs-Bisimulation (branching bisimulation) *ist eine binäre Relation $\mathcal{B}$ auf Prozessen, für die gilt:*

1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann*
   - *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p'\,\mathcal{B}\,q$
   - *oder* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$ *mit* $p\,\mathcal{B}\,q_0$ *und* $q_0 \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p'\,\mathcal{B}\,q'$



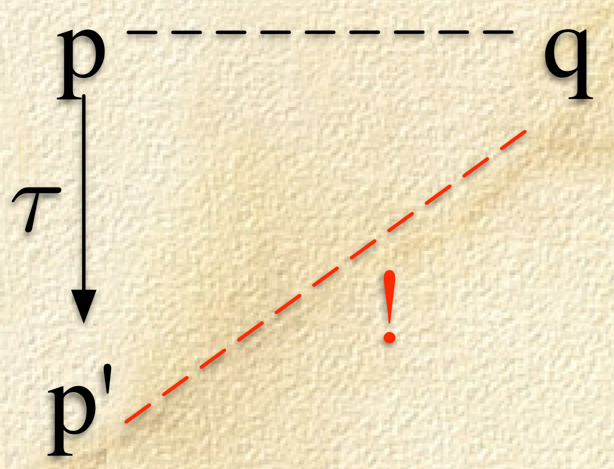
Definition 5.37 *Eine* Verzweigungs-Bisimulation (branching bisimulation) *ist eine binäre Relation* $\mathcal{B}$ *auf Prozessen, für die gilt:*

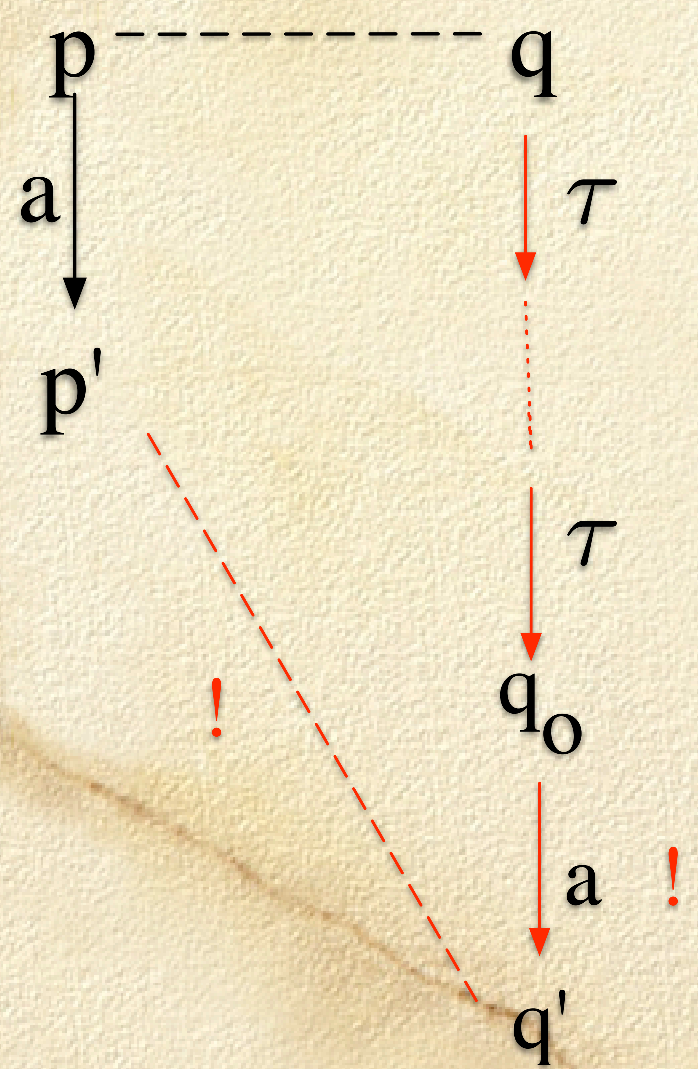
1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann*
   - *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p'\,\mathcal{B}\,q$
   - *oder* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$ *mit* $p\,\mathcal{B}\,q_0$ *und* $q_0 \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p'\,\mathcal{B}\,q'$



Definition **5.37** *Eine* Verzweigungs-Bisimulation (branching bisimulation) *ist eine binäre Relation* $\mathcal{B}$ *auf Prozessen, für die gilt:*

1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann*
   - *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p'\,\mathcal{B}\,q$
   - *oder* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$ *mit* $p\,\mathcal{B}\,q_0$ *und* $q_0 \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p'\,\mathcal{B}\,q'$





Definition 5.37 *Eine* Verzweigungs-Bisimulation (branching bisimulation) *ist eine binäre Relation $\mathcal{B}$ auf Prozessen, für die gilt:*

1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann*
   - *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p'\,\mathcal{B}\,q$
   - *oder* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$ *mit* $p\,\mathcal{B}\,q_0$ *und* $q_0 \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p'\,\mathcal{B}\,q'$

2. *Wenn* $p \,\mathcal{B}\, q$ *und* $q \xrightarrow{a} q'$, *dann*

- *entweder* $a \equiv \tau$ *und* $p \,\mathcal{B}\, q'$
- *oder* $p \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} p_0$ *mit* $p_0 \,\mathcal{B}\, q$ *und* $p_0 \xrightarrow{a} p'$ *mit* $p' \,\mathcal{B}\, q'$

3. *Wenn* $p \,\mathcal{B}\, q$ *und* p *terminiert, dann* $q \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} q_0$, *so dass* $p \,\mathcal{B}\, q_0$ *und* q_0 *terminiert.*

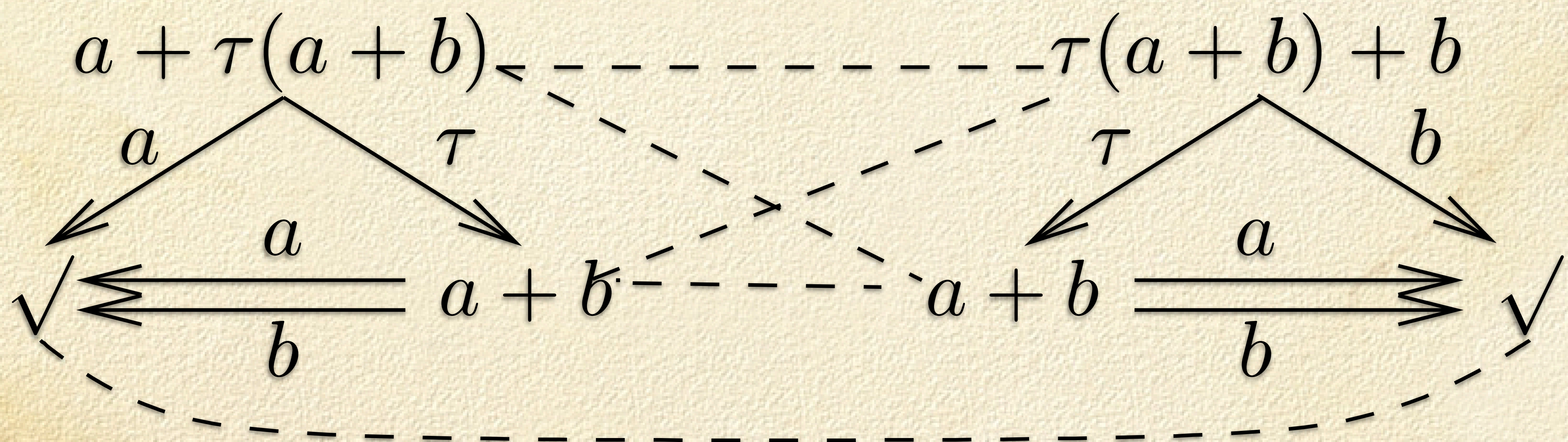
4. *Wenn* $p \,\mathcal{B}\, q$ *und* q *terminiert, dann* $p \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} p_0$, *so dass* $p_0 \,\mathcal{B}\, q$ *und* p_0 *terminiert.*

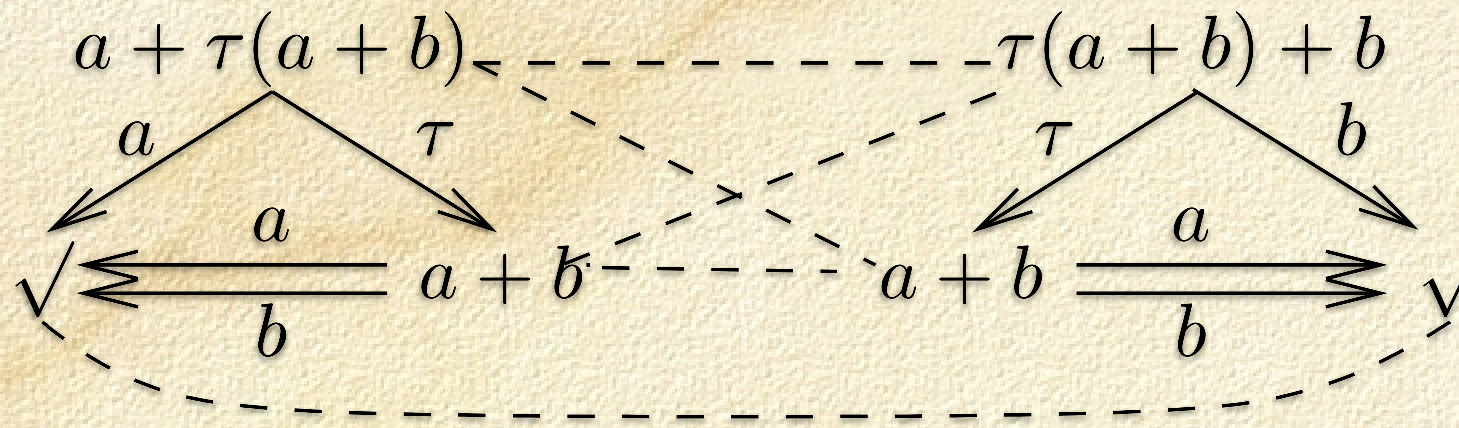
Zwei Prozesse p *und* q *heißen* verzweigungsbisimilar (branching bisimilar), *in Zeichen* $p \underline{\leftrightarrow}_b q$, *wenn es eine Verzweigungs-Bisimulations-Relation* $\mathcal{B}$ *gibt mit* $p \,\mathcal{B}\, q$.

$\equiv$ bezeichnet die syntaktische Gleichheit.

Beispiel

$$a + \tau(a+b) \;\underline{\leftrightarrow}_b\; \tau(a+b) + b$$





Die Relation $\mathcal{B}$ ist definiert durch:

$a + \tau(a+b)\,\mathcal{B}\,\tau(a+b) + b$

$a + b\,\mathcal{B}\,\tau(a+b) + b$

$a + \tau(a+b)\,\mathcal{B}\,a + b$

$a + b\,\mathcal{B}\,a + b$

$\surd\,\mathcal{B}\,\surd$

Die Verzweigungs-Bisimulations-Relation ist zwar eine Äquivalenzrelation, aber keine Kongruenz bezüglich BPA. Beispielsweise sind τa und a verzweigungsbisimilar, aber nicht $\tau a + b$ und $a + b$. Milner hat gezeigt, dass man dieses Problem dadurch lösen kann, dass eine Initialisierungsbedingung gefordert wird: initiale τ-Transitionen werden nie eliminiert, das *heißt* in solchen Fällen wird keine Äquivalenz definiert:

- $a + \tau\delta$ und a
- $\partial_{\{b\}}(a + \tau b)$ und $\partial_{\{b\}}(a + b)$
- $a + \tau b$ und $a + b$
- b und τb

Definition 5.40 *Eine* initiale Verzweigungs-Bisimulation (rooted branching bisimulation) *ist eine binäre Relation $\mathcal{B}$ auf Prozessen, für die gilt:*

1. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{a} p'$, *dann* $q \xrightarrow{a} q'$ *mit* $p' \underline{\leftrightarrow}_b q'$.
2. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $q \xrightarrow{a} q'$, *dann* $p \xrightarrow{a} p'$ *mit* $p' \underline{\leftrightarrow}_b q'$.
3. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $p \xrightarrow{\tau} \surd$, *dann* $q \xrightarrow{\tau} \surd$.
4. *Wenn* $p\,\mathcal{B}\,q$ *und* $q \xrightarrow{\tau} \surd$, *dann* $p \xrightarrow{\tau} \surd$.

Zwei Prozesse p und q heißen initial verzweigungsbisimilar (rooted branching bisimilar), *in Zeichen* $p \mathrel{\underline{\leftrightarrow}}_{rb} q$, *wenn es eine initiale Verzweigungs-Bisimulations-Relation* $\mathcal{B}$ *gibt mit* $p \,\mathcal{B}\, q$.

Initiale Verzweigungs-Bisimulation ist wie Verzweigungs-Bisimulation eine Äquivalenzrelation. Es gilt $\underline{\leftrightarrow} \;\subseteq\; \underline{\leftrightarrow}_{rb} \;\subseteq\; \underline{\leftrightarrow}_{b}$ und $\underline{\leftrightarrow} \;=\; \underline{\leftrightarrow}_{b}$ falls τ nicht vorkommt (z.B. in ACP).

Zwei Prozesse p und q heißen initial verzweigungsbisimilar (rooted branching bisimilar), *in Zeichen* $p \underline{\leftrightarrow}_{rb}\, q$, *wenn es eine initiale Verzweigungs-Bisimulations-Relation* $\mathcal{B}$ *gibt mit* $p\,\mathcal{B}\,q$.

Initiale Verzweigungs-Bisimulation ist wie Verzweigungs-Bisimulation eine Äquivalenzrelation. Es gilt

$\underline{\leftrightarrow} \quad \subseteq \quad \underline{\leftrightarrow}_{rb} \quad \subseteq \quad \underline{\leftrightarrow}_{b}$ und $\underline{\leftrightarrow} \quad = \quad \underline{\leftrightarrow}_{b}$

falls τ nicht vorkommt (z.B. in ACP).

Zwei Prozesse p und q heißen initial verzweigungsbisimilar (rooted branching bisimilar), *in Zeichen* $p \underline{\leftrightarrow}_{rb}\, q$, *wenn es eine initiale Verzweigungs-Bisimulations-Relation* $\mathcal{B}$ *gibt mit* $p\,\mathcal{B}\,q$.

Initiale Verzweigungs-Bisimulation ist wie Verzweigungs-Bisimulation eine $\boxed{\text{Äquivalenzrelation}}$. Es gilt

$\underline{\leftrightarrow} \quad \subseteq \quad \underline{\leftrightarrow}_{rb} \quad \subseteq \quad \underline{\leftrightarrow}_{b}$ und $\underline{\leftrightarrow} \quad = \quad \underline{\leftrightarrow}_{b}$

falls τ nicht vorkommt (z.B. in ACP).

Thursday, January 13, 2011

geschützte lineare Rekursion

Alle Prozessterme τs stellen eine Lösung für die Spezifikation $X = \tau X$ dar, da $\tau s \underline{\leftrightarrow}_{rb} \tau\tau s$. Also ist $X = \tau X$ *ungeschützt.*

Definition **5.42** *1. Eine rekursive Spezifikation ist* linear*, wenn ihre rekursiven Gleichungen die folgende Form haben ($a_i, b_j \in A \cup \{\tau\}$):*

$$X = a_1 X_1 + \cdots + a_k X_k + b_1 + \cdots + b_\ell$$

2. *Eine lineare rekursive Spezification E ist* geschützt, *wenn es keine unendliche Folge von τ-Transitionen der folgenden Form gibt:*

$$\langle X|E\rangle \xrightarrow{\tau} \langle X'|E\rangle \xrightarrow{\tau} \langle X''|E\rangle \xrightarrow{\tau} \cdots$$

Die geschützten linearen rekursiven Spezifikationen sind genau diejenigen rekursiven Spezifikationen, die eine eindeutige Lösung modulo initialer Verzweigungs-Bisimulation haben.

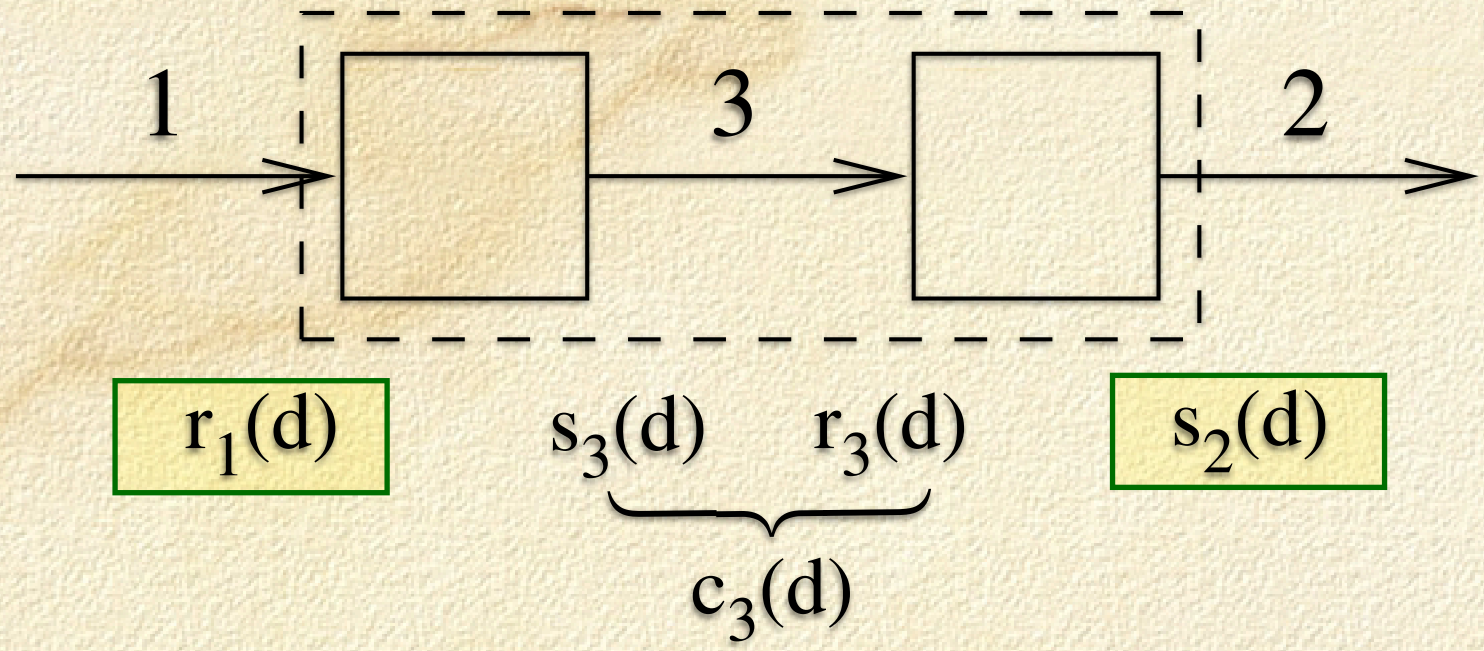
Satz 5.43 *Eine initiale Verzweigungs-Bisimulation ist eine Kongrunzrelation für ACP_τ und geschützter linearer Rekursion.*

Wieder geben wieder eine Axiomatisierung des erweiterten Kalküls ACP_τ an. ACP_τ bezeichne jetzt den Kalkül ACP mit τ-Aktion, Abstraktionsoperator, geschützter linearer Rekursion und den folgenden Axiomen:

Axiome für Abstraktion $\boxed{v \in A \cup \{\tau\}}$!!

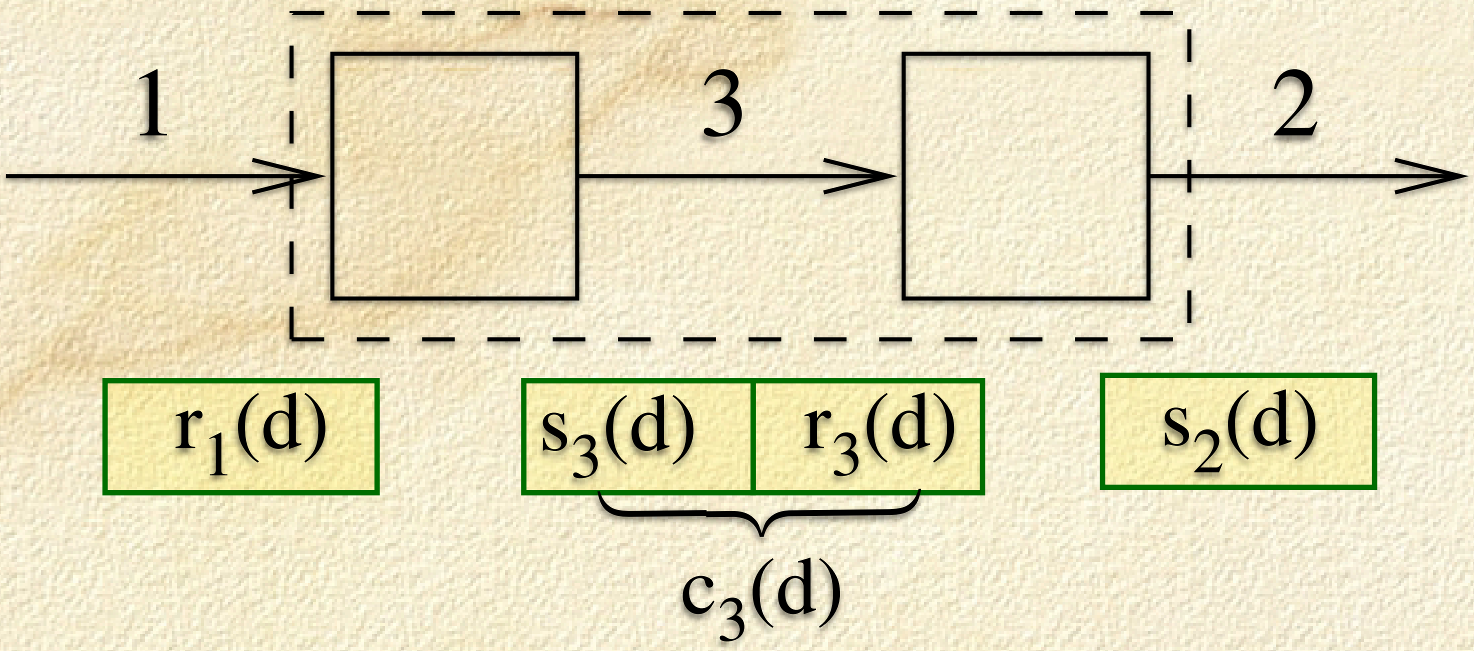
$$
\begin{array}{llcll}
\text{B1} & v \cdot \tau & = & v & \\
\text{B2} & v \cdot (\tau \cdot (x+y) + x) & = & v \cdot (x+y) & \\
 & & & & \\
\text{TI1} & \tau_I(v) & = & v & (v \notin I) \\
\text{TI2} & \tau_I(v) & = & \tau & (v \in I) \\
\text{TI3} & \tau_I(\delta) & = & \delta & \\
\text{TI4} & \tau_I(x+y) & = & \tau_I(x) + \tau_I(y) & \\
\text{TI5} & \tau_I(x \cdot y) & = & \tau_I(x) \cdot \tau_I(y) &
\end{array}
$$

Theorem 5.44 *ACP_τ ist korrekt in Bezug auf initiale Verzweigungsbisimulation.*



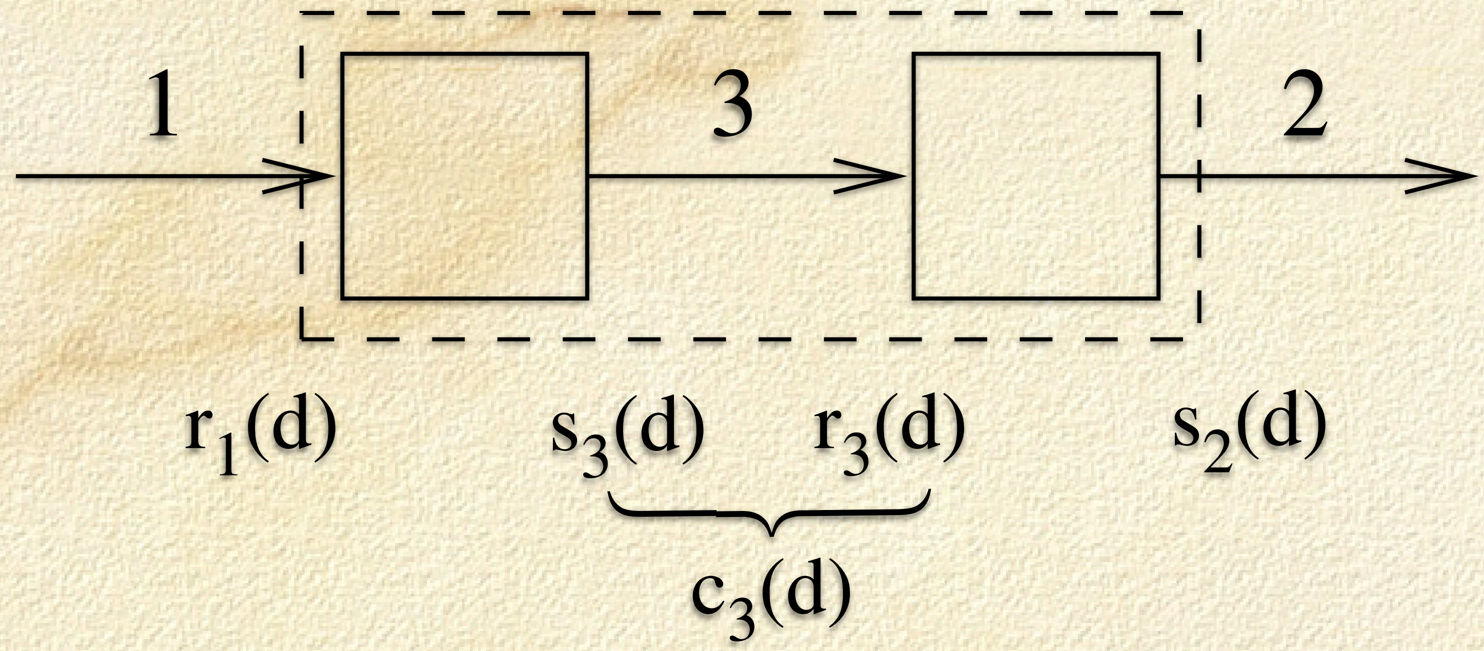
Beispiel Tandempuffer

Betrachtet werden zwei in Serie angeordnete Puffer der Kapazität 1 die mit Kanälen 1, 2 und 3 verbunden sind. $r_i(d)$ bzw. $s_i(d)$ bezeichne das Schreiben bzw. Lesen vom Kanal i, wobei im Folgenden der Datenparameter $d \in \Delta$ weggelassen wird. Δ ist eine endliche Menge von Daten. Das Verhalten ist:



Beispiel Tandempuffer

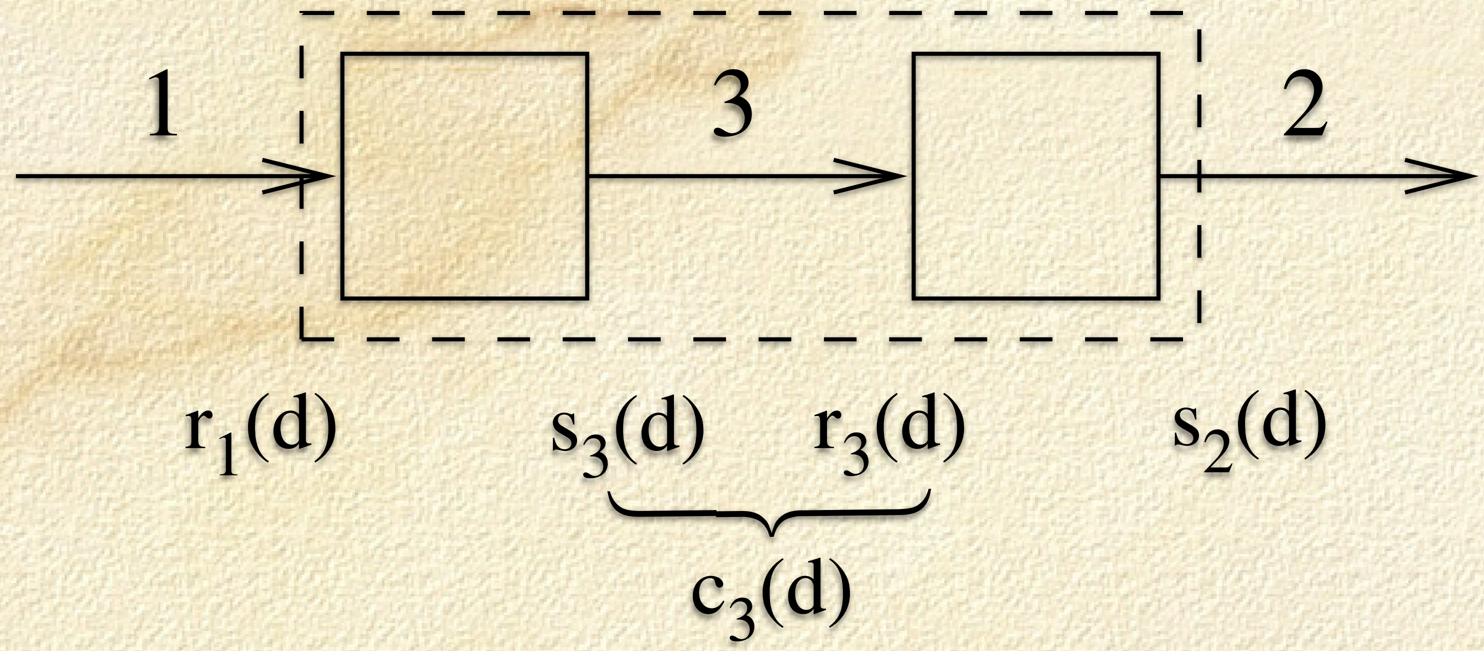
Betrachtet werden zwei in Serie angeordnete Puffer der Kapazität 1 die mit Kanälen 1, 2 und 3 verbunden sind. $r_i(d)$ bzw. $s_i(d)$ bezeichne das Schreiben bzw. Lesen vom Kanal i, wobei im Folgenden der Datenparameter $d \in \Delta$ weggelassen wird. Δ ist eine endliche Menge von Daten. Das Verhalten ist:



$$
\begin{aligned}
Q_1 &= \Sigma_{d\in\Delta} r_1\, s_3\, Q_1 \\
Q_2 &= \Sigma_{d\in\Delta} r_3\, s_2\, Q_2
\end{aligned}
$$

wobei $d \in \Delta$ weggelassen wird, d.h. wir tun so, als ob Δ nur ein Element enthalten würde:

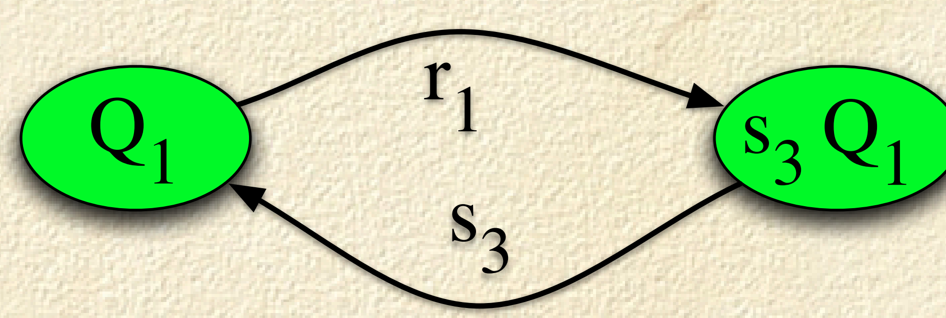
$$
\begin{aligned}
Q_1 &= r_1\, s_3\, Q_1 \\
Q_2 &= r_3\, s_2\, Q_2
\end{aligned}
$$

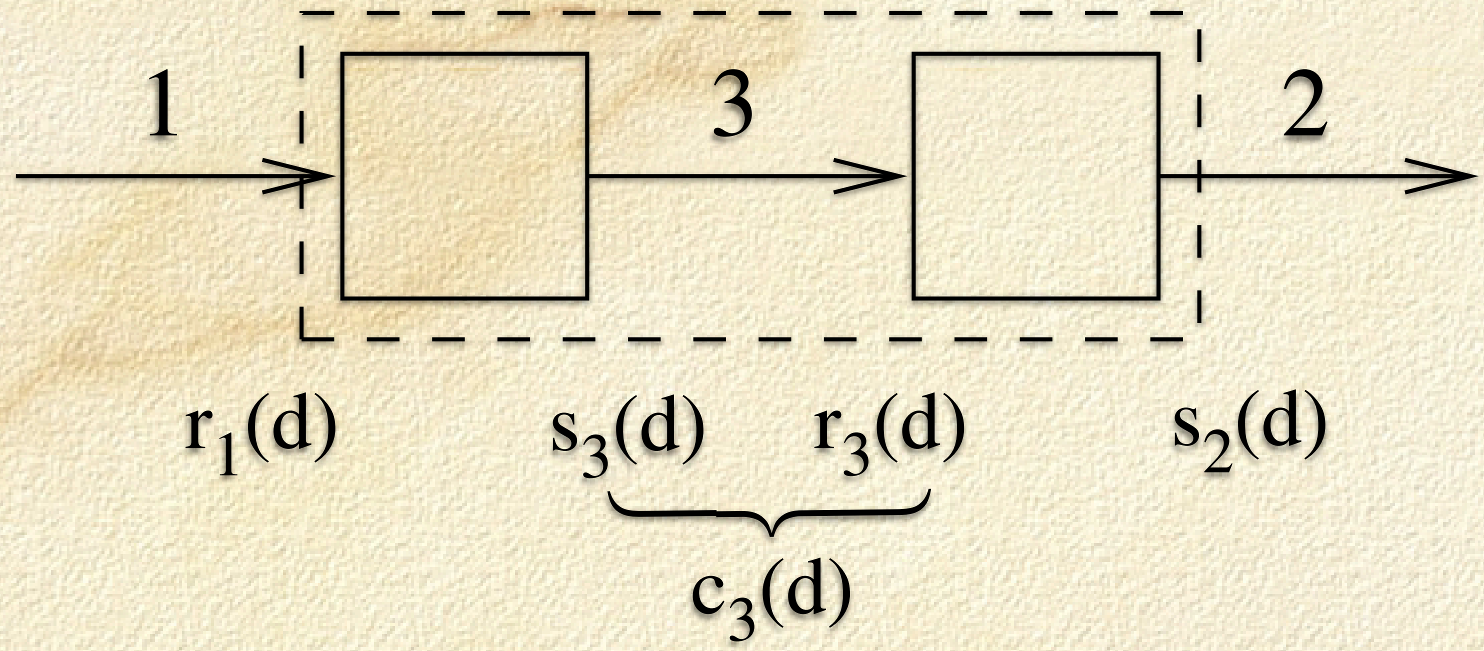


$$
\begin{aligned}
Q_1 &= \Sigma_{d\in\Delta} r_1\, s_3\, Q_1 \\
Q_2 &= \Sigma_{d\in\Delta} r_3\, s_2\, Q_2
\end{aligned}
$$

wobei $d \in \Delta$ weggelassen wird, d.h. wir tun so, als ob Δ nur ein Element enthalten würde:

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= r_1\, s_3\, Q_1 \\
Q_2 &= r_3\, s_2\, Q_2
\end{aligned}
$$

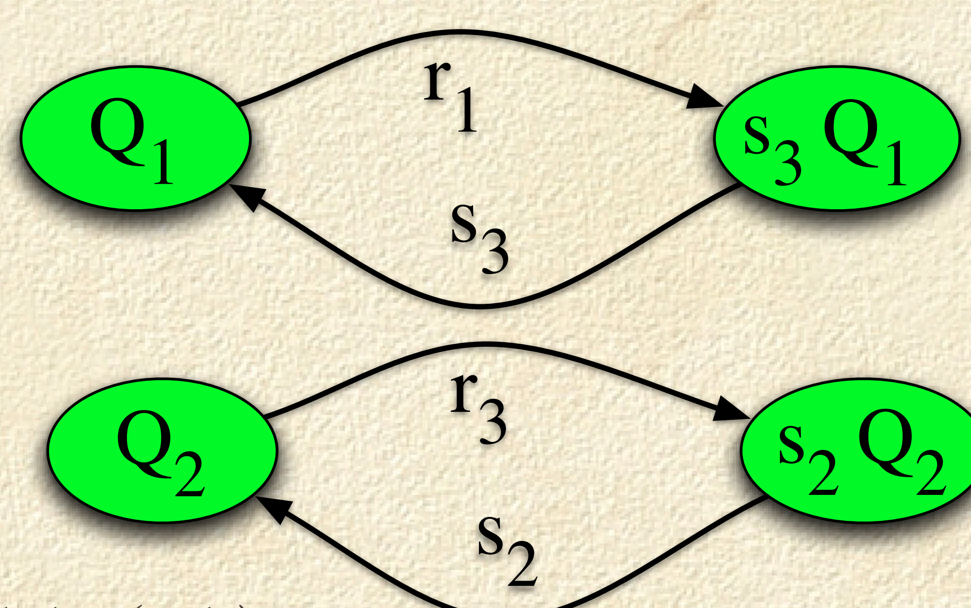


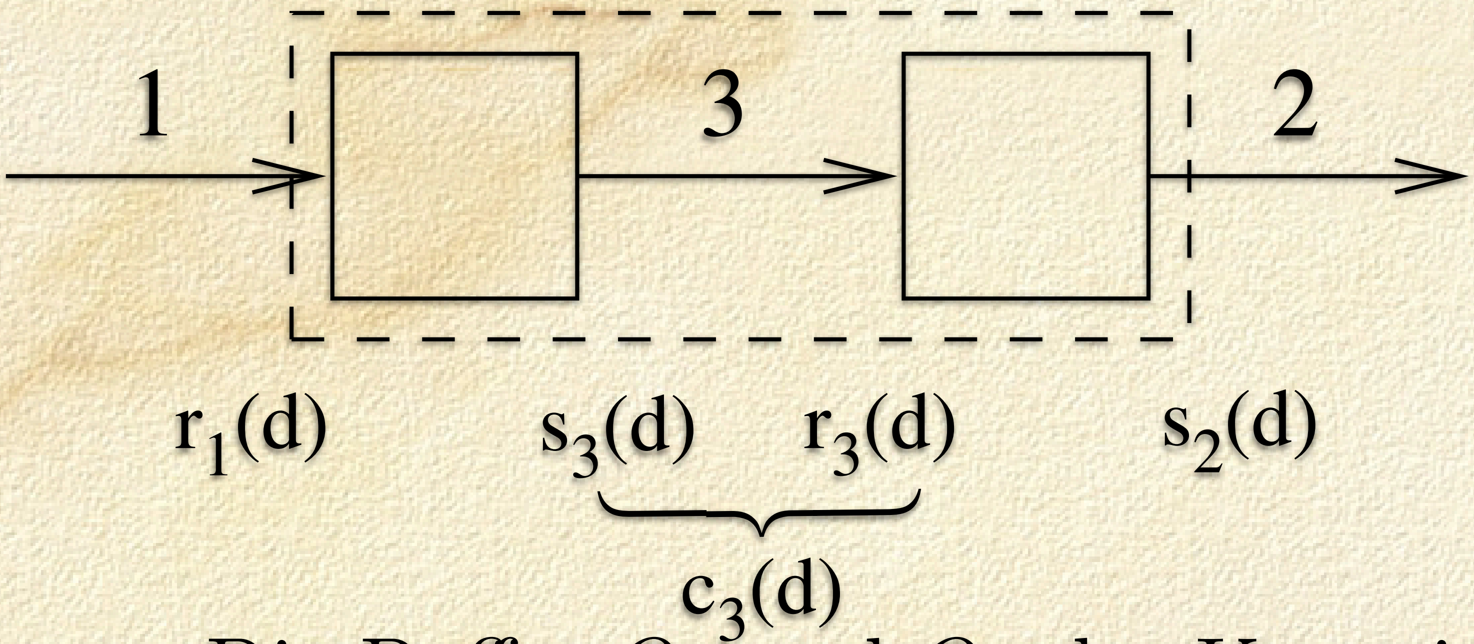


$$Q_1 \quad = \quad \Sigma_{d \in \Delta} r_1 \, s_3 \, Q_1$$
$$Q_2 \quad = \quad \Sigma_{d \in \Delta} r_3 \, s_2 \, Q_2$$

wobei $d \in \Delta$ weggelassen wird, d.h. wir tun so, als ob Δ nur ein Element enthalten würde:

$$Q_1 \quad = \quad r_1 \, s_3 \, Q_1$$
$$Q_2 \quad = \quad r_3 \, s_2 \, Q_2$$



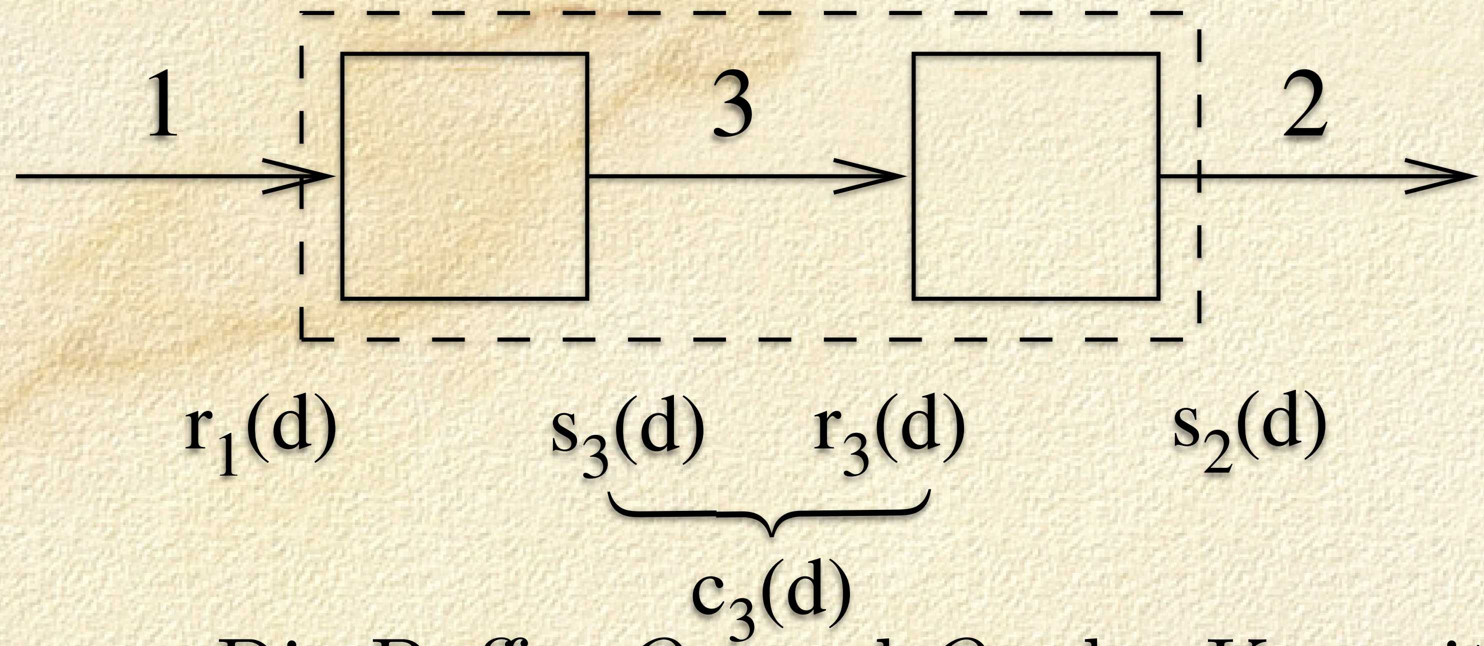


Die Puffer Q_1 und Q_2 der Kapazität 1 arbeiten parallel und sind durch die Aktion $\gamma(s_3, r_3) = c_3$ synchronisiert:

$$\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3, r_3\}}(Q_2 \| Q_1))$$

Wir beweisen, dass das gemeinsame Verhalten dasjenige eines Puffers der Kapazität 2 ist:

$$\begin{aligned} X &= r_1\, Y \\ Y &= r_1\, Z + s_2\, X \\ Z &= s_2\, Y \end{aligned}$$

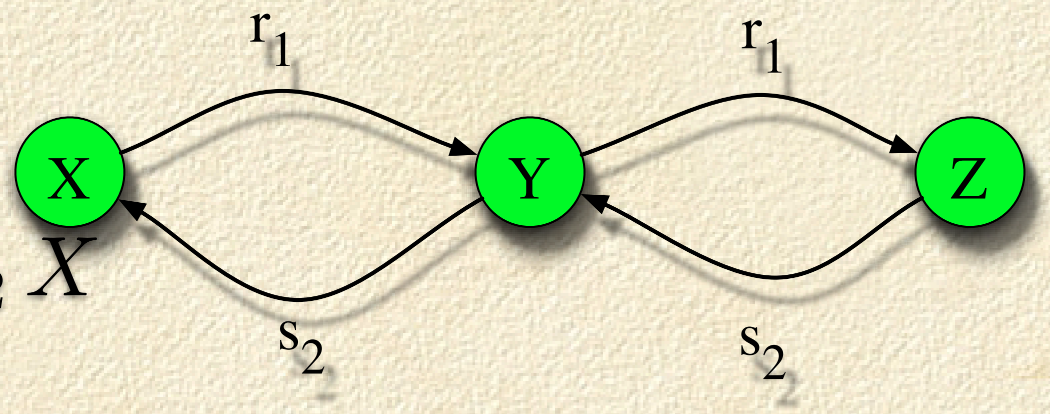


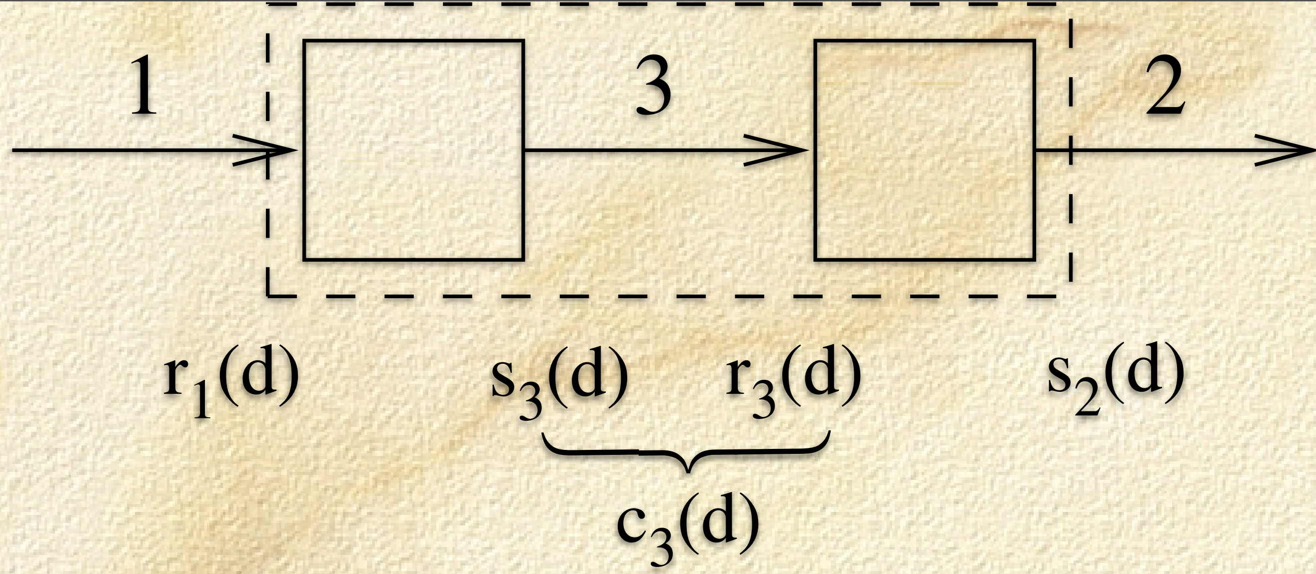
Die Puffer Q_1 und Q_2 der Kapazität 1 arbeiten parallel und sind durch die Aktion $\gamma(s_3, r_3) = c_3$ synchronisiert:

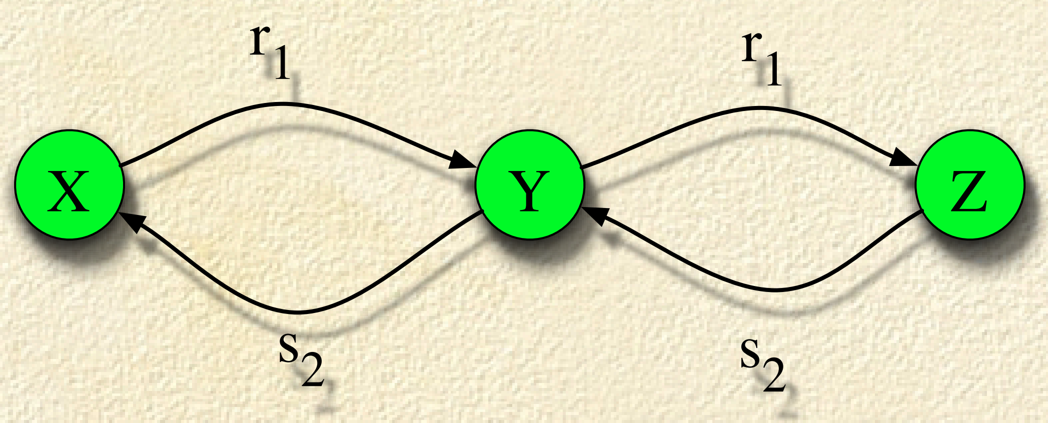
$$\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))$$

Wir beweisen, dass das gemeinsame Verhalten dasjenige eines Puffers der Kapazität 2 ist:

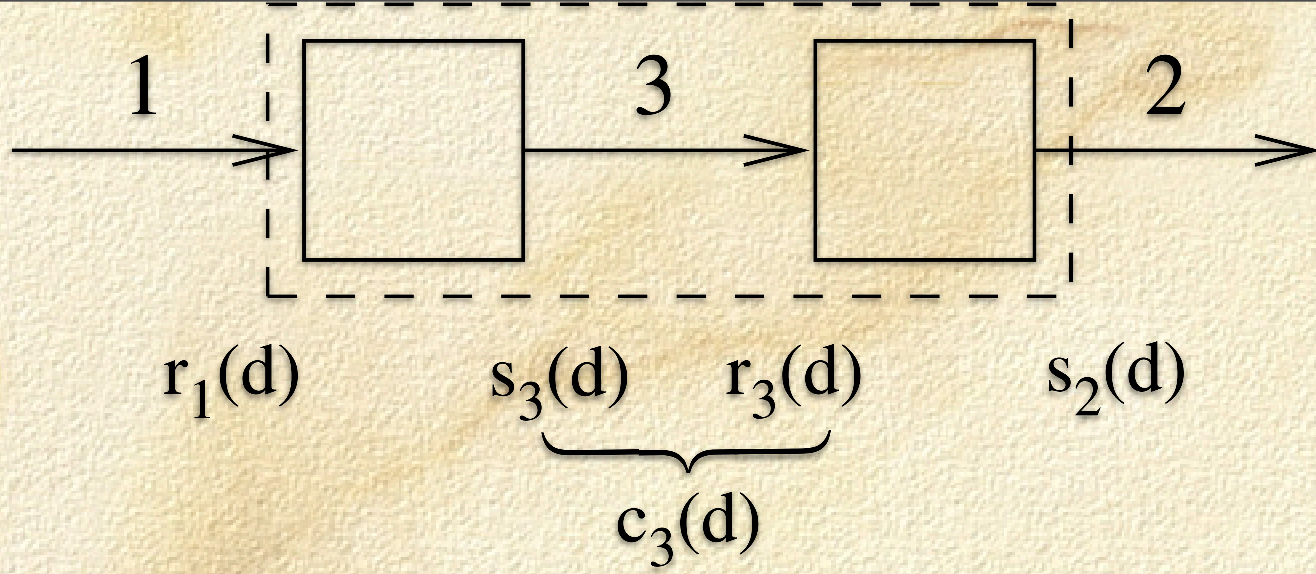
$$\begin{aligned} X &= r_1\, Y \\ Y &= r_1\, Z + s_2\, X \\ Z &= s_2\, Y \end{aligned}$$

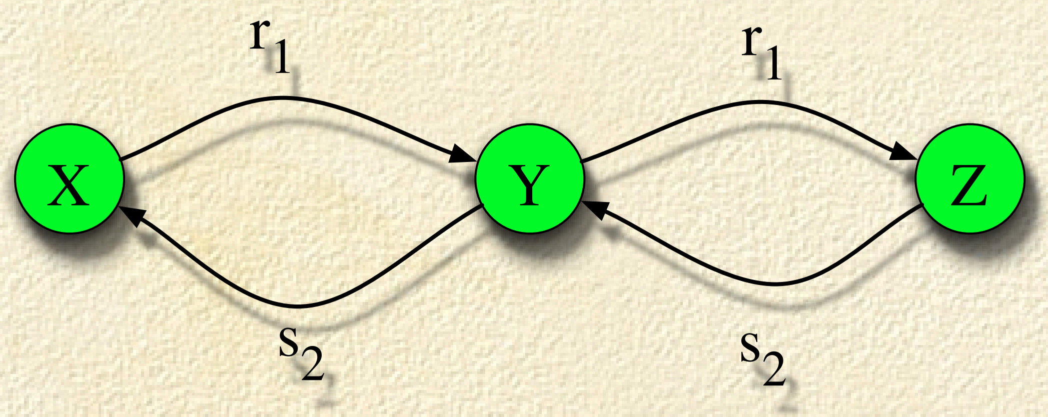




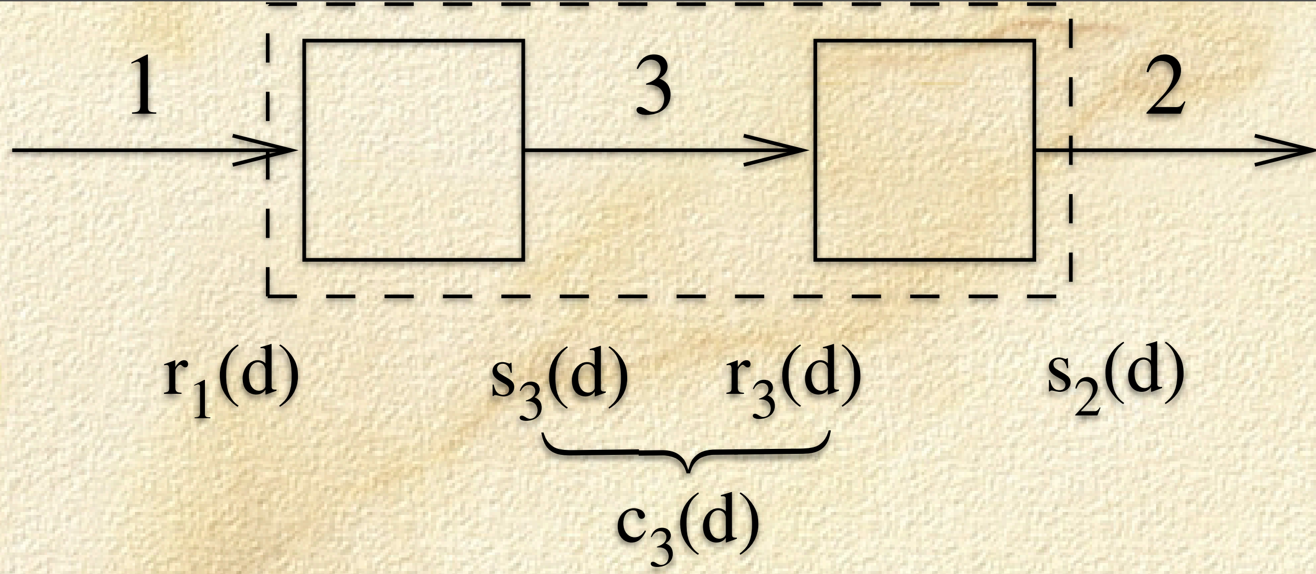


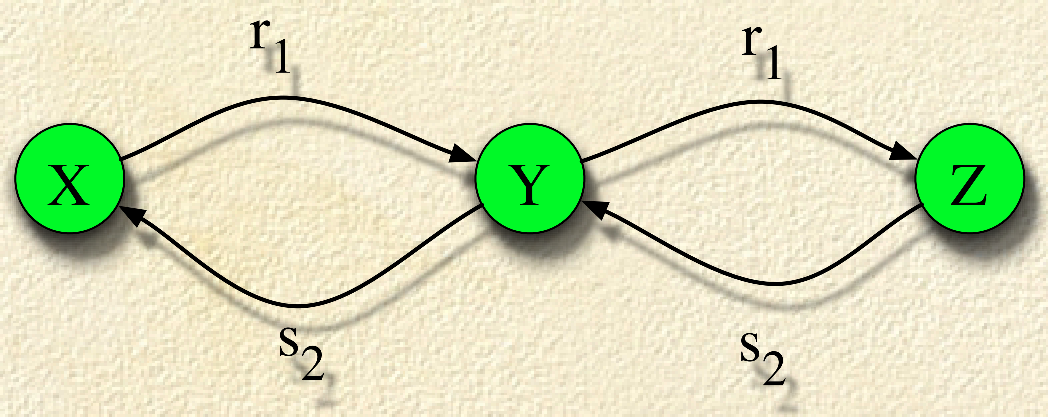
$$\begin{tikzcd}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1) \arrow[d, "r_1"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1) \| Q_2) \arrow[d, "c_3"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2Q_2)) \arrow[d, "r_1"] \arrow[uu, bend left=60, "s_2"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1) \| (s_2Q_2)) \arrow[uu, bend right=60, "s_2"']
\end{tikzcd}$$

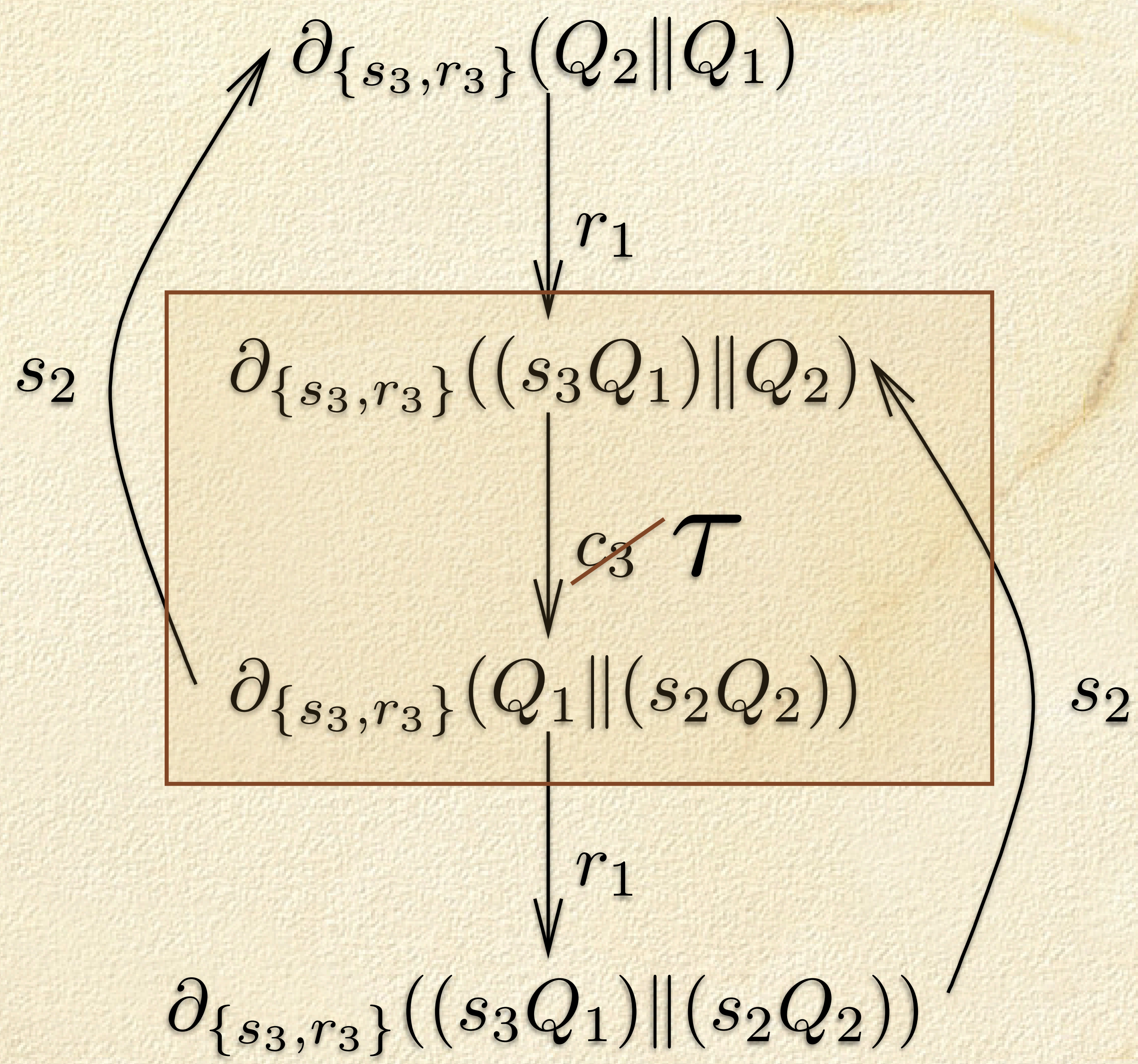


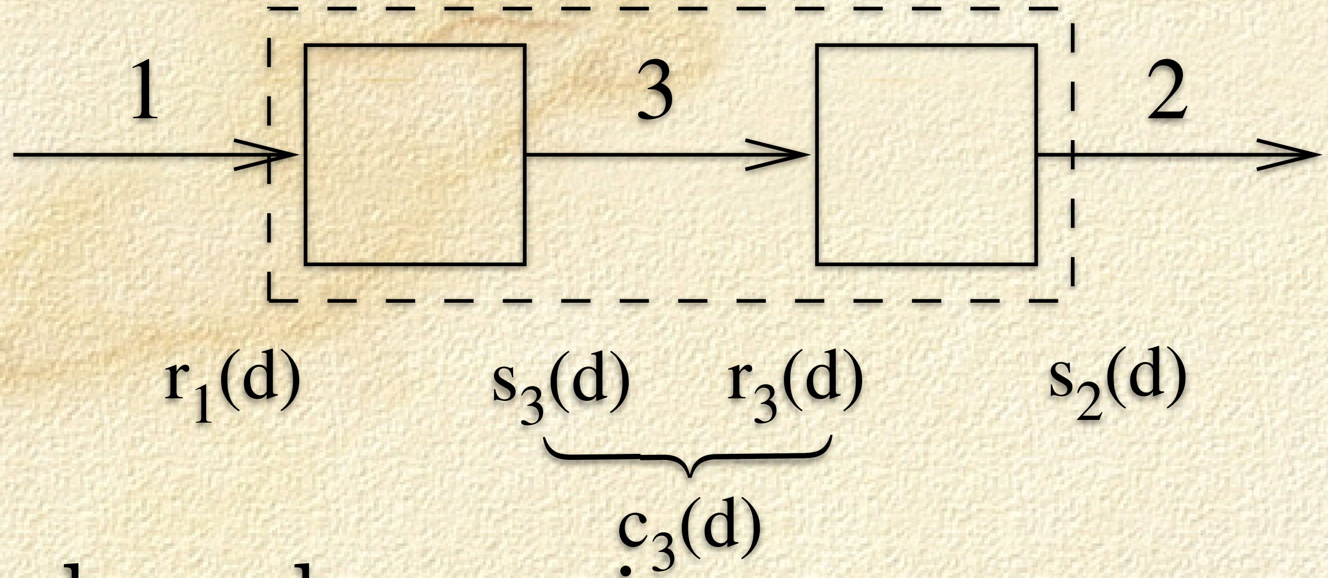


$$
\begin{tikzcd}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \arrow[d, "r_1"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \arrow[d, "\cancel{c_3}\ \tau"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \arrow[d, "r_1"] \arrow[uu, bend left, "s_2"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \arrow[uu, bend right, "s_2"']
\end{tikzcd}
$$


1
3
2
$r_1(d)$
$s_3(d)$
$r_3(d)$
$s_2(d)$
$c_3(d)$

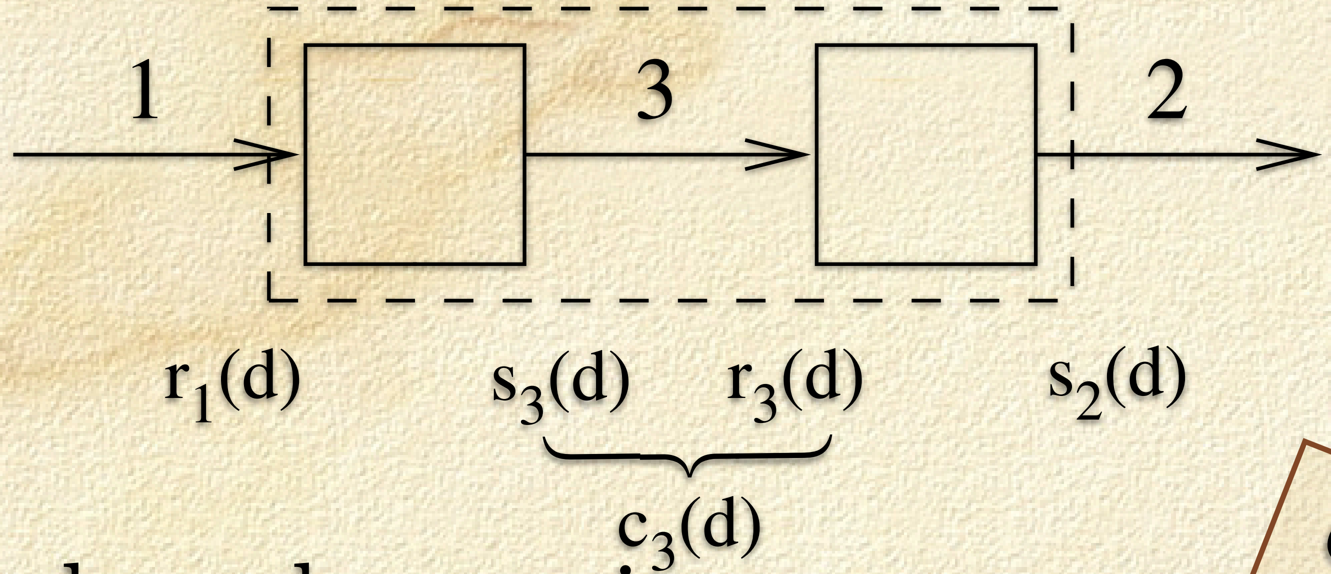

X
Y
Z
r_1
r_1
s_2
s_2


$\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1)$
r_1
$\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)$
$\cancel{c_3}\ \tau$
$\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2))$
r_1
$\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2))$
s_2
s_2



Als erstes berechnen wir:

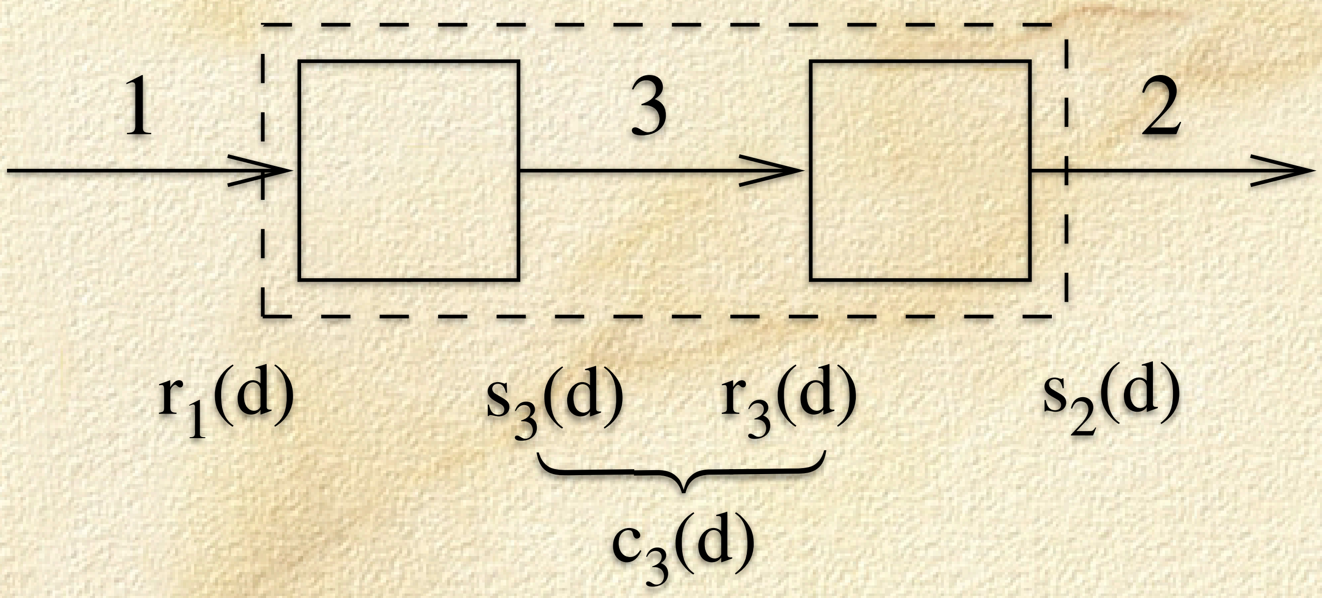
$$
\begin{aligned}
& Q_2 \| Q_1 \\
\overset{\text{M1}}{=}\; & Q_2 \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_1 + Q_1 \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_2 + Q_2 | Q_1 \\
\overset{\text{RDP}}{=}\; & (r_3 s_2 Q_2) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_1 + (r_1 s_3 Q_1) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_2 \\
& + (r_3 s_2 Q_2) | (r_1 s_3 Q_1) \\
\overset{\text{LM3,CM8}}{=}\; & r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
& + \delta \cdot ((s_2 Q_2) \| (s_3 Q_1)) \\
\overset{\text{A7,A6}}{=}\; & r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)
\end{aligned}
$$



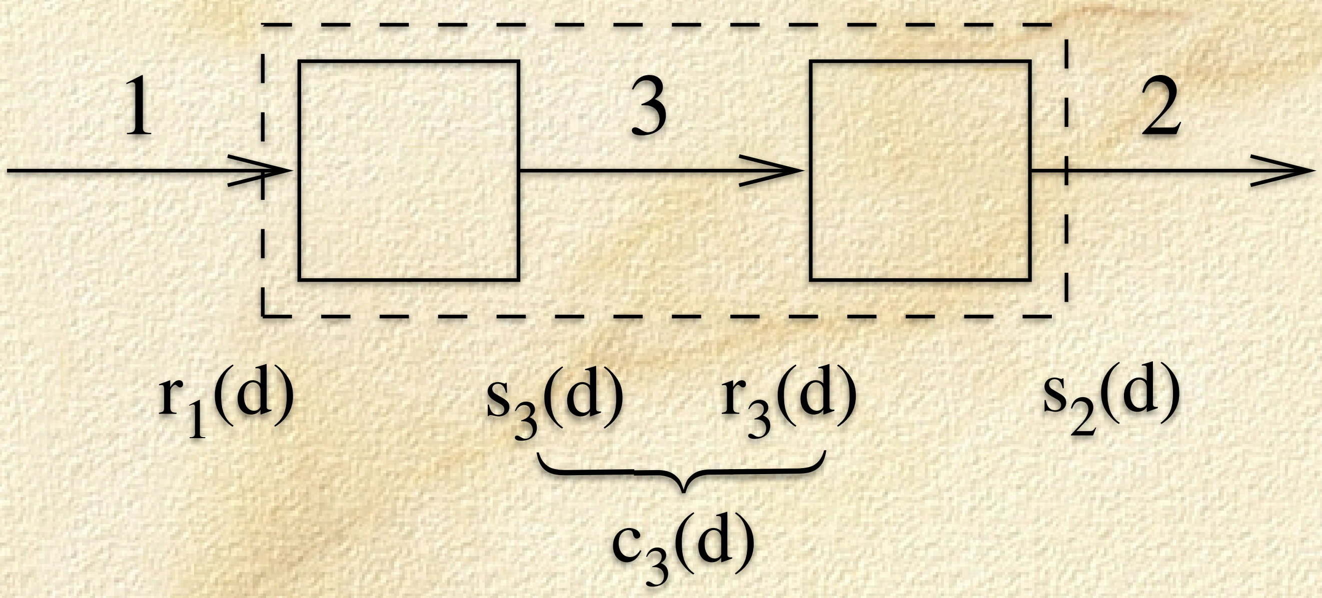
$$\begin{array}{lcl} Q_1 & = & r_1\, s_3\, Q_1 \\ Q_2 & = & r_3\, s_2\, Q_2 \end{array}$$

Als erstes berechnen wir:

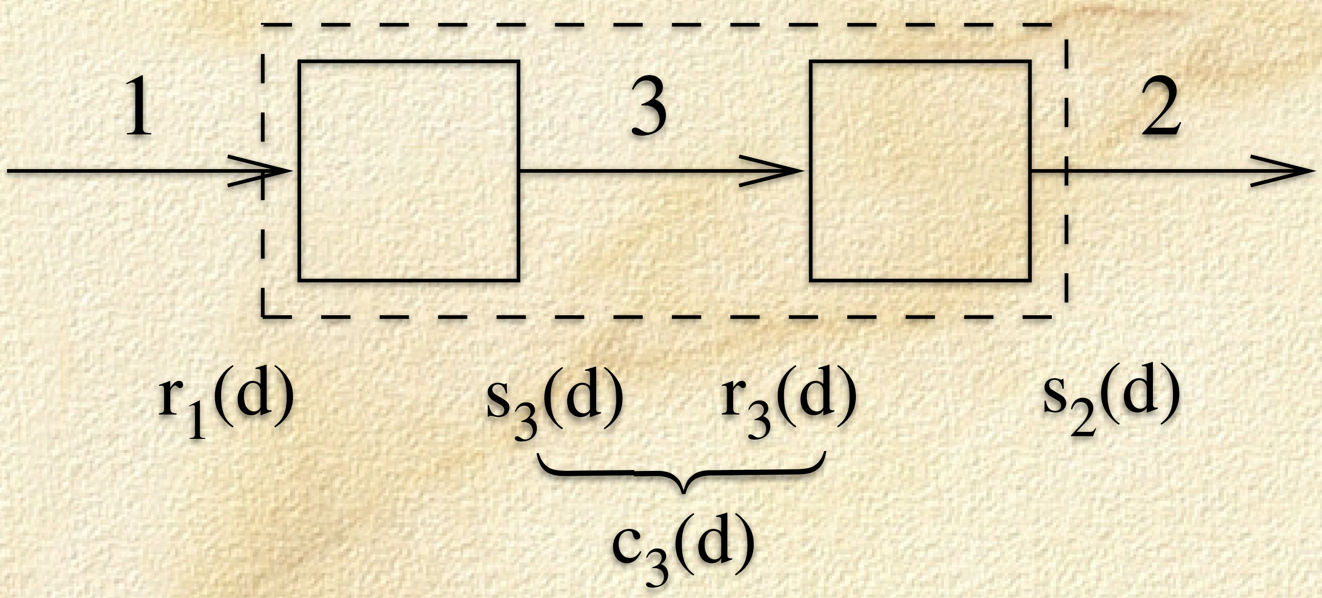
$$\begin{array}{ll}
& Q_2 \| Q_1 \\
\overset{\text{M1}}{=} & Q_2 \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_1 + Q_1 \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_2 + Q_2 | Q_1 \\
\overset{\text{RDP}}{=} & (r_3 s_2 Q_2) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_1 + (r_1 s_3 Q_1) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} Q_2 \\
& + (r_3 s_2 Q_2) | (r_1 s_3 Q_1) \\
\overset{\text{LM3,CM8}}{=} & r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
& + \delta \cdot ((s_2 Q_2) \| (s_3 Q_1)) \\
\overset{\text{A7,A6}}{=} & r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)
\end{array}$$



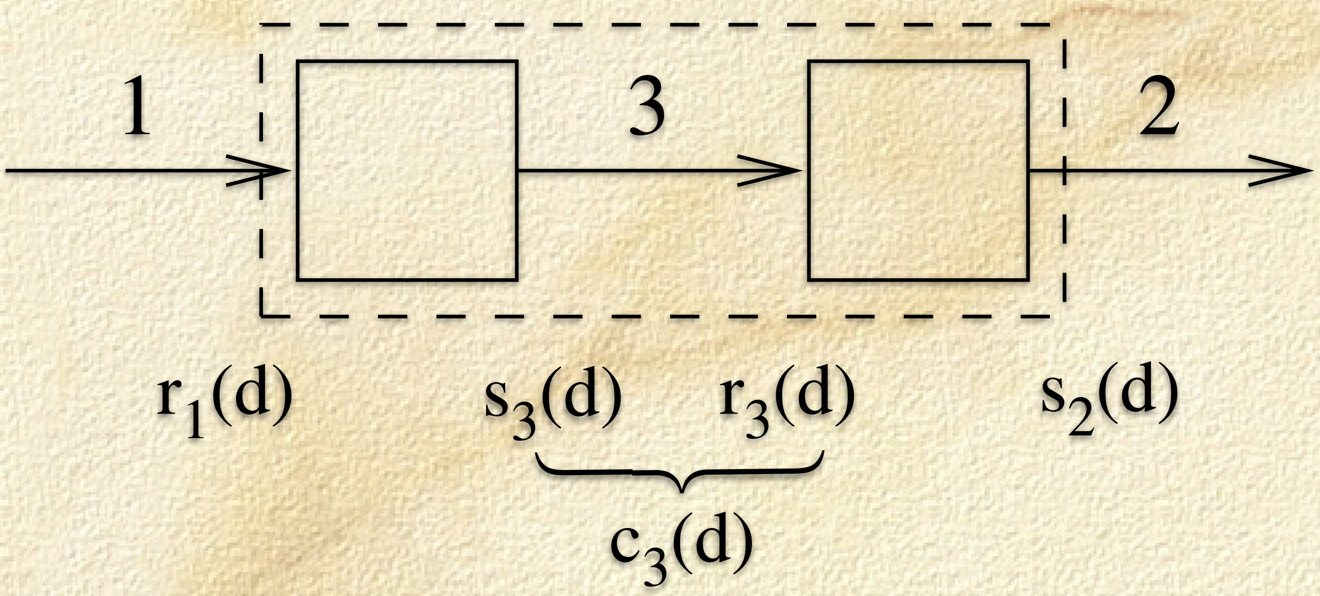
$$
\begin{aligned}
& \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1)) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & \delta \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)
\end{aligned}
$$

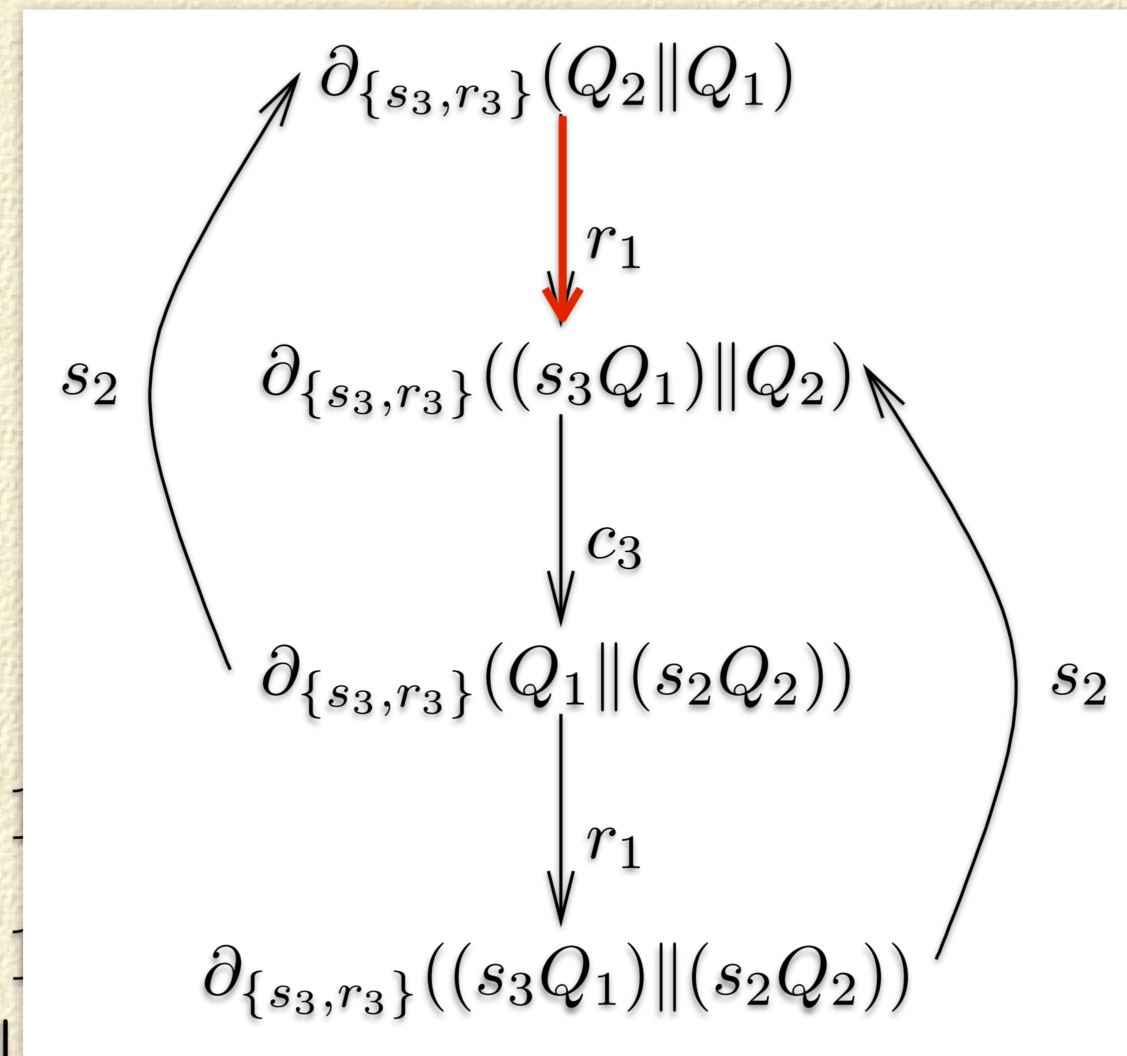


$$
\begin{aligned}
& \boxed{\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)} \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1)) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & \delta \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)
\end{aligned}
$$

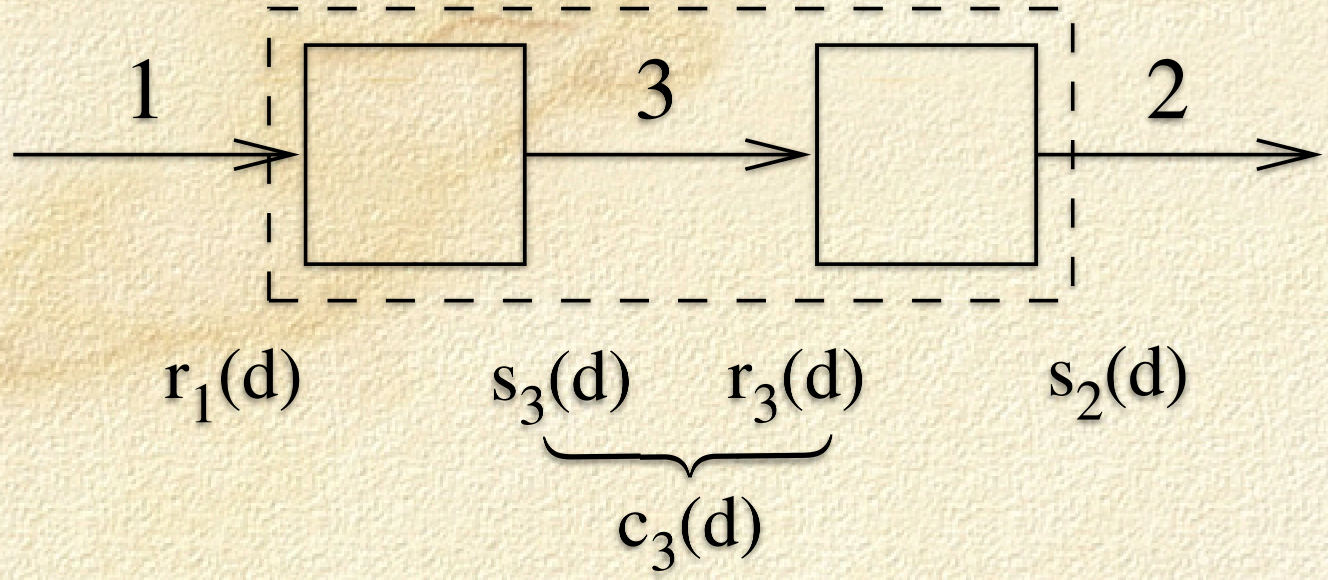


$$
\begin{aligned}
& \boxed{\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)} \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1) + r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3 \cdot ((s_2 Q_2) \| Q_1)) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1 \cdot ((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1) \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & \delta \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2 Q_2) \| Q_1) \\
& + r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2) \\
= \quad & \boxed{r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)}
\end{aligned}
$$





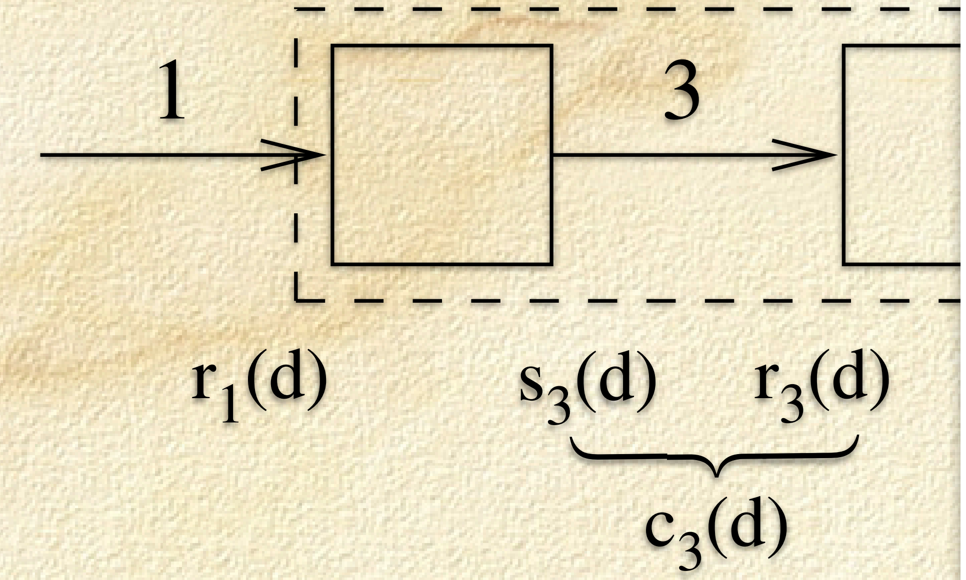
$$
\begin{aligned}
& \boxed{\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1)} \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3\cdot((s_2Q_2)\|Q_1 \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3\cdot((s_2Q_2)\|Q \\
& +\partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1\cdot((s_3Q_1)\|Q_2)) \\
= \quad & \partial_{\{s_3,r_3\}}(r_3)\cdot\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2Q_2)\|Q_1) \\
& +\partial_{\{s_3,r_3\}}(r_1)\cdot\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \\
= \quad & \delta\cdot\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_2Q_2)\|Q_1) \\
& +r_1\cdot\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \\
= \quad & \boxed{r_1\cdot\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)}
\end{aligned}
$$

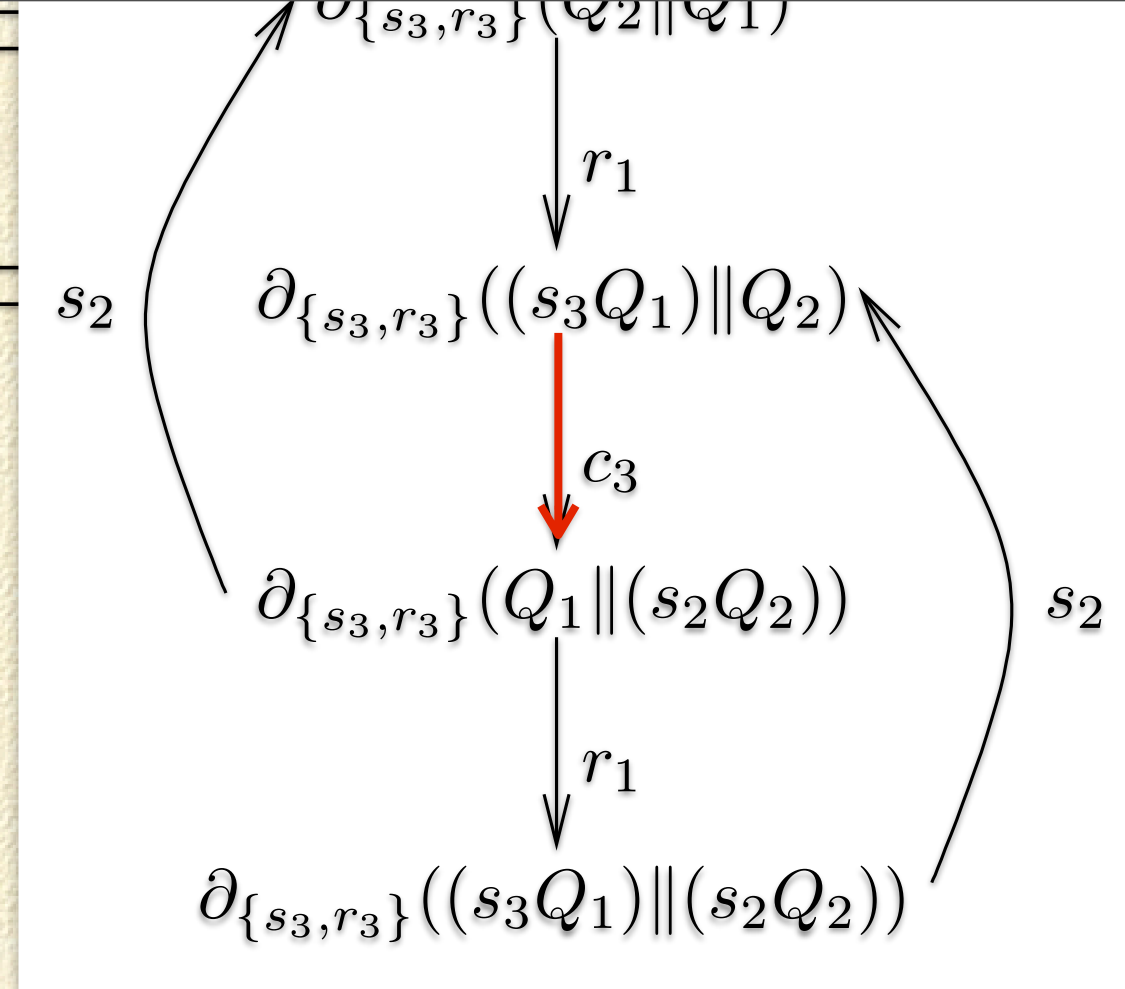


$$\boxed{\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)} = \boxed{c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2))}$$

$$\begin{aligned}\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \\ &\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1)\end{aligned}$$

$$\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) = s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)$$

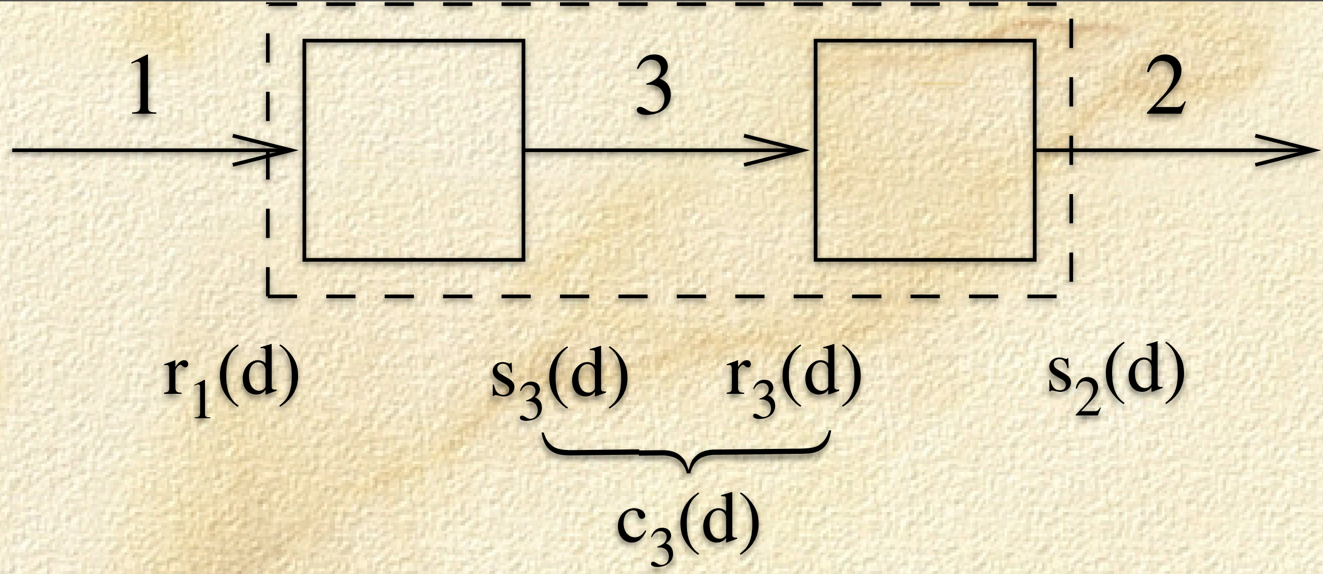




$$\boxed{\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)} = \boxed{c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2))}$$

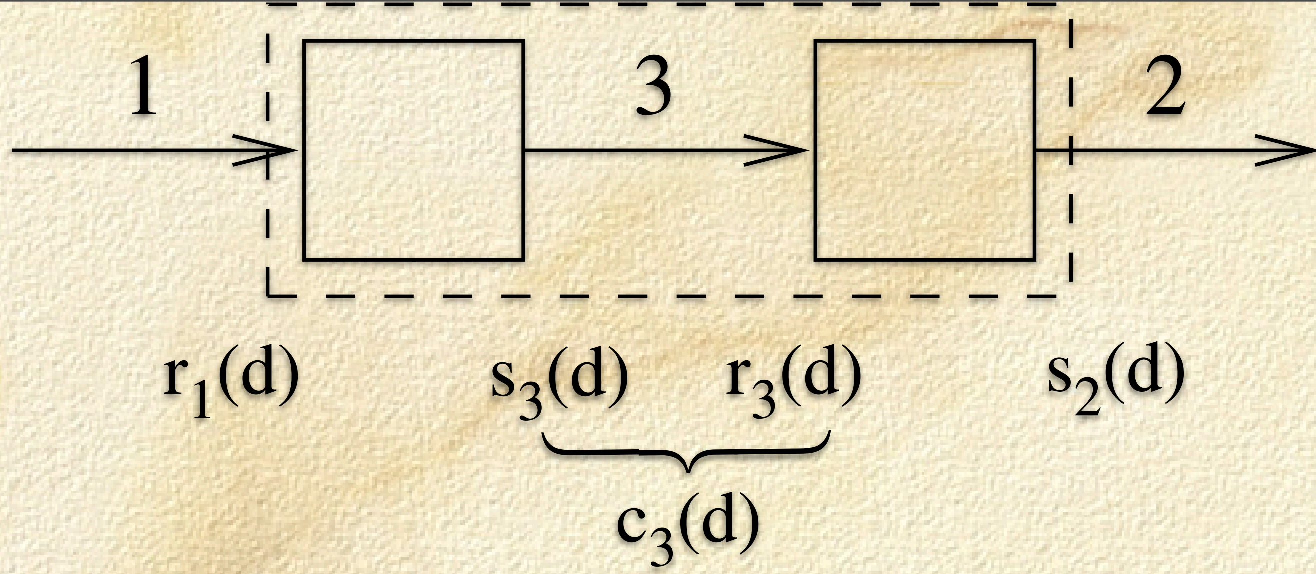
$$\begin{aligned} \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \\ &\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \end{aligned}$$

$$\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) = s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)$$



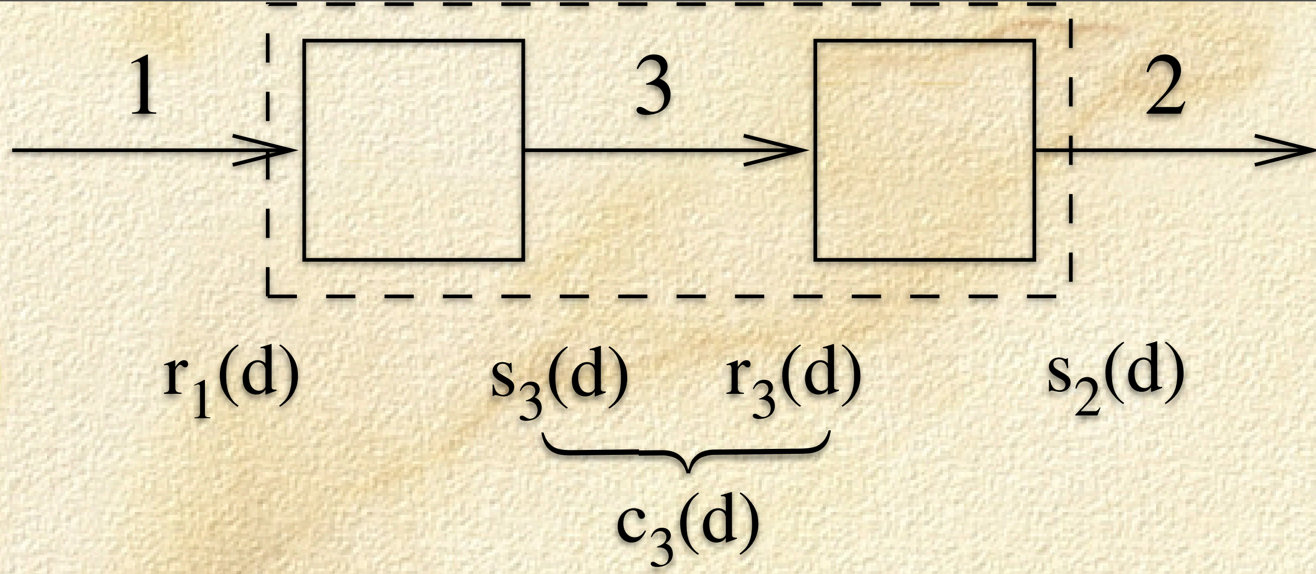
$$\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \quad = \quad r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)$$

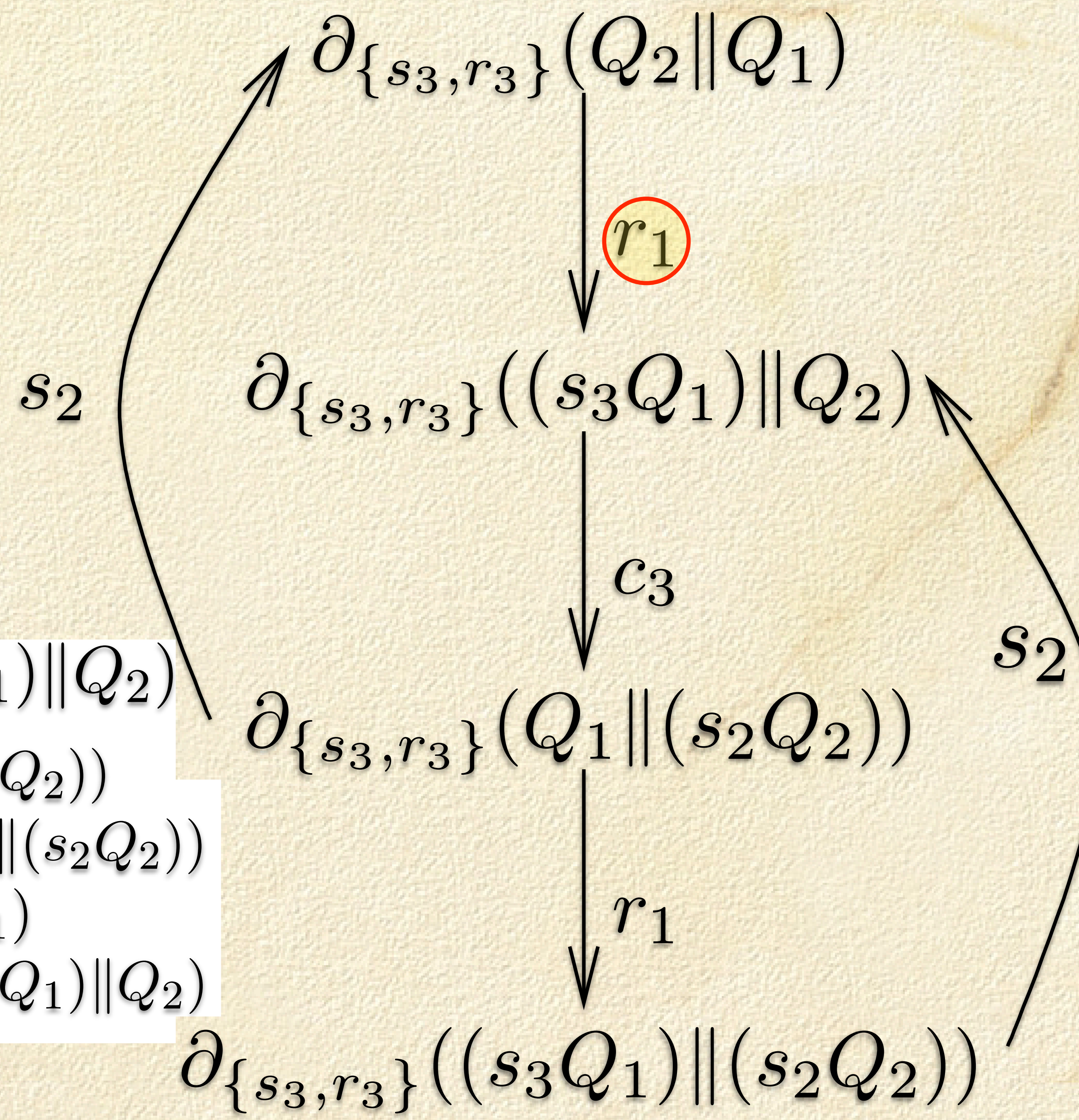
$$\begin{aligned}
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) &= c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \\
&\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) &= s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)
\end{aligned}$$



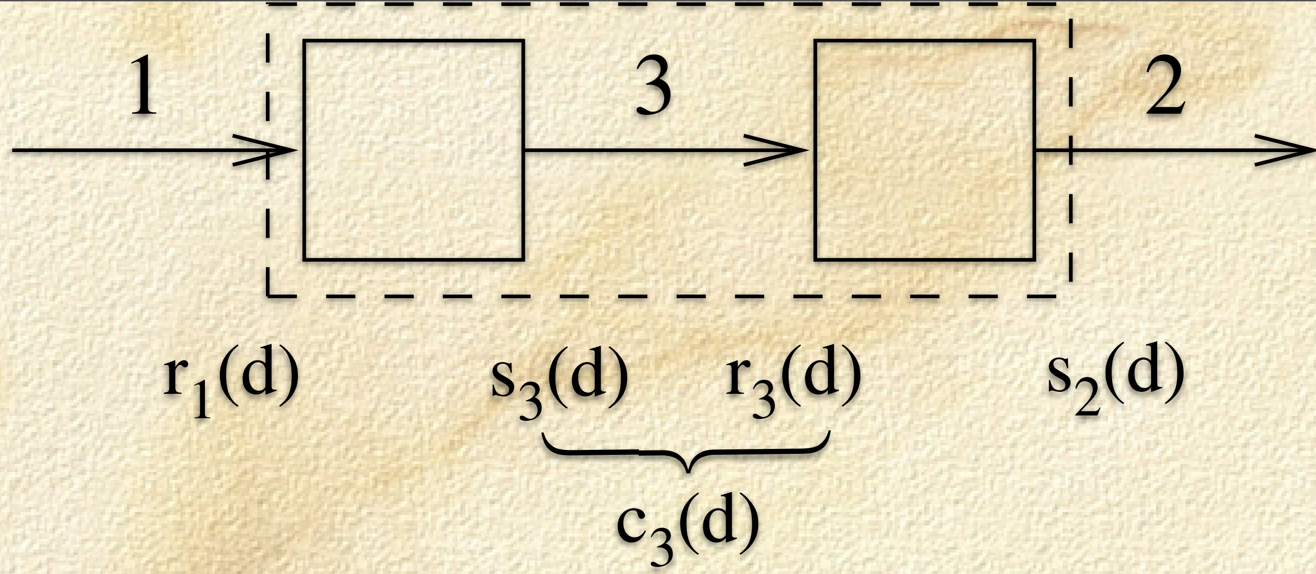
$$
\begin{tikzcd}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \arrow[d, "r_1"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \arrow[d, "c_3"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \arrow[d, "r_1"] \arrow[uu, bend left, "s_2"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \arrow[uu, bend right, "s_2"']
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{aligned}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) &= c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \\
&\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) &= s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)
\end{aligned}
$$





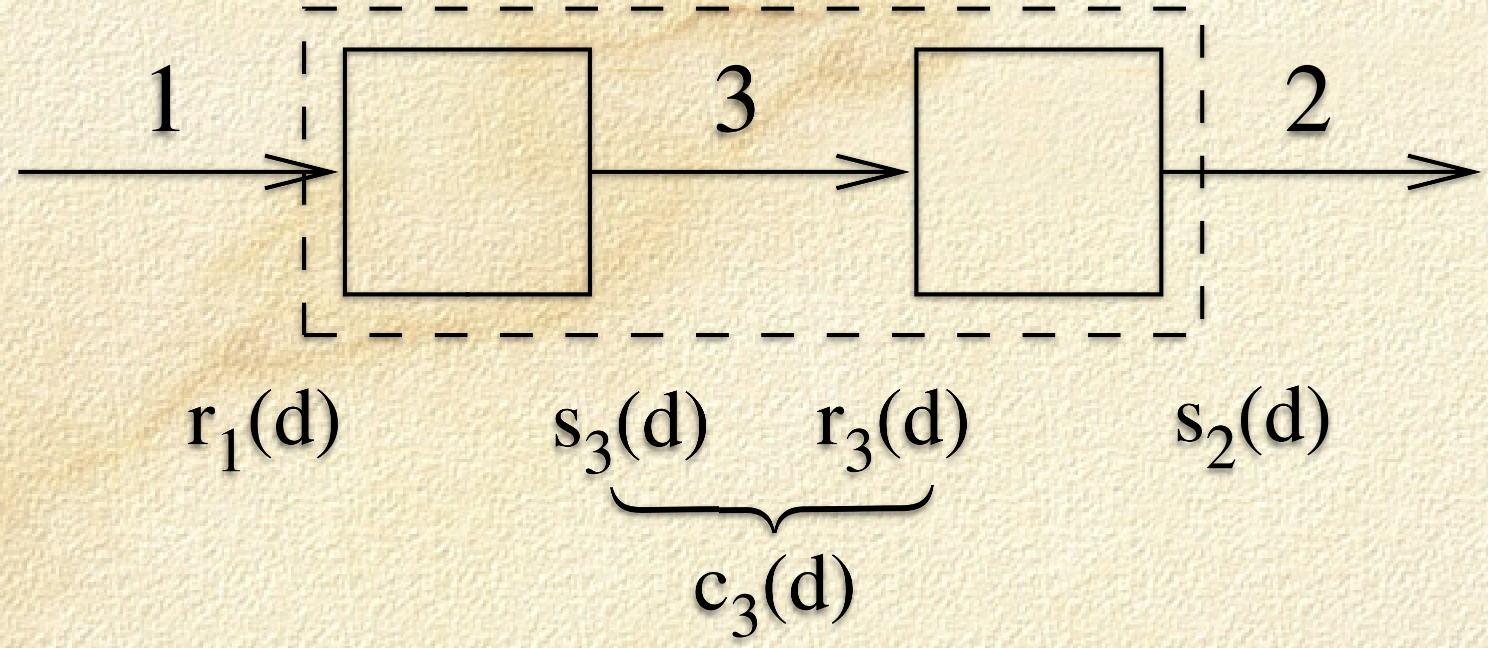
$$
\begin{aligned}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) &= c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \\
&\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) &= s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)\\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) &= c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2))\\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) &= r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2))\\
&\quad + s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1)\\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) &= s_2 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{tikzcd}
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2\|Q_1) \arrow[d, "r_1"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|Q_2) \arrow[d, "c_3"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1\|(s_2Q_2)) \arrow[d, "r_1"] \arrow[uu, bend left=60, "s_2"] \\
\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3Q_1)\|(s_2Q_2)) \arrow[uu, bend right=60, "s_2"']
\end{tikzcd}
$$

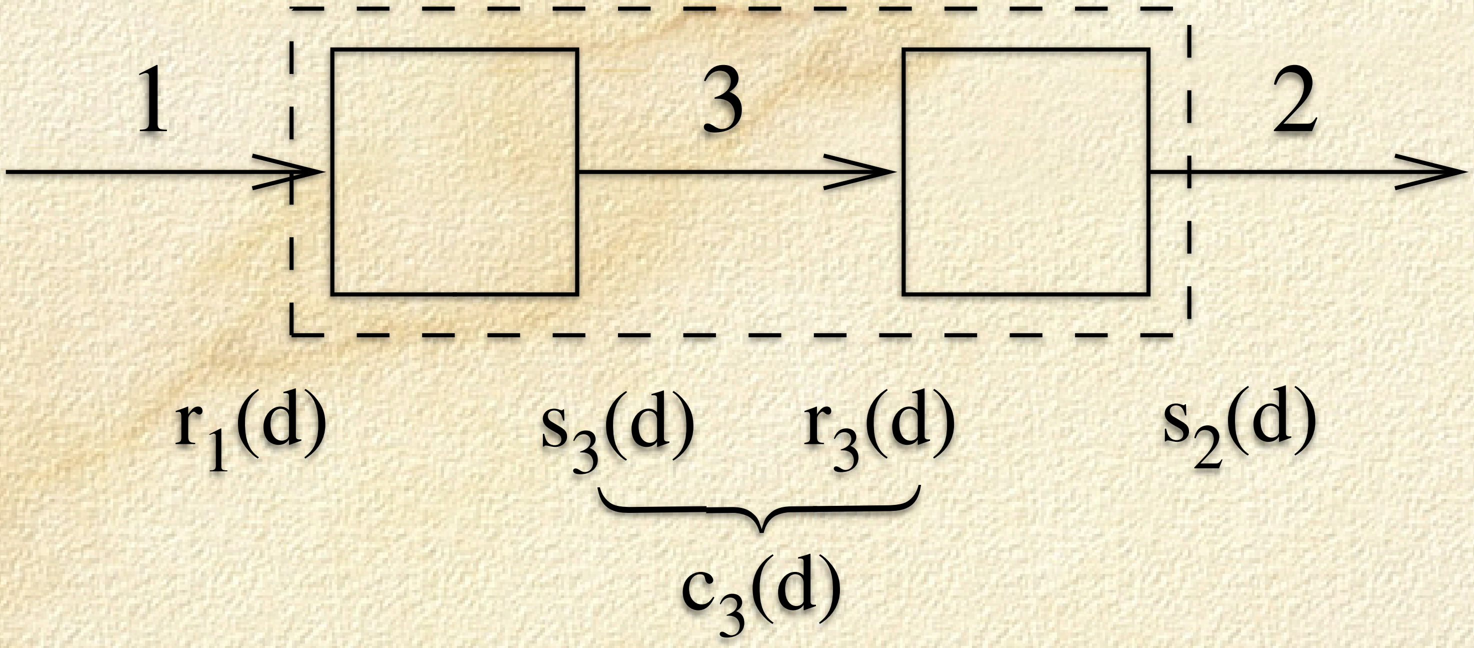
Thursday, January 13, 2011



$$
\begin{aligned}
X &= r_1\,Y \\
Y &= r_1\,Z + s_2\,X \\
Z &= s_2\,Y
\end{aligned}
$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

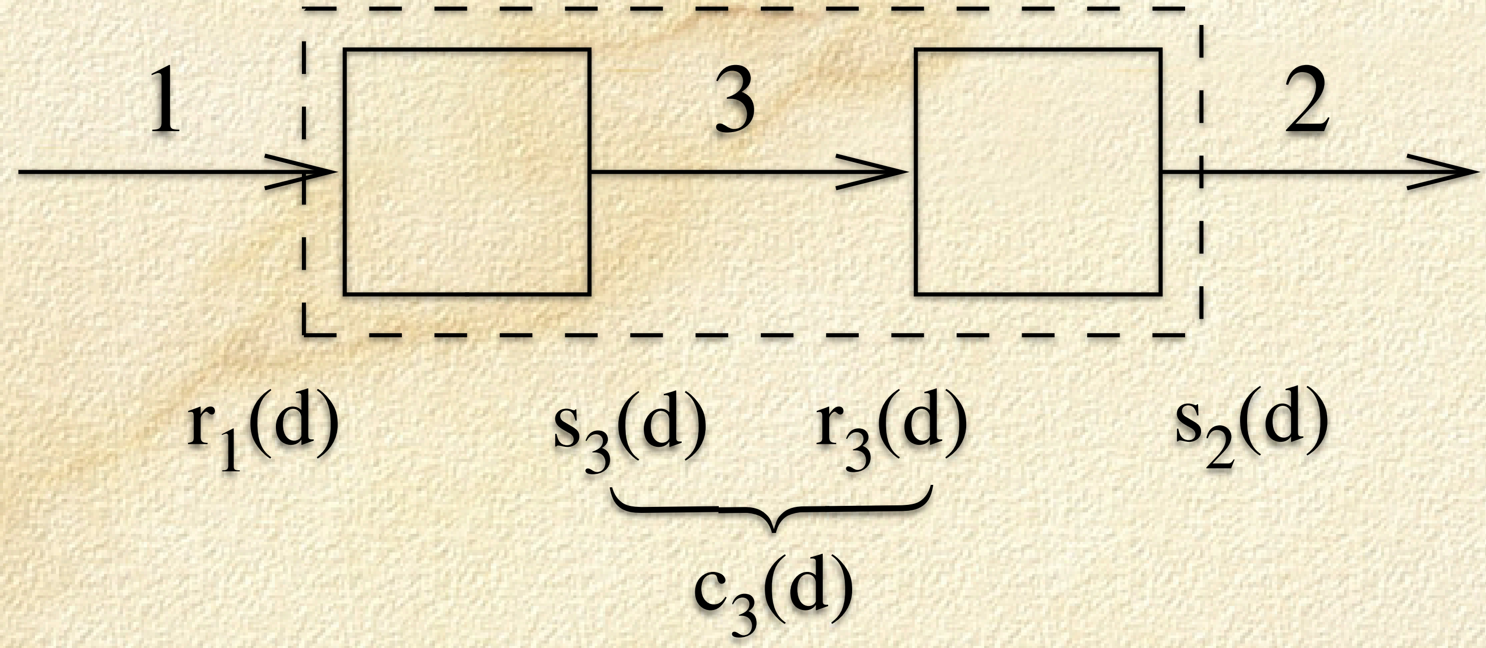
$$
\begin{aligned}
& \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)) \\
= \;& \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \;& r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \;& r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \;& r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \;& r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))
\end{aligned}
$$



$$
\begin{array}{rcl}
X & = & r_1\, Y \\
Y & = & r_1\, Z + s_2\, X \\
Z & = & s_2\, Y
\end{array}
$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

$$
\begin{array}{rl}
 & \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \\
= & \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= & r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))
\end{array}
$$

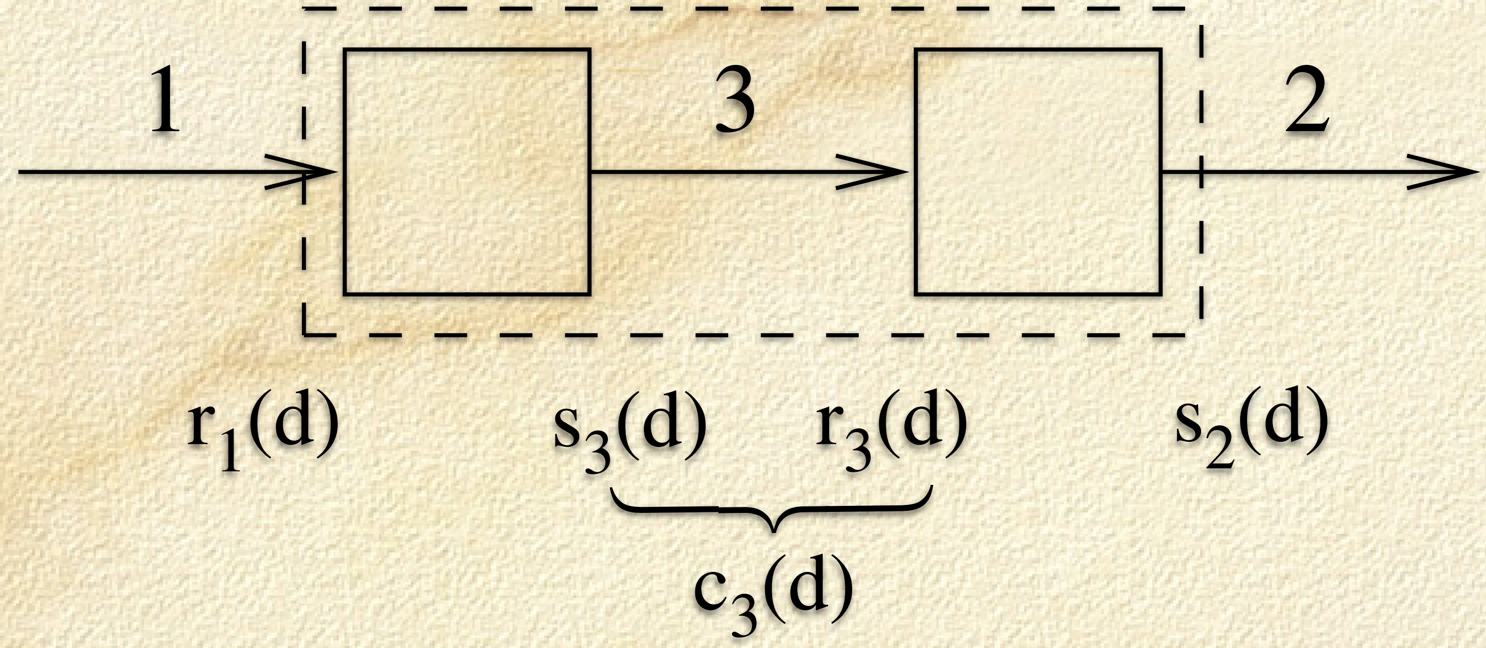


$$\begin{aligned} X &= r_1\,Y \\ Y &= r_1\,Z + s_2\,X \\ Z &= s_2\,Y \end{aligned}$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

$$\begin{aligned}
& \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \\
= \quad & \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \quad & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \quad & r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \quad & r_1 \cdot \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}
\end{aligned}$$

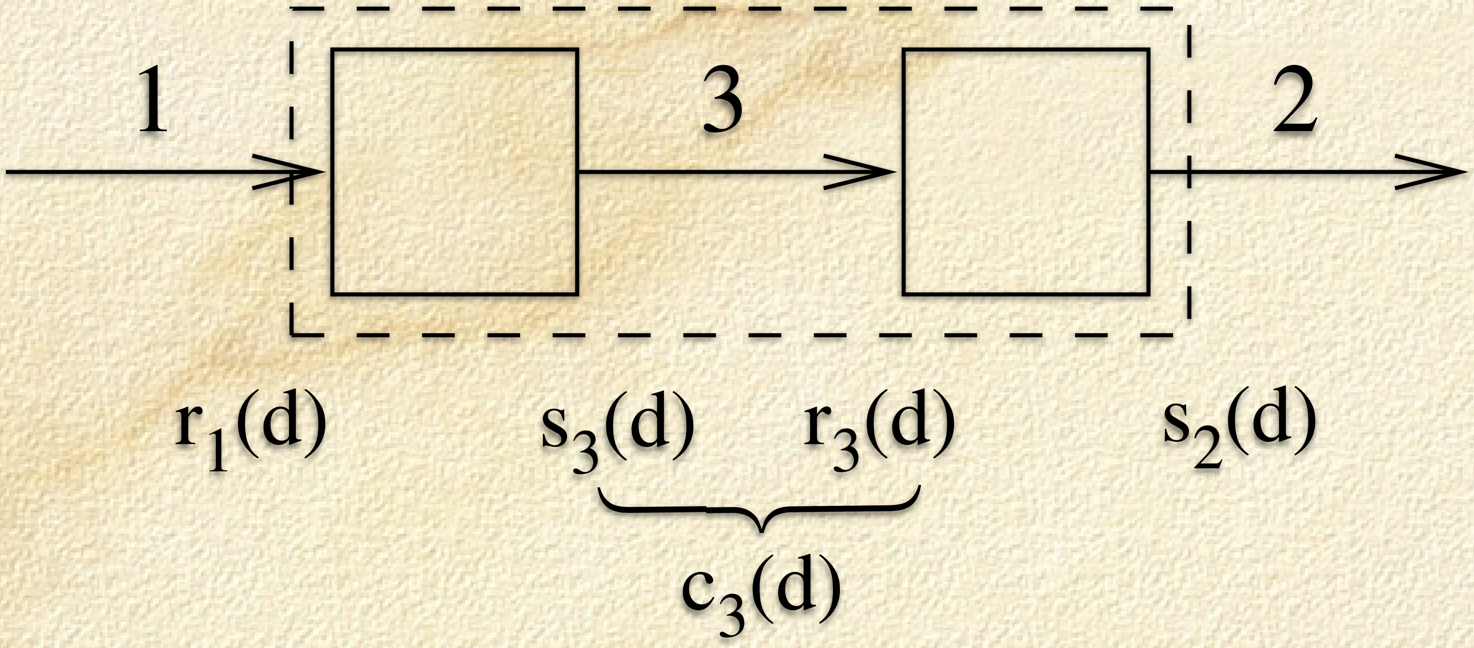
Thursday, January 13, 2011



$$
\begin{aligned}
X &= r_1\, Y \\
Y &= r_1\, Z + s_2\, X \\
Z &= s_2\, Y
\end{aligned}
$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

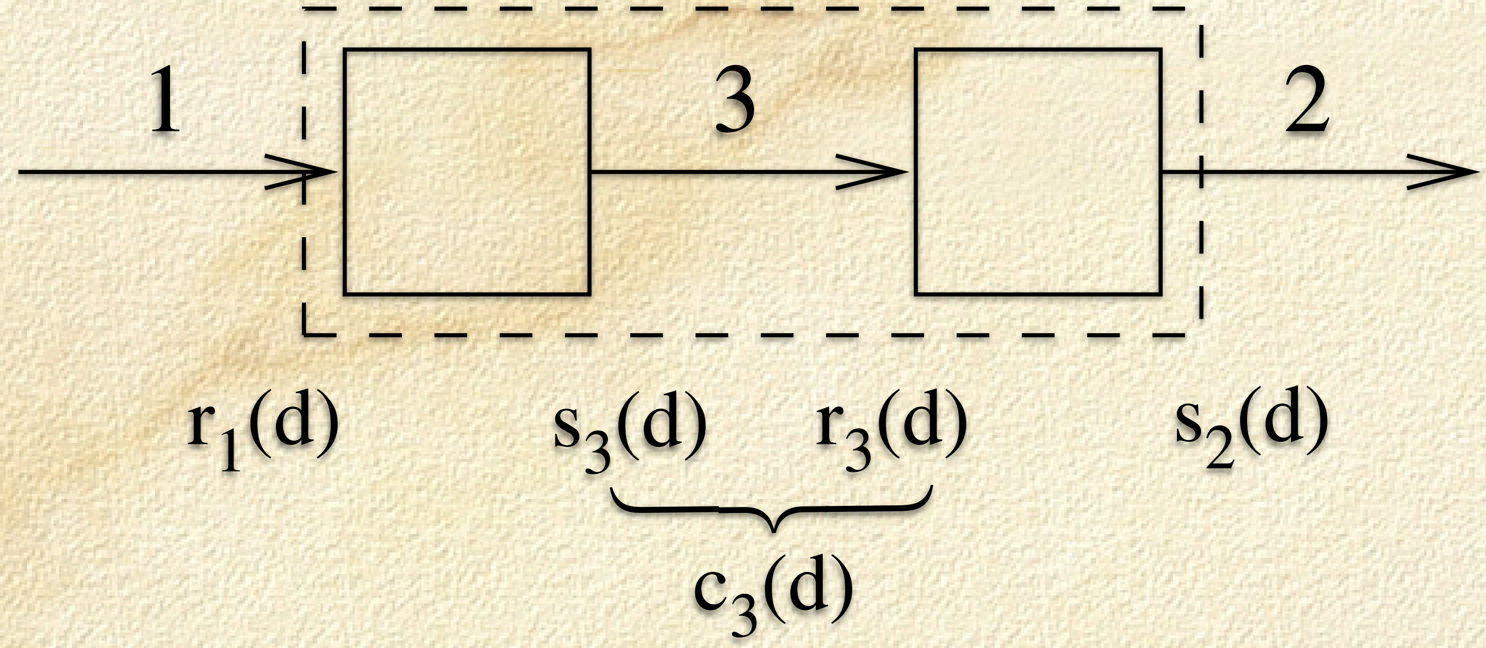
$$
\begin{aligned}
& \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \\
= \;& \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \;& r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \;& r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \;& r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \;& r_1 \cdot \underbrace{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}}_{Y}
\end{aligned}
$$



$$\begin{array}{rcl} X & = & r_1\, Y \\ Y & = & r_1\, Z + s_2\, X \\ Z & = & s_2\, Y \end{array}$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

$$\begin{array}{rl} & \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \quad \mathrm{X} \\ = & \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\ = & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\ = & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\ = & r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\ = & r_1 \cdot \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{Y} \end{array}$$



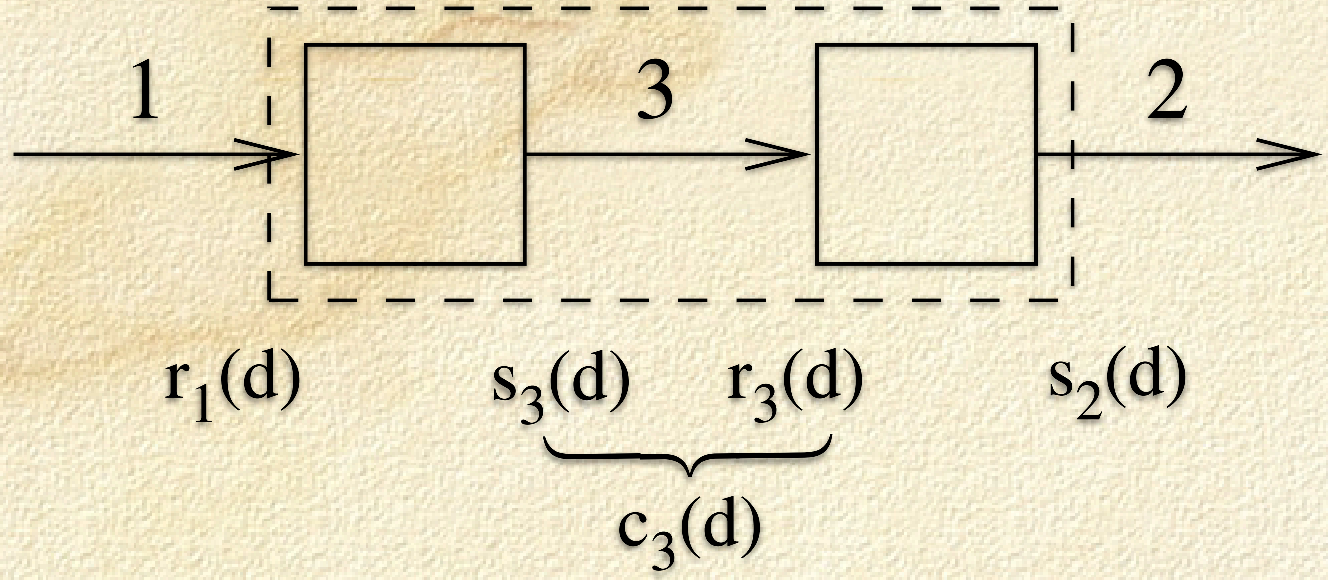
$$\boxed{X = r_1\, Y}$$
$$Y = r_1\, Z + s_2\, X$$
$$Z = s_2\, Y$$

Die Axiome für die τ-Aktion und Abstraktion ergeben:

X

$$
\begin{aligned}
& \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \\
= \; & \tau_{\{c_3\}}(r_1 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \; & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| Q_2)) \\
= \; & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(c_3 \cdot \partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \; & r_1 \cdot \tau \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
= \; & r_1 \cdot \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}
\end{aligned}
$$

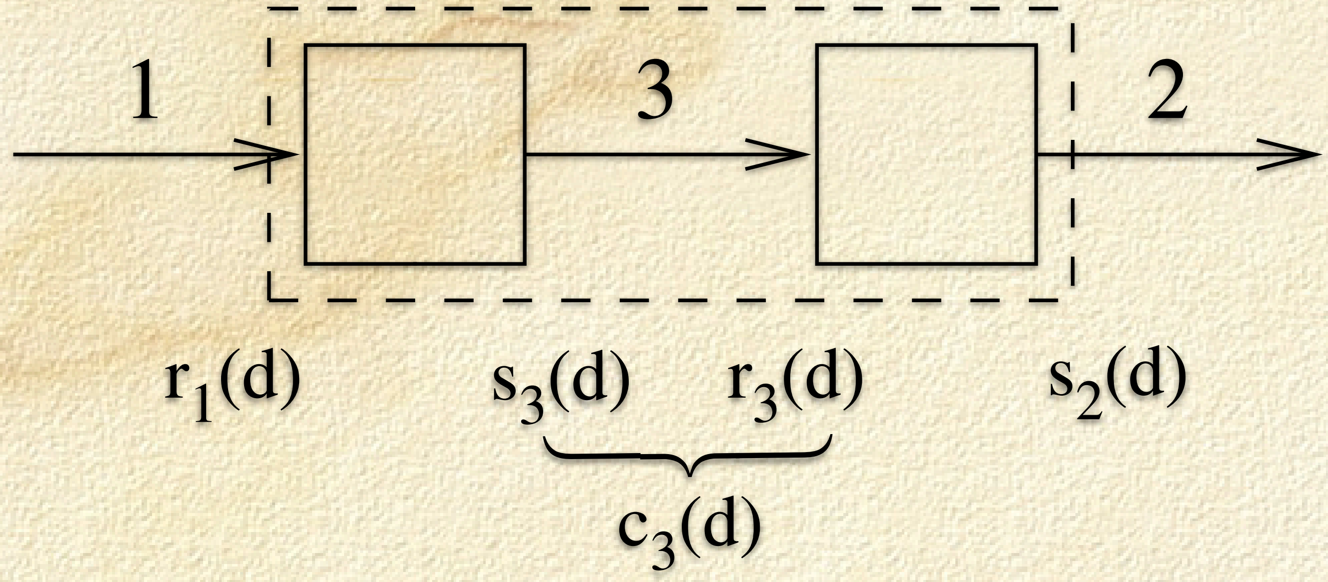
Y



$$\begin{aligned} X &= r_1\, Y \\ Y &= r_1\, Z + s_2\, X \\ Z &= s_2\, Y \end{aligned}$$

Weiter rechnen wir:

$$\begin{aligned} \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \; = & \\ & r_1 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2))) \\ & + s_2 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)) \\ \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2))) \; = & \\ & s_2 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X &= r_1\, Y \\ Y &= r_1\, Z + s_2\, X \\ Z &= s_2\, Y \end{aligned}$$

Weiter rechnen wir:

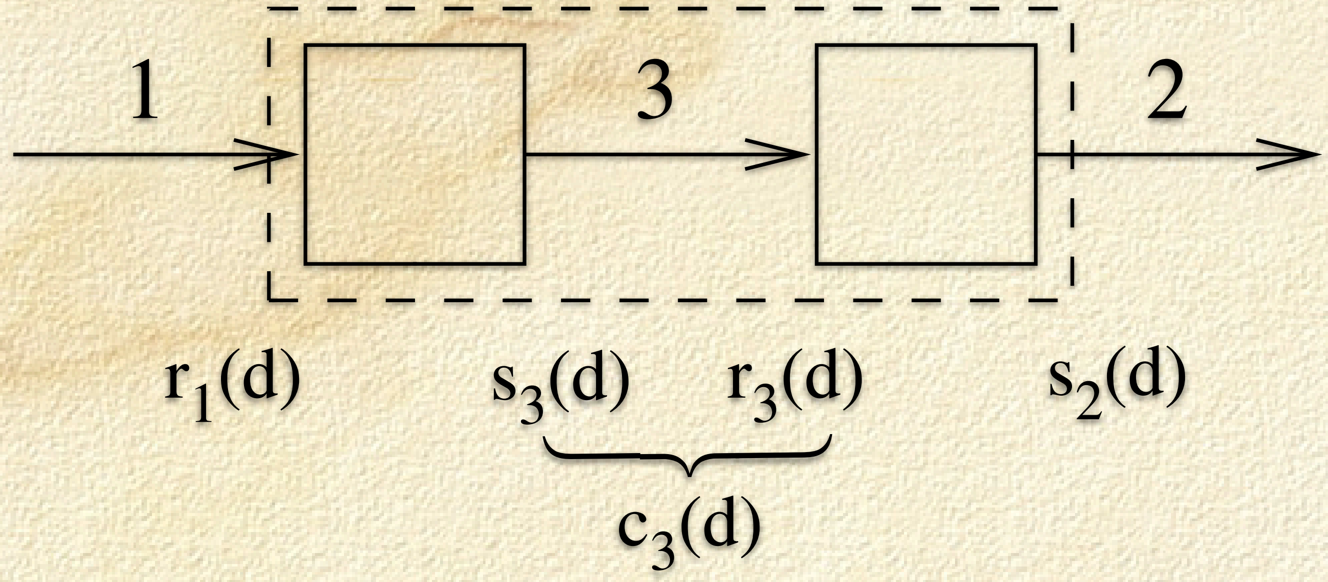
$$\overset{\text{Y}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}} =$$

$$r_1 \cdot \overset{\text{Z}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2)))}}$$

$$+\, s_2 \cdot \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \quad \text{X}$$

$$\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2))) =$$

$$s_2 \cdot \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))$$



$$
\begin{aligned}
X &= r_1\, Y\\
Y &= r_1\, Z + s_2\, X\\
Z &= s_2\, Y
\end{aligned}
$$

Weiter rechnen wir:

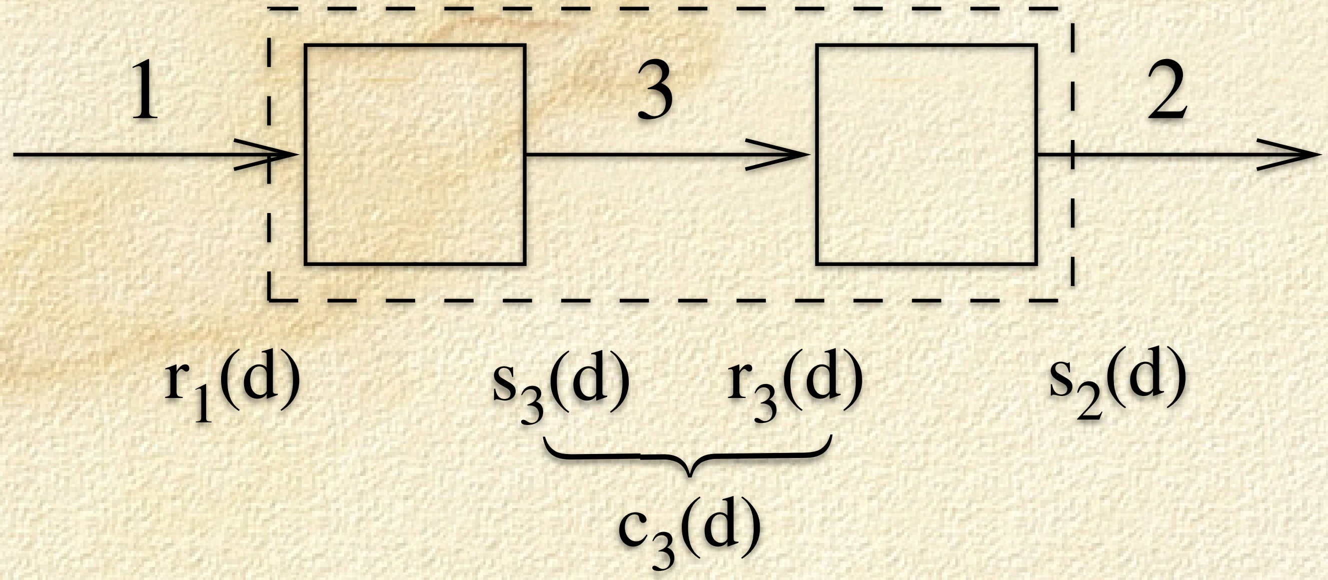
$$
\overset{\text{Y}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}} =
$$

$$
r_1 \cdot \overset{\text{Z}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2)))}}
$$

$$
+\, s_2 \cdot \boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1))} \quad \text{X}
$$

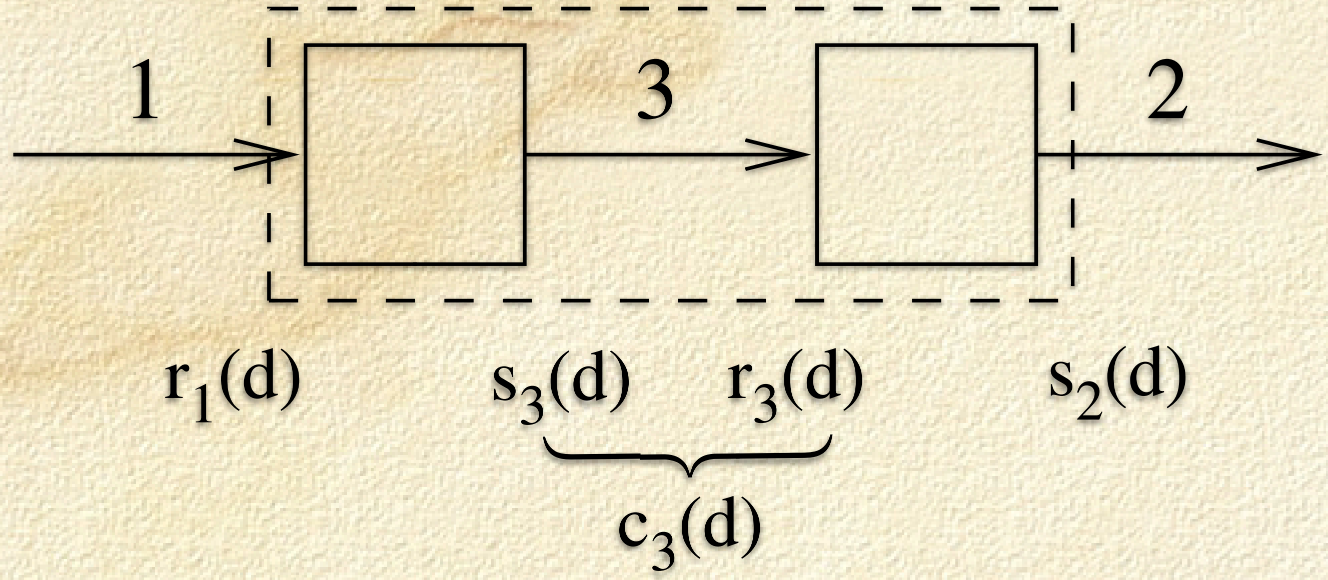
$$
\overset{\text{Z}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2)))}} =
$$

$$
s_2 \cdot \underset{\text{Y}}{\boxed{\tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2)))}}
$$



Damit erhalten wir als Lösung für die lineare rekursive Spezifikation E für einen **Puffer der Kapazität 2** :

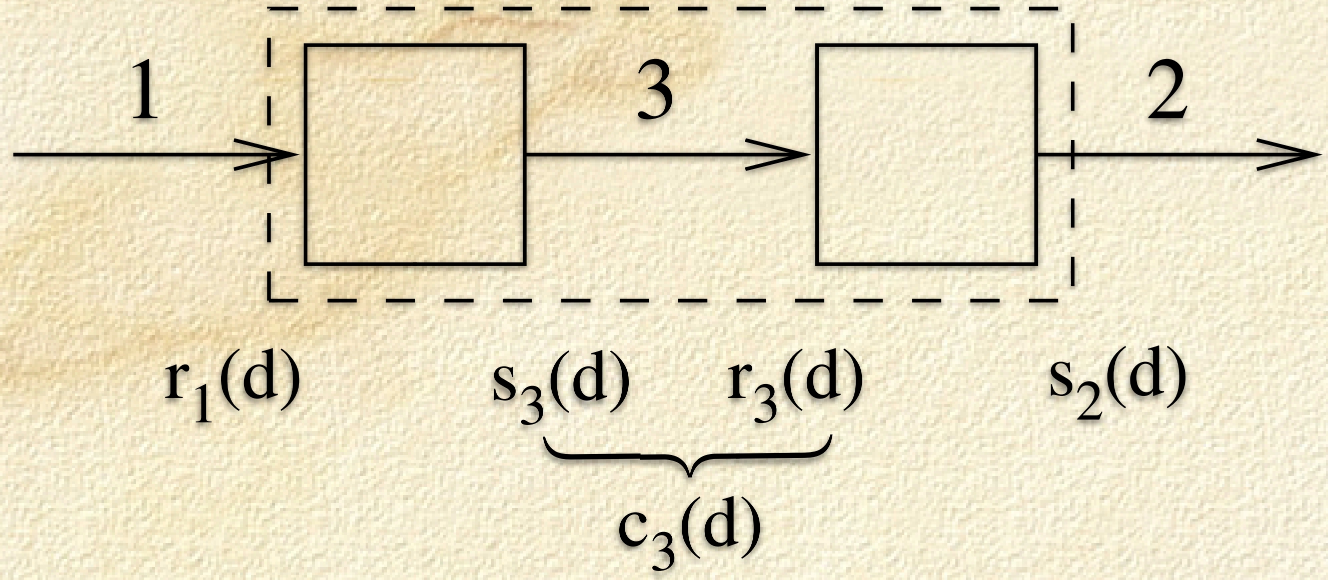
$$
\begin{aligned}
X &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)) \\
Y &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
Z &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2)))
\end{aligned}
$$



Damit erhalten wir als Lösung für die lineare rekursive Spezifikation E für einen **Puffer der Kapazität 2** :

$$\begin{array}{lcl} X & := & \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)) \\ Y & := & \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\ Z & := & \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2))) \end{array}$$

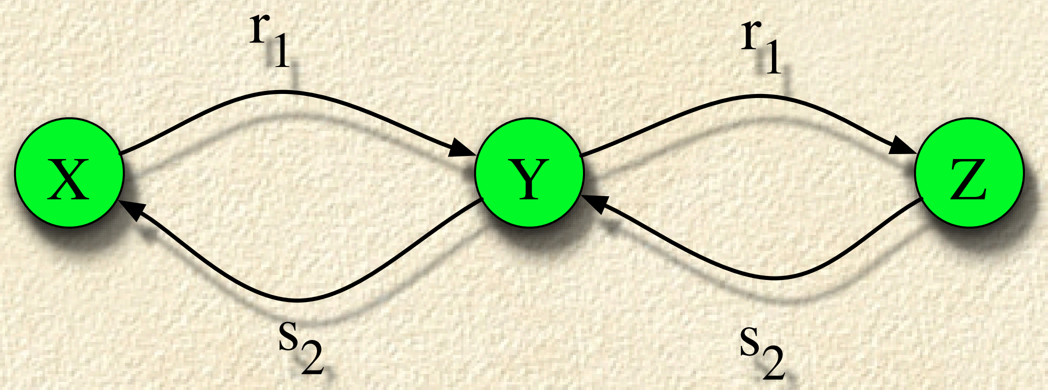
$$\begin{array}{lcl} X & = & r_1\, Y \\ Y & = & r_1\, Z + s_2\, X \\ Z & = & s_2\, Y \end{array}$$



Damit erhalten wir als Lösung für die lineare rekursive Spezifikation E für einen **Puffer der Kapazität 2** :

$$
\begin{aligned}
X &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_2 \| Q_1)) \\
Y &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}(Q_1 \| (s_2 Q_2))) \\
Z &:= \tau_{\{c_3\}}(\partial_{\{s_3,r_3\}}((s_3 Q_1) \| (s_2 Q_2)))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X &= r_1 Y \\
Y &= r_1 Z + s_2 X \\
Z &= s_2 Y
\end{aligned}
$$



Die Fairness-Regel

Es ist möglich, durch Abstraktion τ-Schleifen zu konstruieren: $\tau_{\{a\}}(\langle X \mid X{=}aX \rangle)$ führt unendlich lange die τ-Aktion aus.

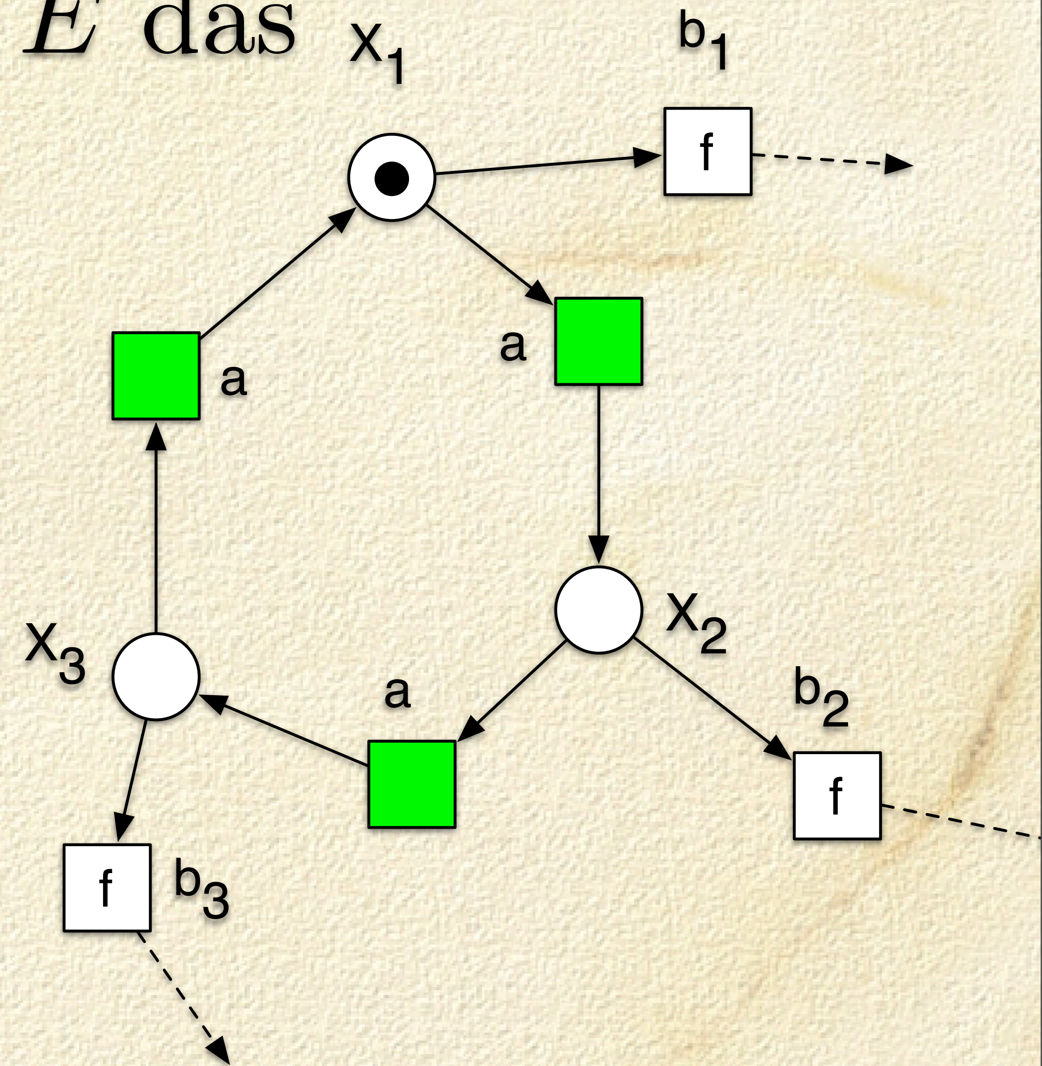
Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} X_1 & = & aX_2 + b_1 \\ & \vdots & \\ X_{n-1} & = & aX_n + b_{n-1} \\ X_n & = & aX_1 + b_n \end{array}$$

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1 | E \rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

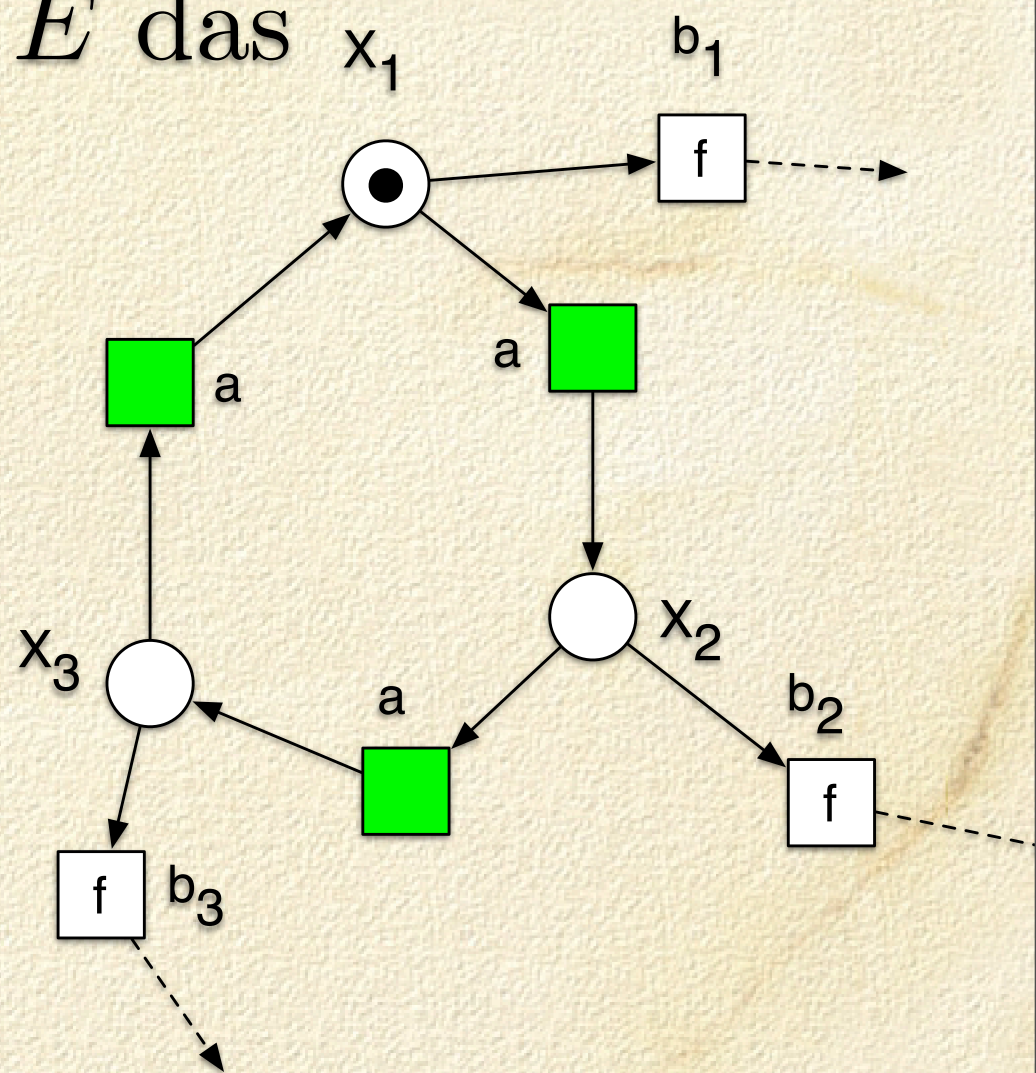
Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} X_1 &= aX_2 + b_1 \\ &\vdots \\ X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\ X_n &= aX_1 + b_n \end{aligned}$$



$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

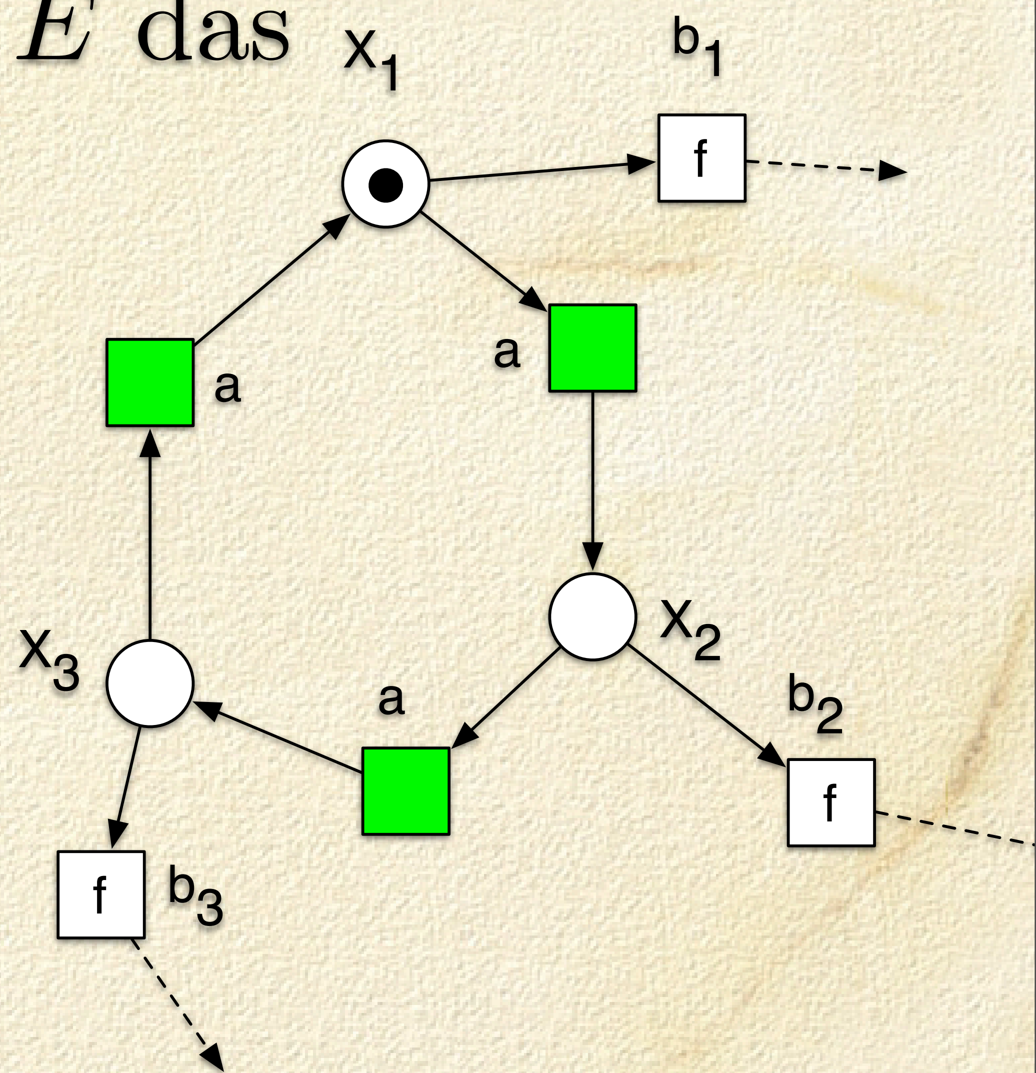


$$
\begin{array}{rcl}
X_1 & = & aX_2 + b_1 \\
& \vdots & \\
X_{n-1} & = & aX_n + b_{n-1} \\
X_n & = & aX_1 + b_n
\end{array}
$$

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

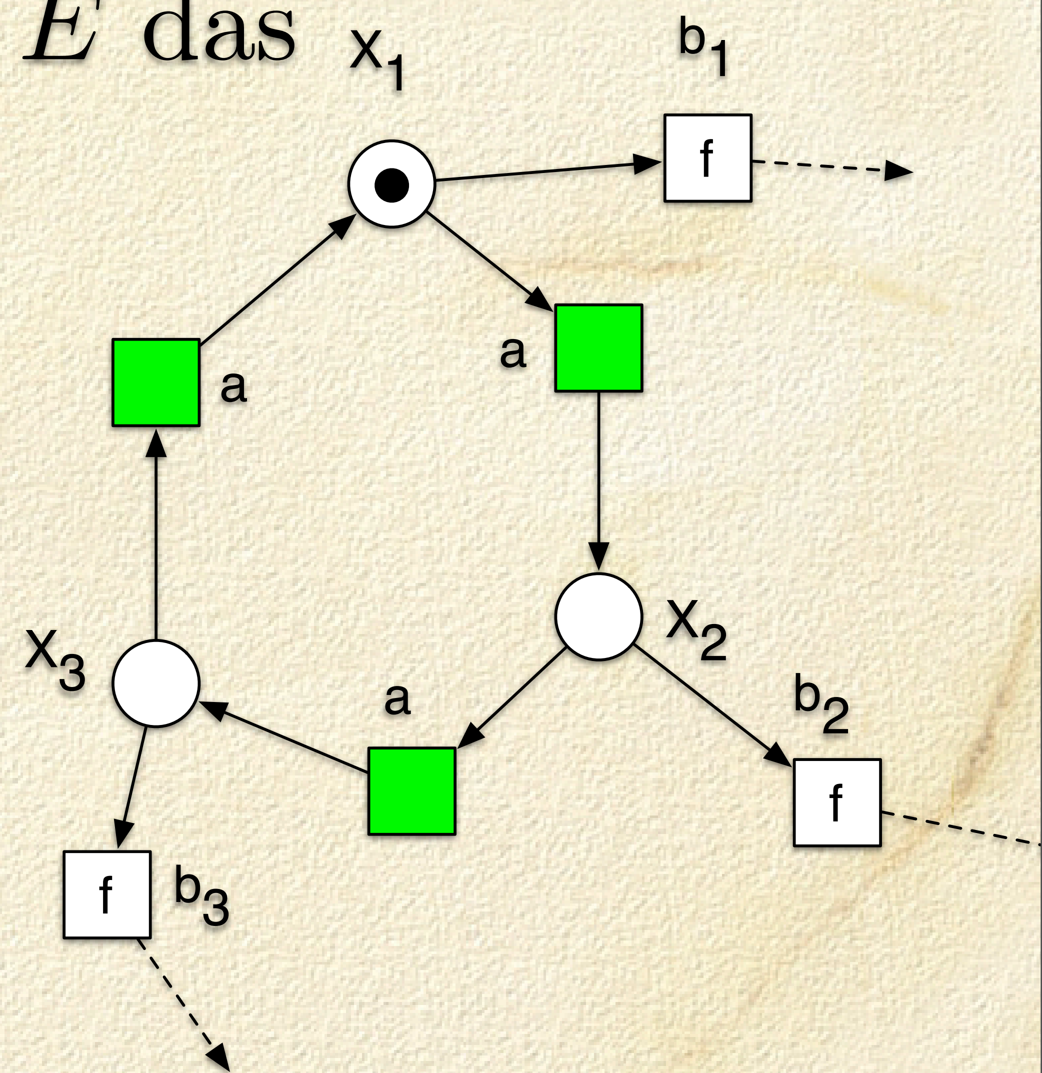
$$\begin{aligned}
X_1 &= aX_2 + b_1 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\
X_n &= aX_1 + b_n
\end{aligned}$$



$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1,\ldots,n\}$ ausgeführt wird.

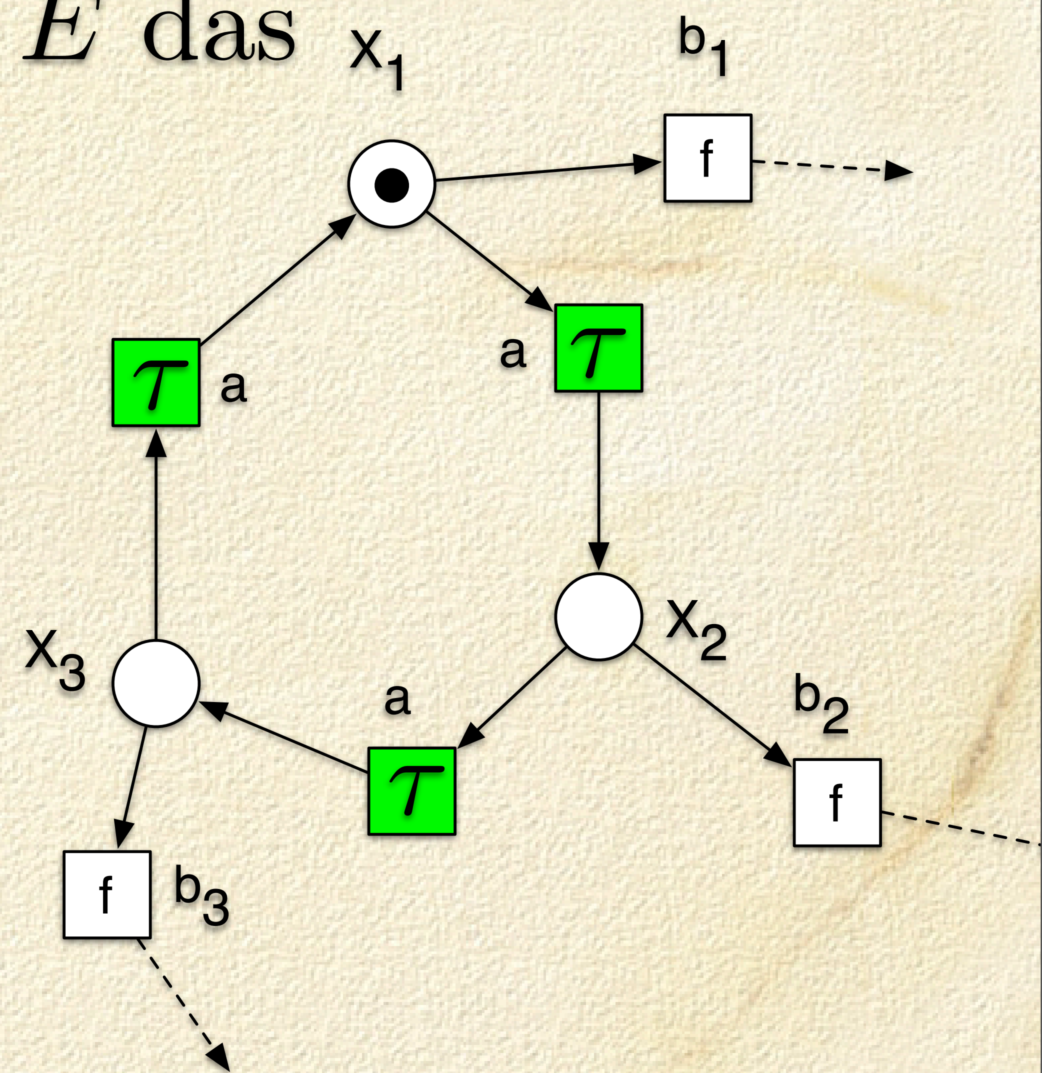
Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

$$
\begin{aligned}
X_1 &= aX_2 + b_1 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\
X_n &= aX_1 + b_n
\end{aligned}
$$



$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

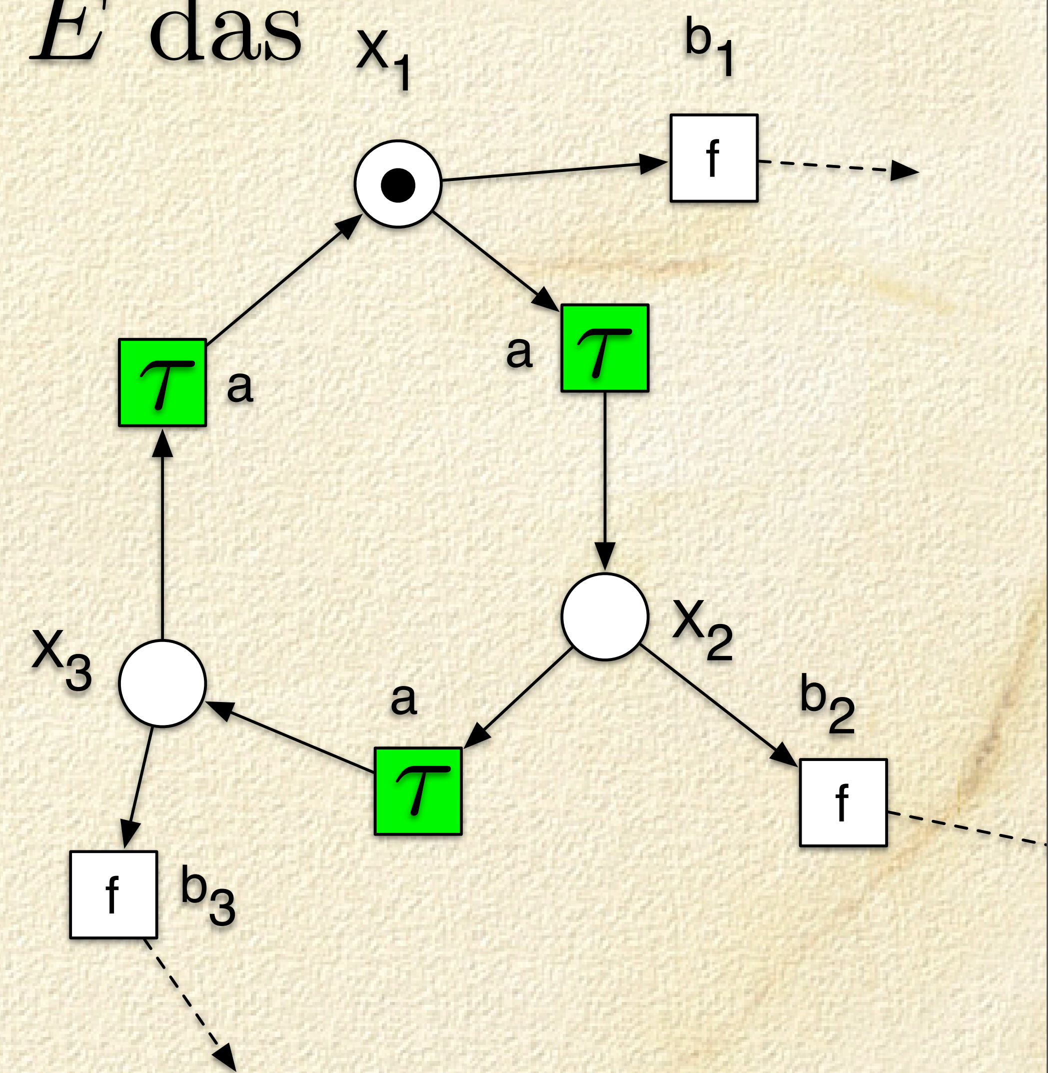
Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:



$$
\begin{aligned}
X_1 &= aX_2 + b_1 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\
X_n &= aX_1 + b_n
\end{aligned}
$$

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1,\ldots,n\}$ ausgeführt wird.

Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

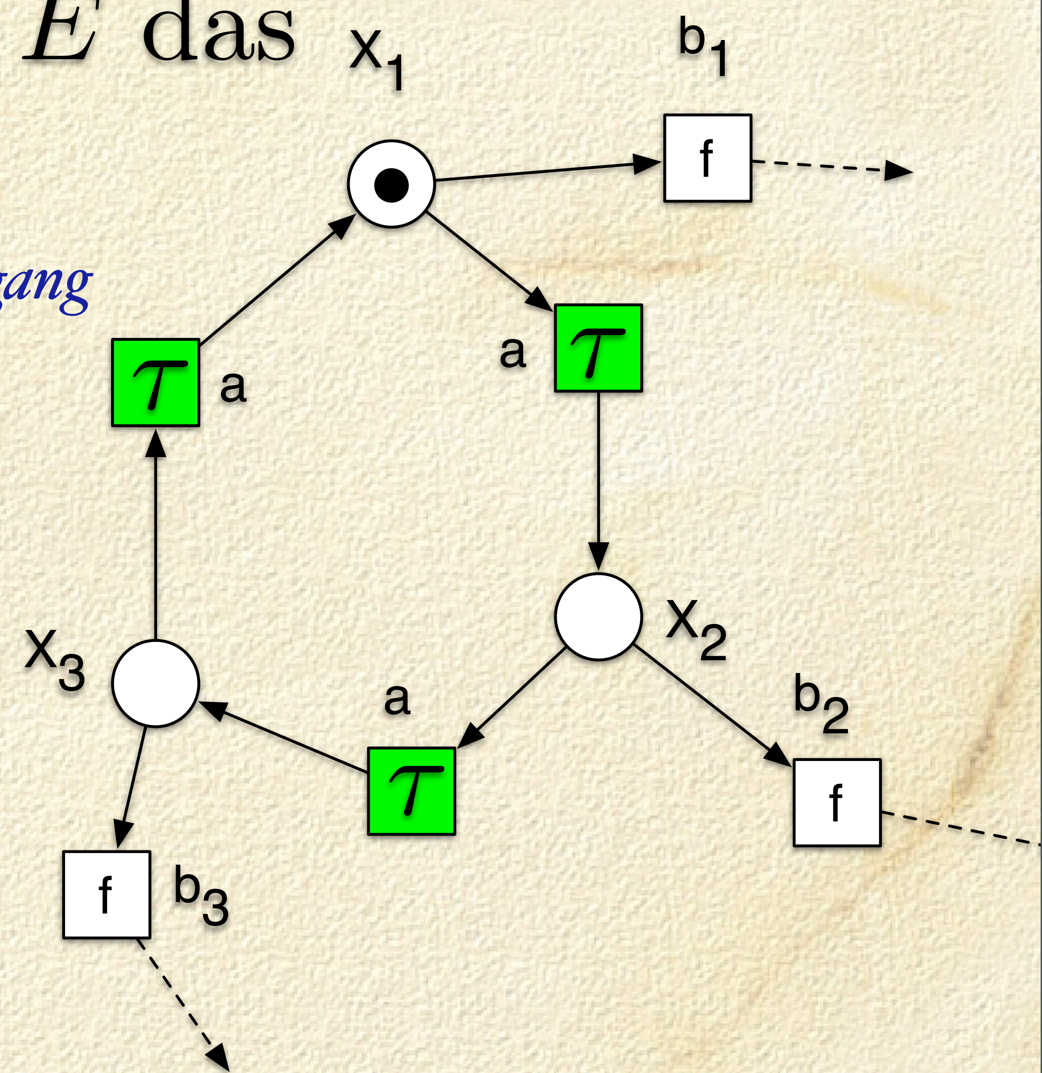


Fairness-Gruppe

$$\begin{aligned} X_1 &= aX_2 + b_1 \\ &\vdots \\ X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\ X_n &= aX_1 + b_n \end{aligned}$$

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1 | E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:



Fairness-Gruppe *Ausgang*

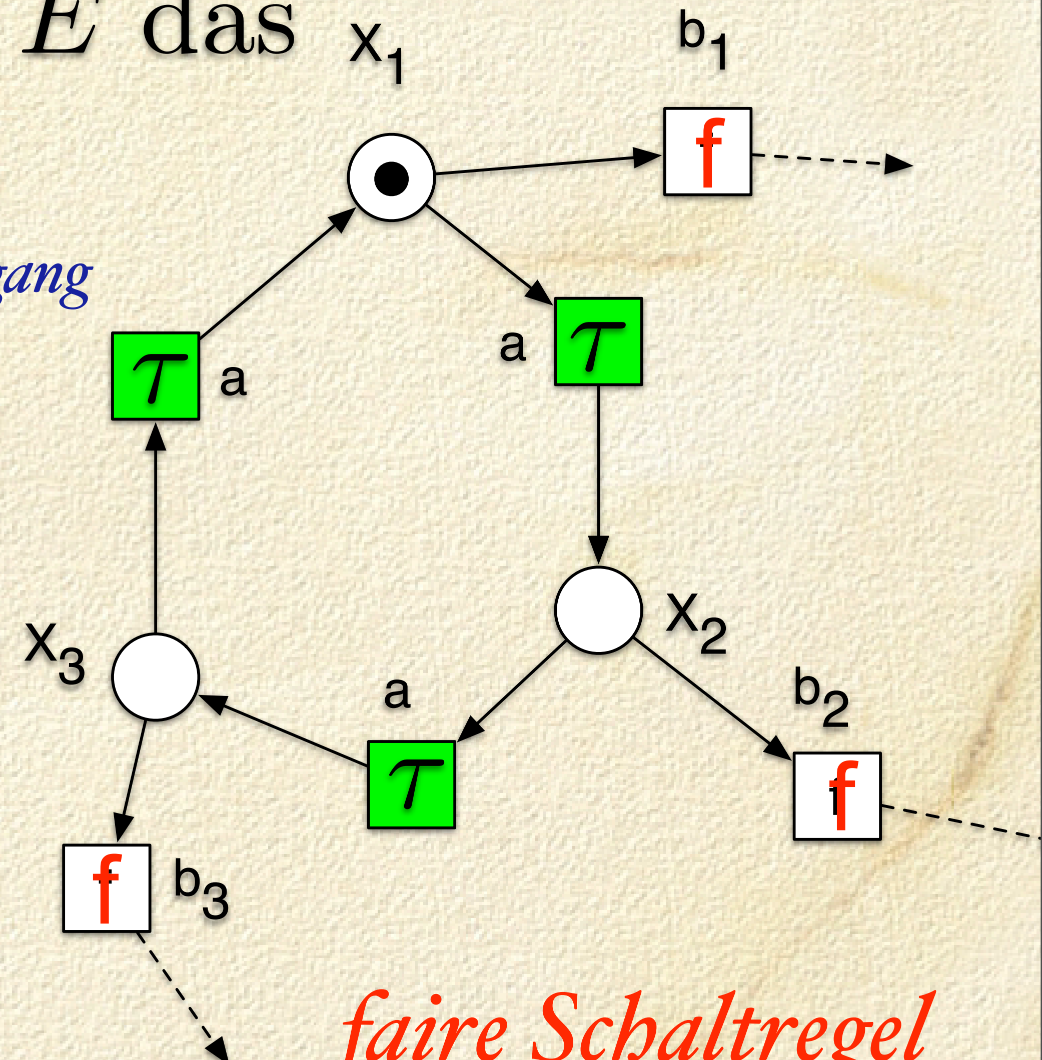
$$
\begin{aligned}
X_1 &= aX_2 + b_1 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\
X_n &= aX_1 + b_n
\end{aligned}
$$

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1,\ldots,n\}$ ausgeführt wird.

Zur Erläuterung von CFAR sei E das Gleichungssystem:

Fairness-Gruppe *Ausgang*

$$\begin{array}{lcl}X_1 & = & aX_2 + b_1 \\ & \vdots & \\ X_{n-1} & = & aX_n + b_{n-1} \\ X_n & = & aX_1 + b_n\end{array}$$



faire Schaltregel

$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ führt τ-Transitionen aus, bis eine Aktion b_i für $i \in \{1, \ldots, n\}$ ausgeführt wird.

Fairness-Gruppe

$$
\begin{aligned}
X_1 &= aX_2 + b_1 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= aX_n + b_{n-1} \\
X_n &= aX_1 + b_n
\end{aligned}
$$

Ausgang

Faire Abstraktion bedeutet, dass $\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ **nicht für immer in einer τ-Schleife bleibt**, d.h. irgend wann wird einmal ein b_i ausgeführt:

$$\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle) \,\underline{\leftrightarrow}_{rb}\, b_1 + \tau(b_1 + \cdots + b_n)$$

Anfangs führt $\tau_{\{a\}}(\langle X_1|E\rangle)$ die Aktionen b_1 oder τ aus. Im letzteren Fall wird nach einer Reihe von möglichen τ-Aktionen ein b_i ausgeführt.

Definition 5.47 *Sei E eine geschützte lineare rekursive Spezifikation.*

- *Rekursionsvariablen X und Y in E sind in der selben* (Fairness-)Gruppe *(cluster) für I, falls $\langle X|E\rangle \xrightarrow{b_1} \cdots \xrightarrow{b_m} \langle Y|E\rangle$ und $\langle Y|E\rangle \xrightarrow{c_1} \cdots \xrightarrow{c_n} \langle X|E\rangle$ für Aktionen b_i und c_i gilt.*

$v, v_1, \cdots, v_m, w_1, \cdots, w_n \in A \cup \{\tau\}$

Definition 5.47 *Sei E eine geschützte lineare rekursive Spezifikation.*

- *Rekursionsvariablen X und Y in E sind in der selben (Fairness-)Gruppe (cluster) für I, falls $\langle X|E\rangle \xrightarrow{b_1} \cdots \xrightarrow{b_m} \langle Y|E\rangle$ und $\langle Y|E\rangle \xrightarrow{c_1} \cdots \xrightarrow{c_n} \langle X|E\rangle$ für Aktionen b_i und c_i gilt.* $v, v_1, \cdots, v_m, w_1, \cdots, w_n \in A \cup \{\tau\}$

- *a und aX heißen Ausgang (exit) der Gruppe C falls:*

  1. *a oder aX ein Summand auf der rechten Seite der Rekursionsgleichung für eine Rekursionsvariable in C ist, und*
  2. *im Fall aX zusätzlich $a \notin I \cup \{\tau\}$ oder $X \notin C$ gilt.*

Die Fairness-Regel CFAR:

Fairness-Gruppe *Ausgang*

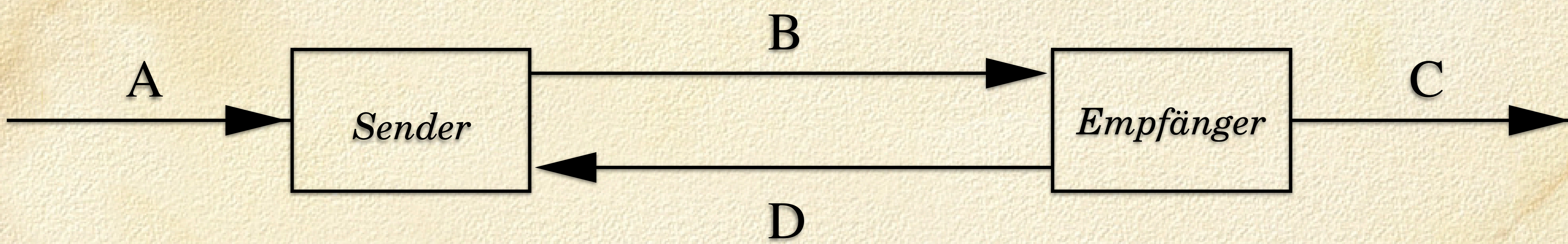
Falls X in einer Gruppe C für I mit Ausgängen $\{v_1 Y_1, \ldots, v_m Y_m, w_1, \ldots, w_n\}$ ist, dann gilt

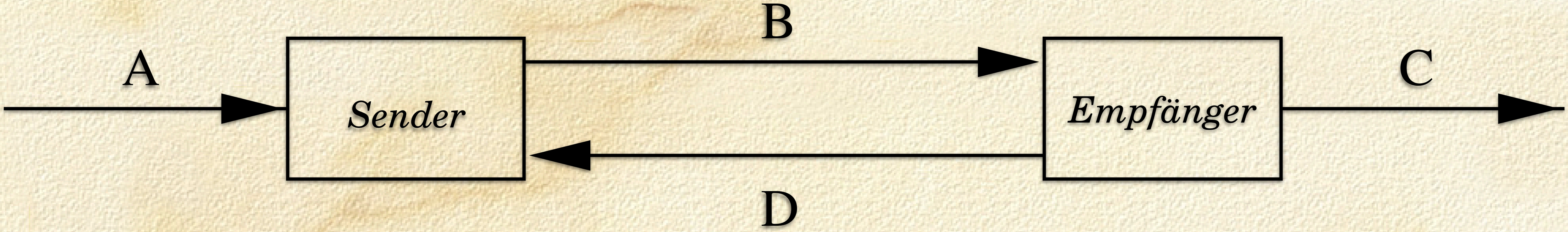
$$v \cdot \tau_I(\langle X|E\rangle) \ = \ v \cdot \tau_I(v_1 \langle Y_1|E\rangle + \cdots + v_m \langle Y_m|E\rangle + w_1 + \cdots + w_n)$$

Anmerkung: Der Kalkül ACP_τ mit geschützter linearer Rekursion ist korrekt und vollständig in Bezug auf initiale Verzweigungsbisimulation:

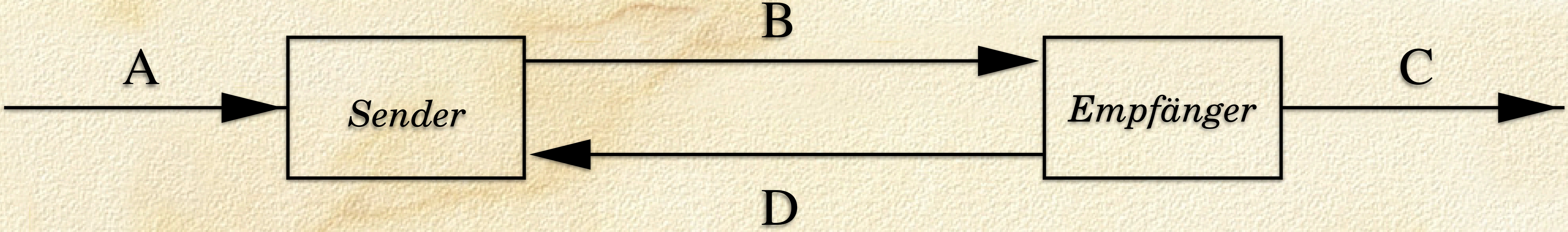
$$s = t \;\Leftrightarrow\; s \underline{\leftrightarrow}_{rb}\, t$$

Verifikation des Alternierbit-Protokolls



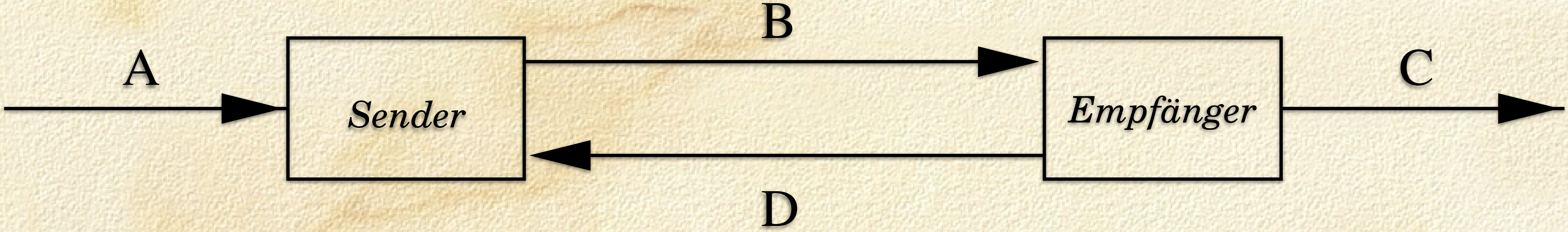


Datenelemente d werden von einem Sender über einen störanfälligen Kanal B zu einem Empfänger gesandt. Aufgabe des Protokolls ist es, durch wiederholtes Senden die Störung zu kompensieren. Dazu fügt der Sender den Datenelementen alternativ ein Bit 0 oder 1 hinzu. Wenn der Empfänger das Datenelement korrekt erhalten hat, sendet er das Bit über den (ebenfalls störanfälligen) Kanal D an den Sender als Quittung zurück. Falls die Nachricht



gestört war, sendet er jedoch das vorangehende Bit zurück.

Der Sender wiederholt das Senden eines Datenelementes mit Bit b solange bis er eine Quittung b erhält. Dann sendet er das nächste Datenelement mit Bit $1 - b$ bis er $1 - b$ als Quittung erhält.



Spezifikation: $X = \sum_{d \in \Delta} r_A(d) \; s_C(d) \; X$

Implementation: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

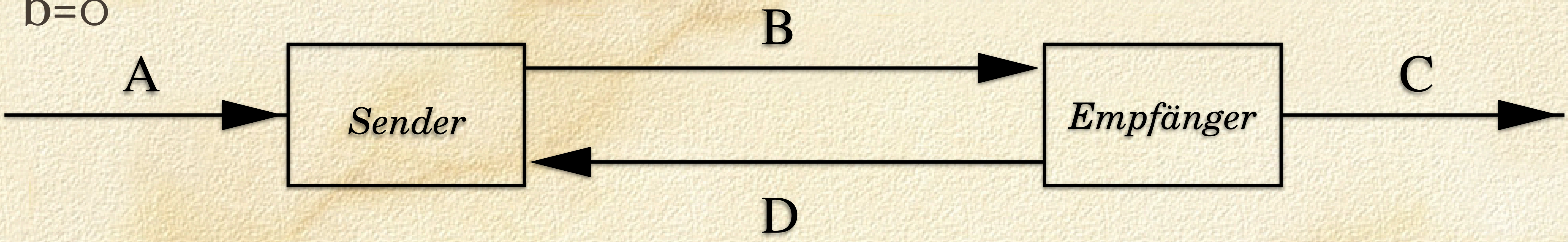
Z.Z.: Implementation ist Lösung der Spezifikation:

$$X = \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

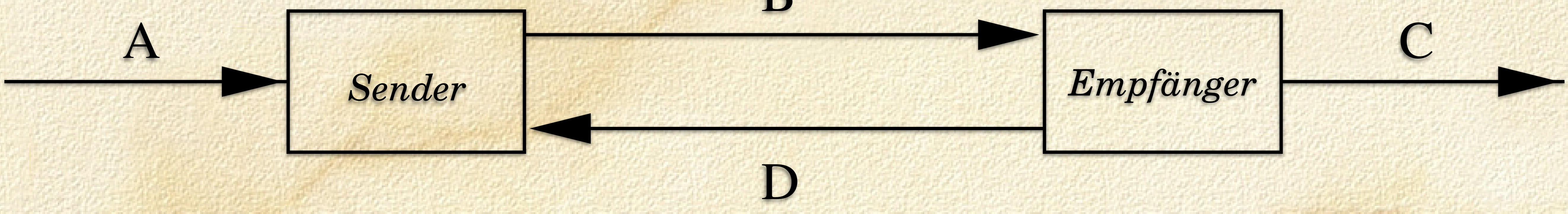
$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} r_A(d) \cdot s_C(d) \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

b=0



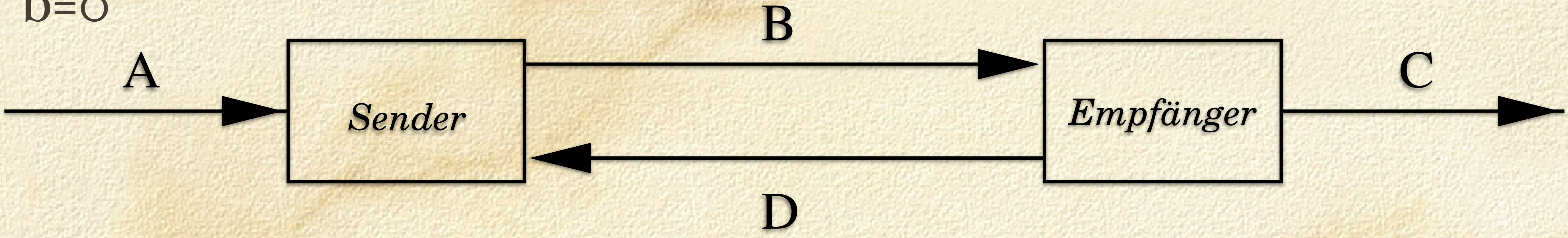
System:

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

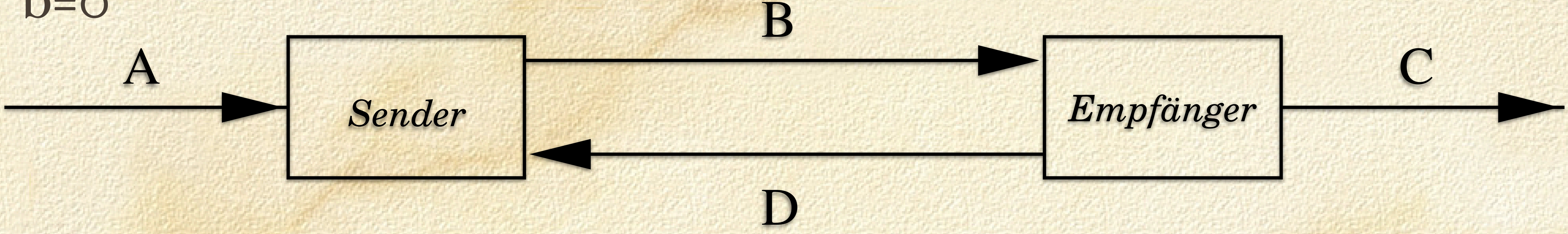
b=0



System: $$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

b=0

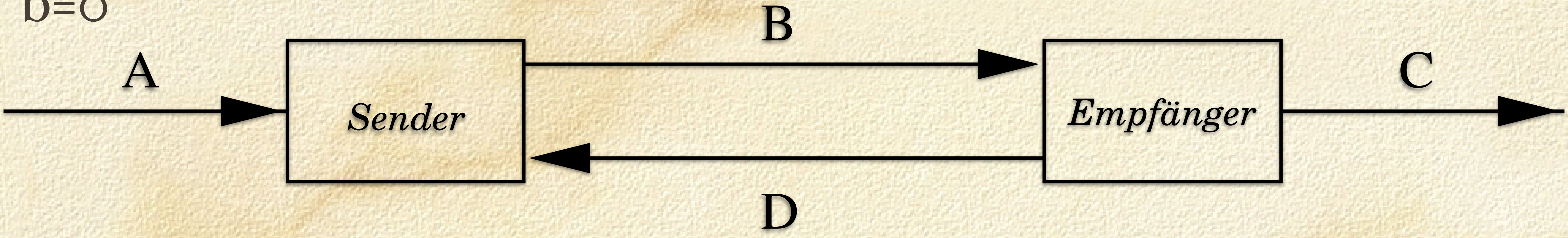


System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

b=0



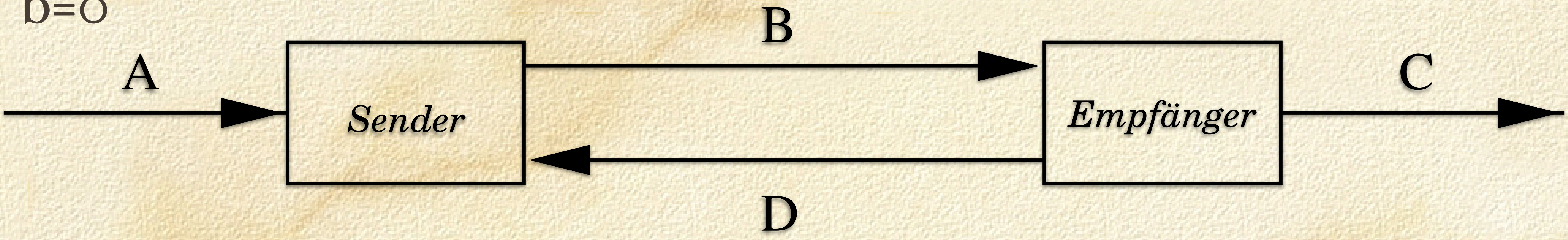
System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$\begin{aligned} S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\ T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\ U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db} \end{aligned}$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

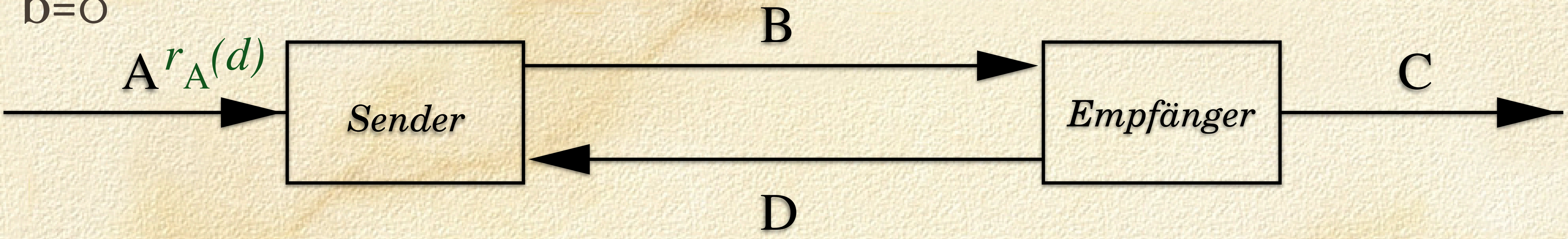
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db}\\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db}\\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b\\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b}\\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

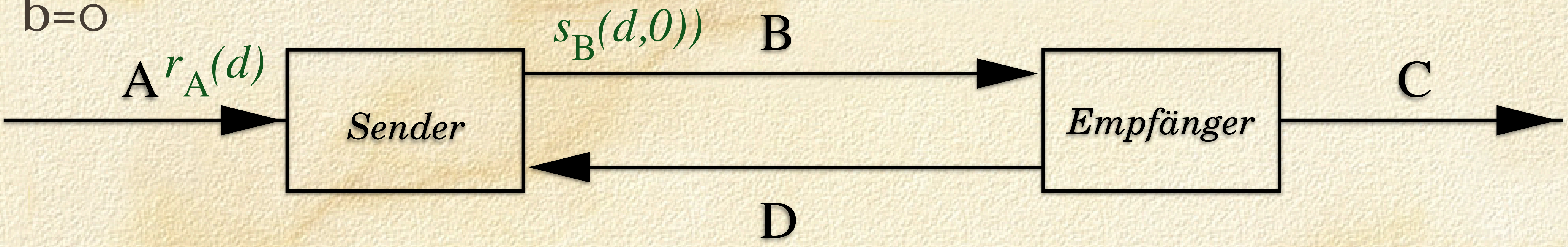
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_B(d,b) + s_B(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_B(d,b) \cdot s_C(d) \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_B(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

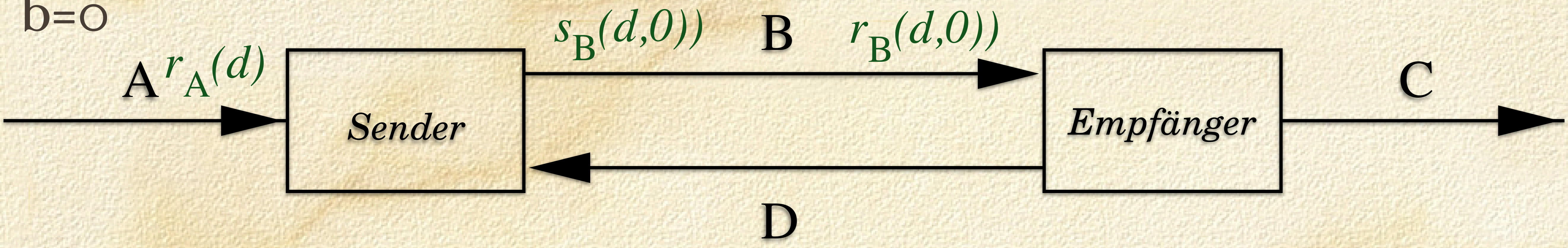
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + s_B(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_B(d,b) \cdot s_C(d) \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_B(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

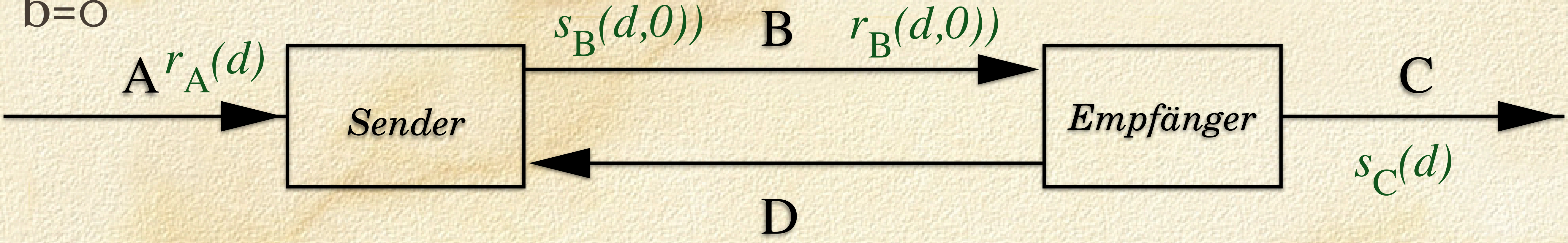
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_{\mathrm{A}}(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_{\mathrm{B}}(d,b)} + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{\boxed{r_{\mathrm{B}}(d,b)} \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b) \cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

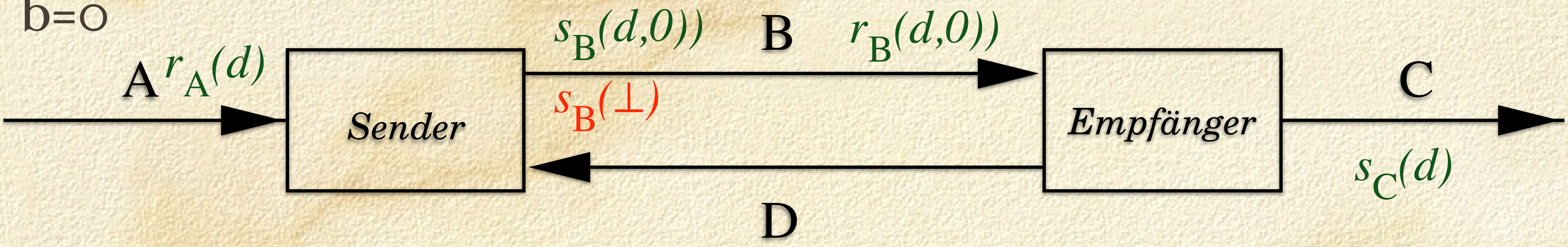
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + s_B(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ \boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_B(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

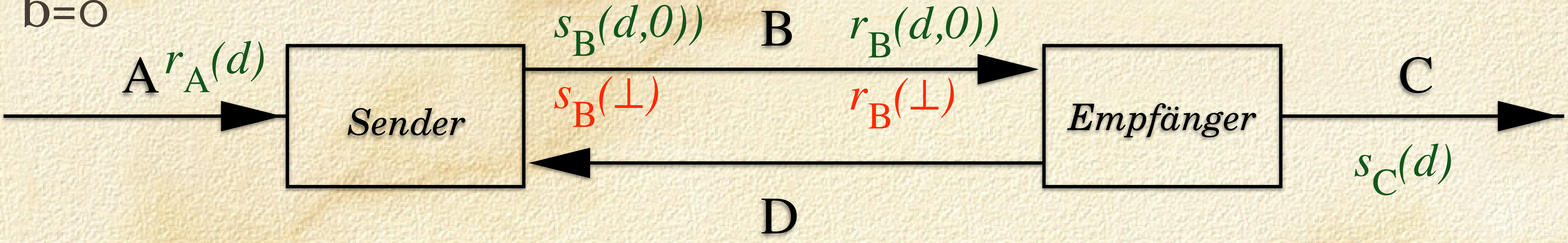
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp)}) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{ \boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d,1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_B(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

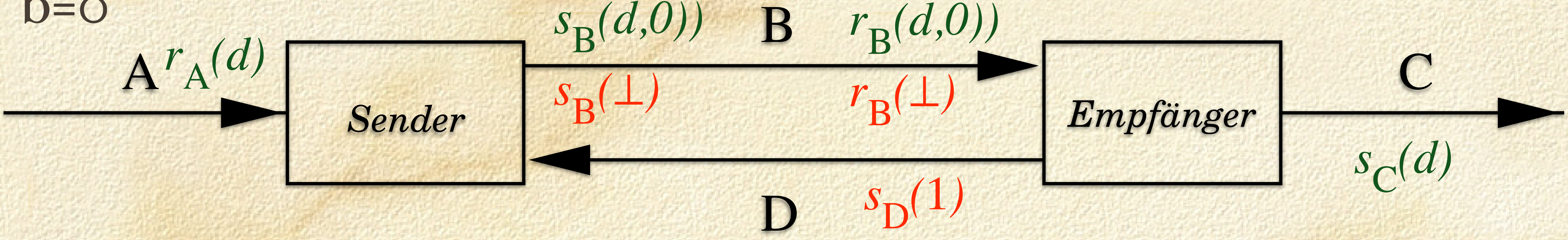
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp))} \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{\boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_B(\perp)} \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

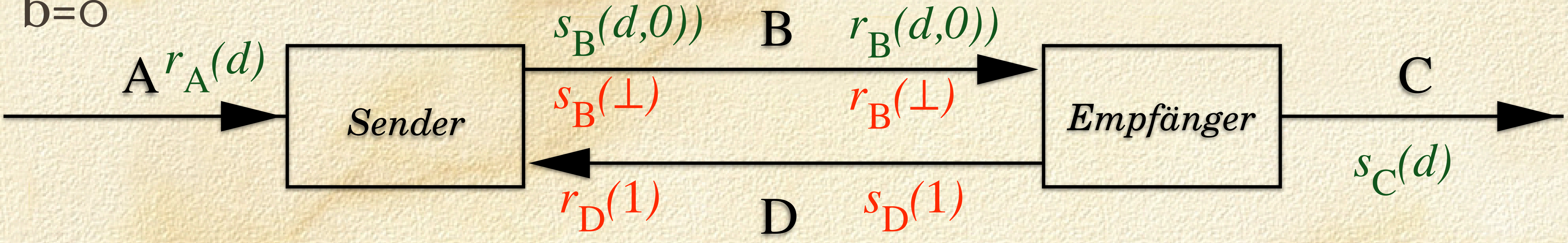
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp))} \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{\boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_B(\perp)} \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (\boxed{s_D(b)} + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

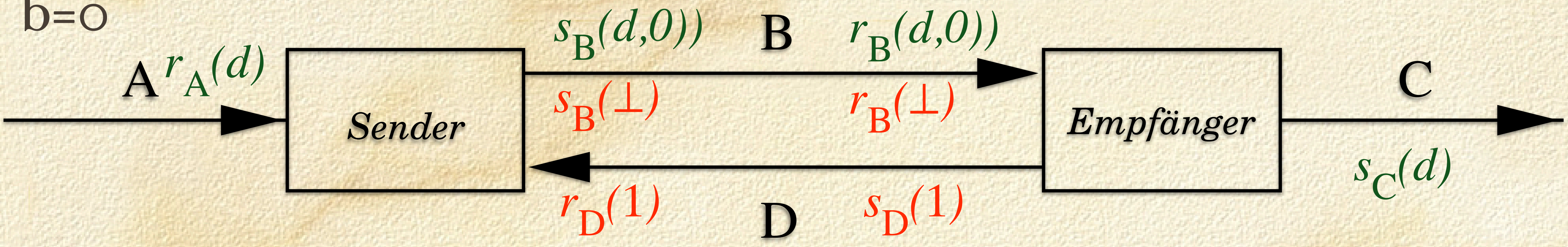
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_{\mathrm{A}}(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_{\mathrm{B}}(d,b)} + \boxed{s_{\mathrm{B}}(\perp))} \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \; + \; \boxed{(r_{\mathrm{D}}(1-b)} + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{\boxed{r_{\mathrm{B}}(d,b)} \cdot \boxed{s_{\mathrm{C}}(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b) \cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_{\mathrm{B}}(\perp)} \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (\boxed{s_{\mathrm{D}}(b)} + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=0



System: $\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$

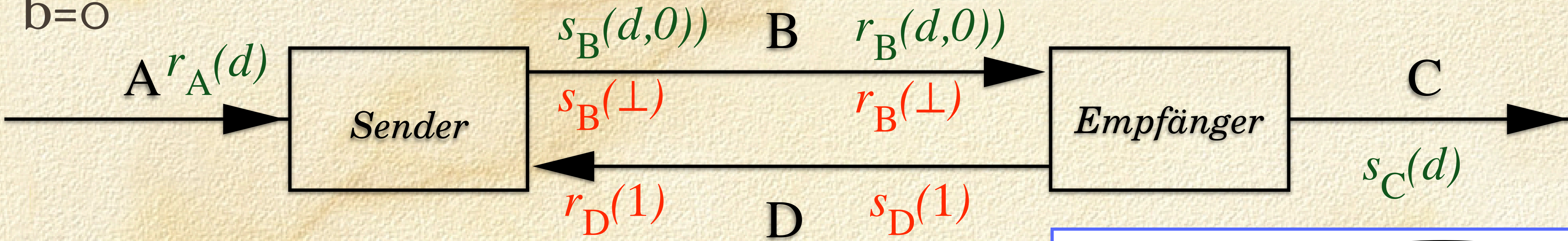
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp)}) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (\boxed{r_D(1-b)} + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

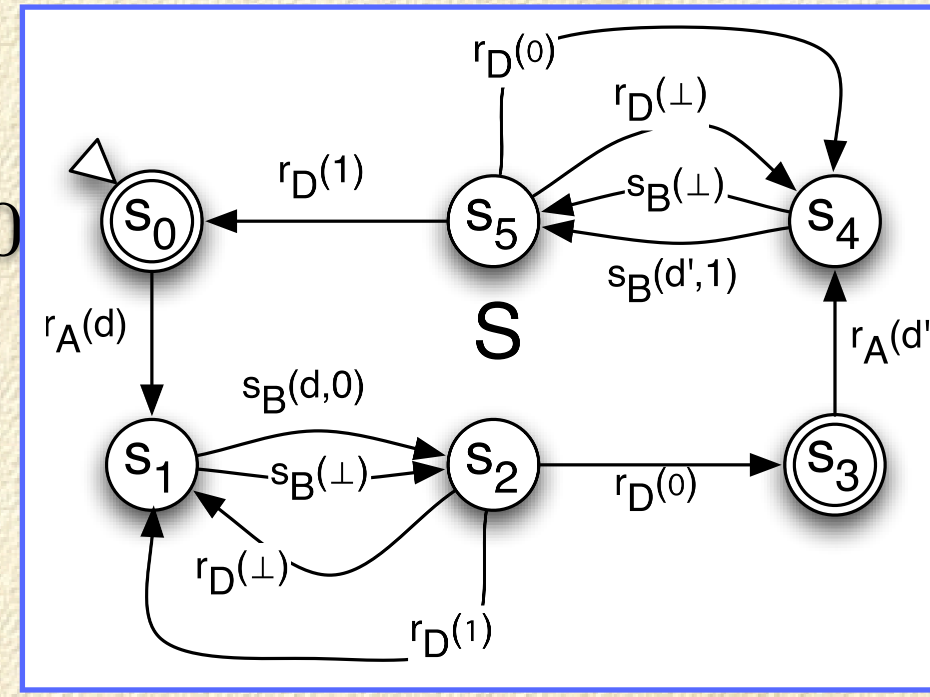
Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{\boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d,1-b) \cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_B(\perp)} \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (\boxed{s_D(b)} + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=o



System: $\tau_I(\partial_H(R_0$



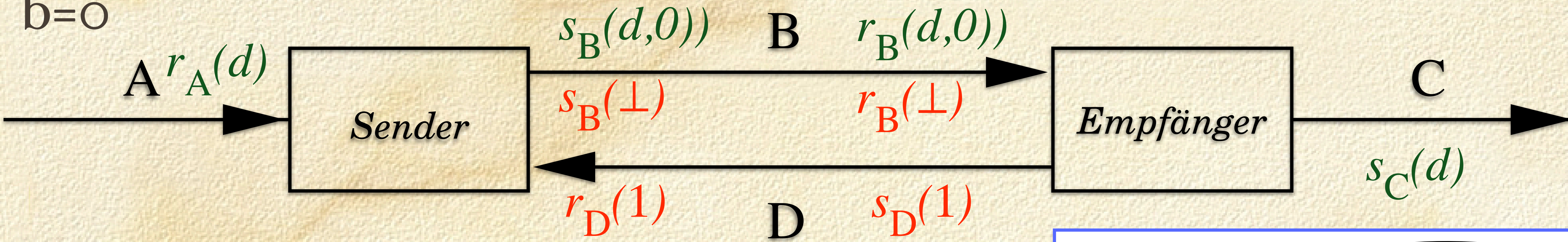
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db}\\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp))} \cdot U_{db}\\
U_{db} &= r_D(b)\cdot S_{1-b} \;+\; \boxed{(r_D(1-b)} + r_D(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

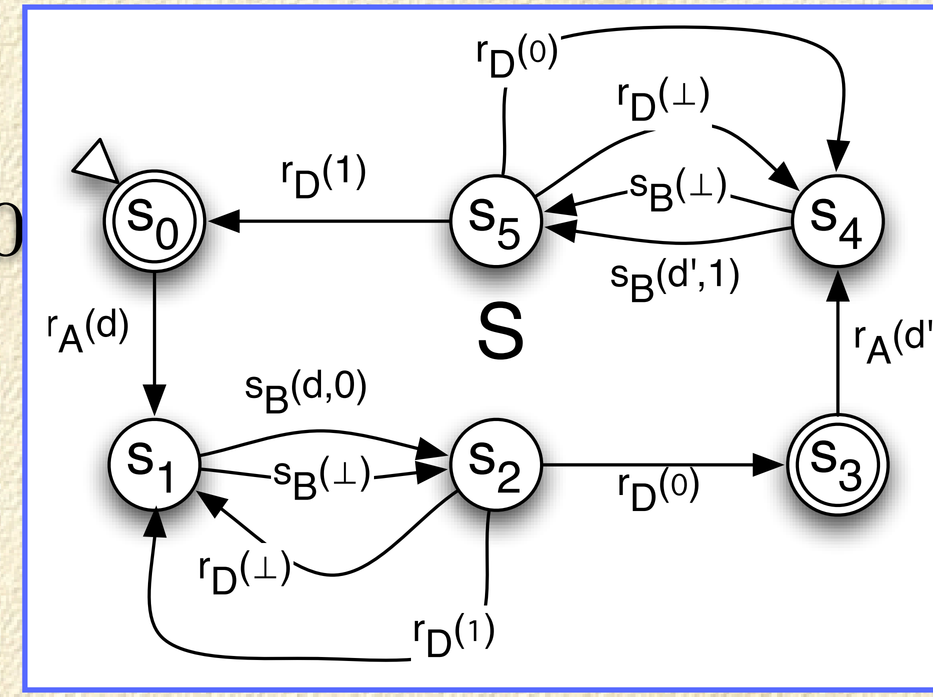
Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{\boxed{r_B(d,b)} \cdot \boxed{s_C(d)} \cdot Q_b\\
&\quad + r_B(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_B(\perp)} \cdot Q_{1-b}\\
Q_b &= \boxed{(s_D(b)} + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

b=o



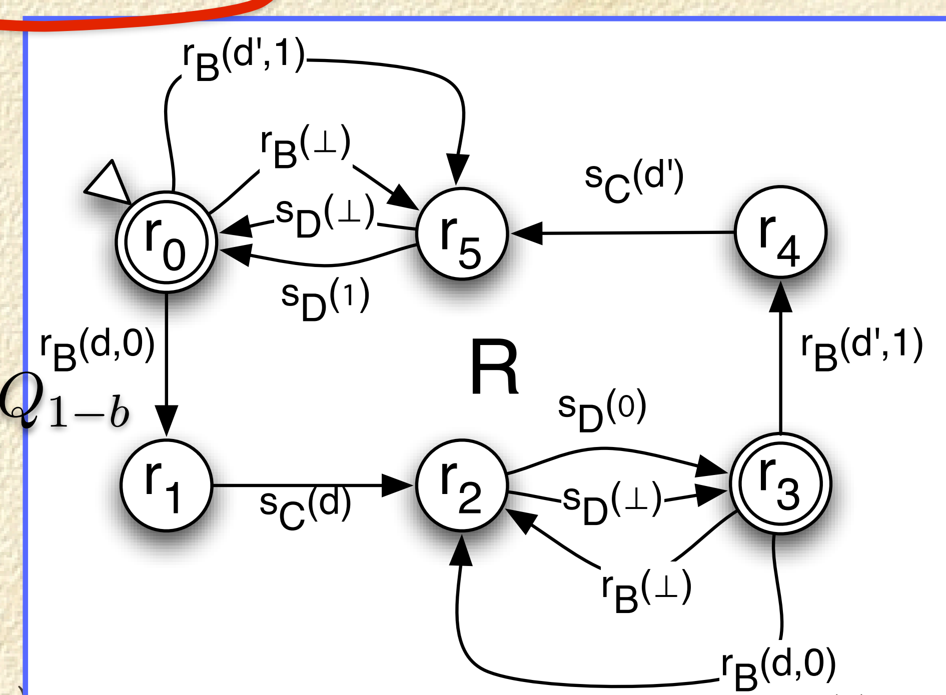
System: $\tau_I(\partial_H(R_0$



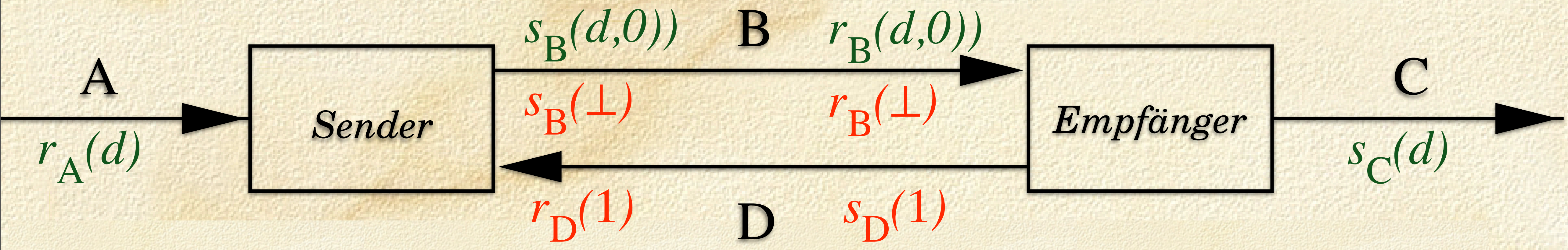
Spezifikation des Senders für das Senden mit Bit b:

$$\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)} \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (\boxed{s_B(d,b)} + \boxed{s_B(\perp))} \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_D(b)\cdot S_{1-b} + \boxed{(r_D(1-b)} + r_D(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}$$

Spezifikation des Empfängers für das Empfangen mit Bit b:



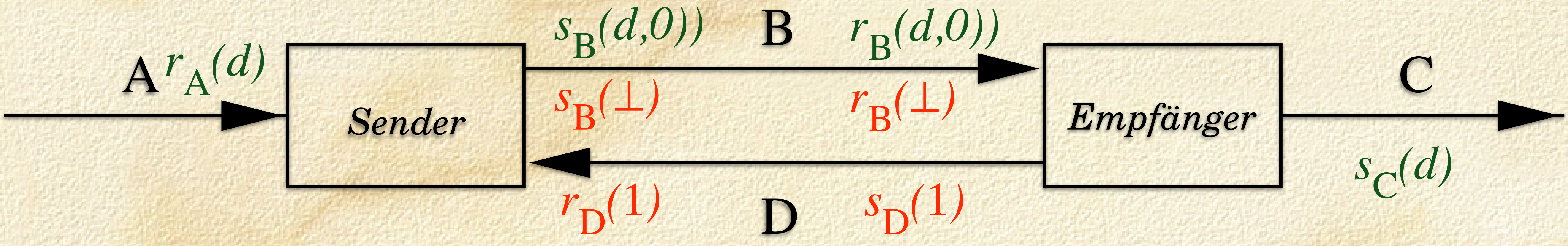
$$\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{\boxed{r_B(d,b)}\cdot\boxed{s_C(d)}\cdot Q_b \\
&\quad + r_B(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + \boxed{r_B(\perp)}\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (\boxed{s_D(b)} + s_D(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}$$



$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

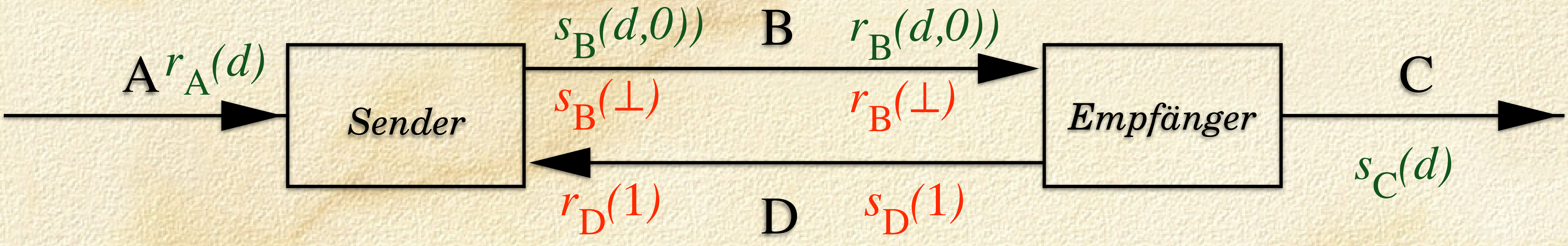
Dabei werden durch ∂_H falsche Kommunikationspaare ausgeschlossen, d.h. wir definieren

- $\gamma(s_B(d,b), r_B(d,b)) := c_B(d,b)$
- $\gamma(s_B(\perp), r_B(\perp)) := c_B(\perp)$
- $\gamma(s_D(b), r_D(b)) := c_D(b)$
- $\gamma(s_D(\perp), r_D(\perp)) := c_D(\perp)$



$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

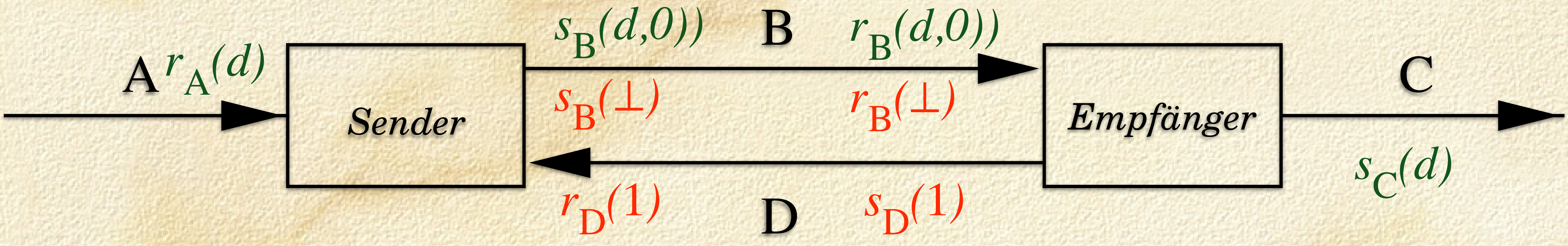
für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.



$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ???????????*

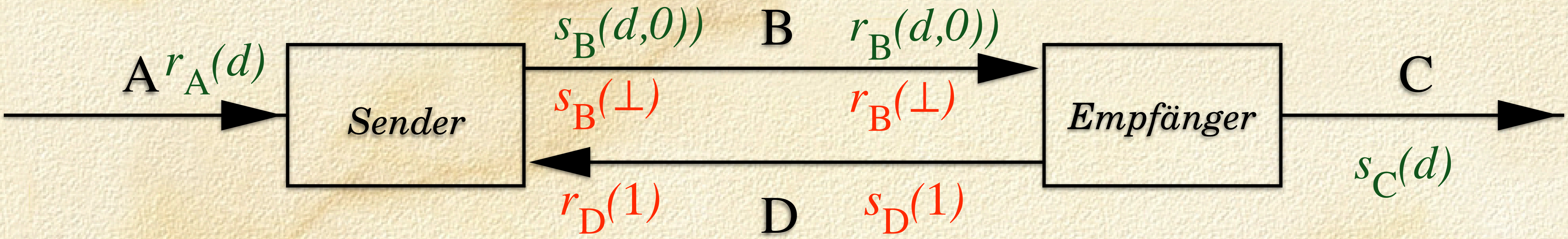


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ??????????*

$r_A(d)$

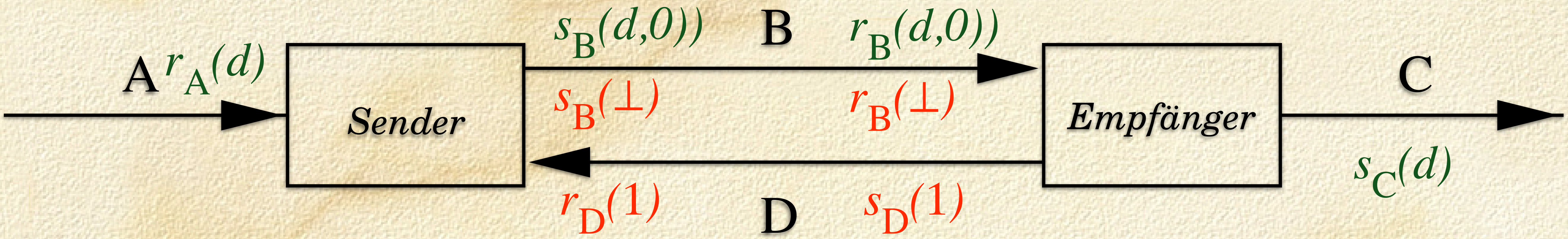


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ???????????*

$r_A(d)$ $s_C(d)$

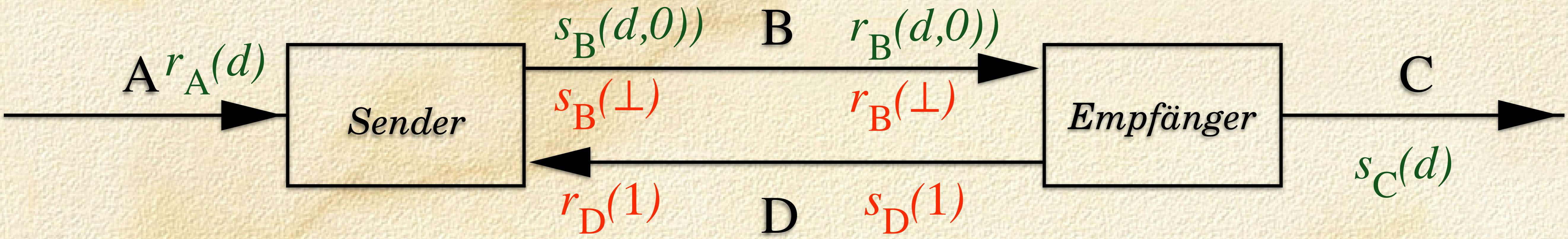


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ??????????*

$r_A(d)$ $s_C(d)$ $r_A(d')$

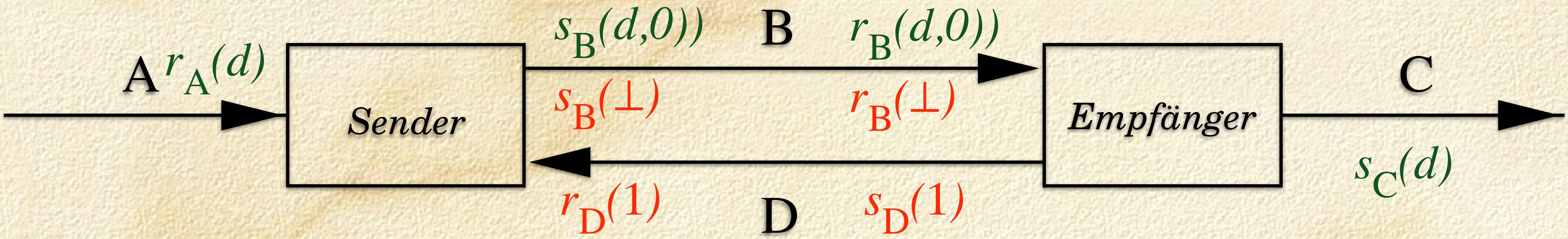


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ???????????*

$r_A(d)\ \ s_C(d)\ \ r_A(d')\ s_C(d')$

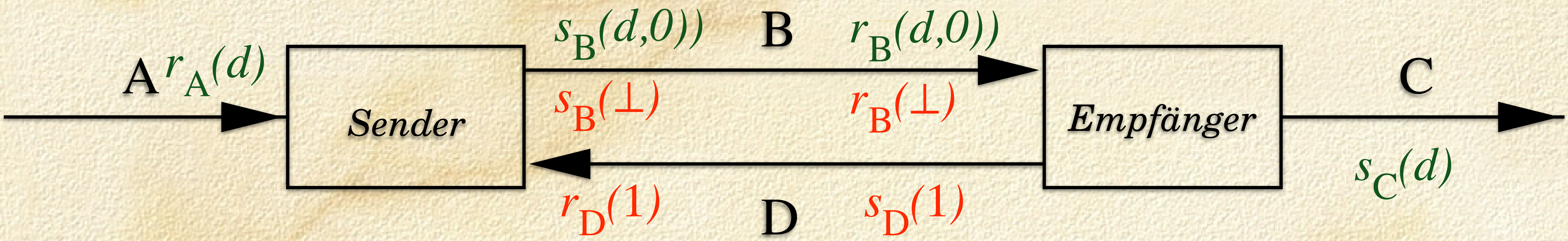


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ??????????*

$r_A(d)$ $s_C(d)$ $r_A(d')$ $s_C(d')$ $r_A(d'')$

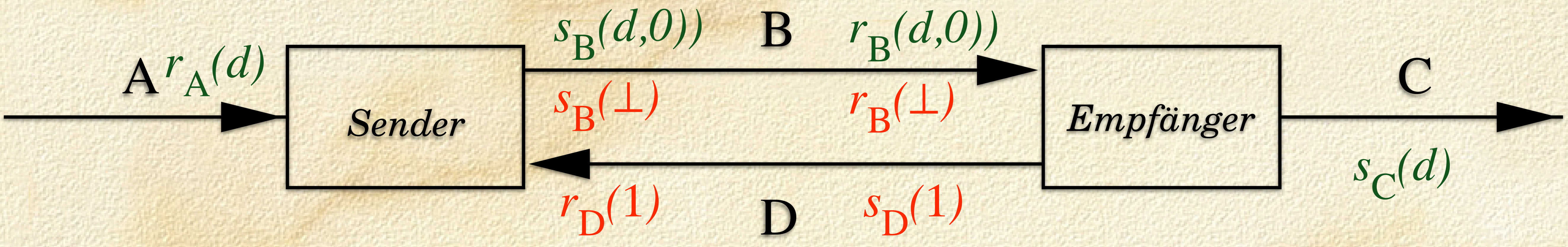


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ??????????*

$r_A(d)\ s_C(d)\ r_A(d')\ s_C(d')\ r_A(d'')\ s_C(d'')$ ......



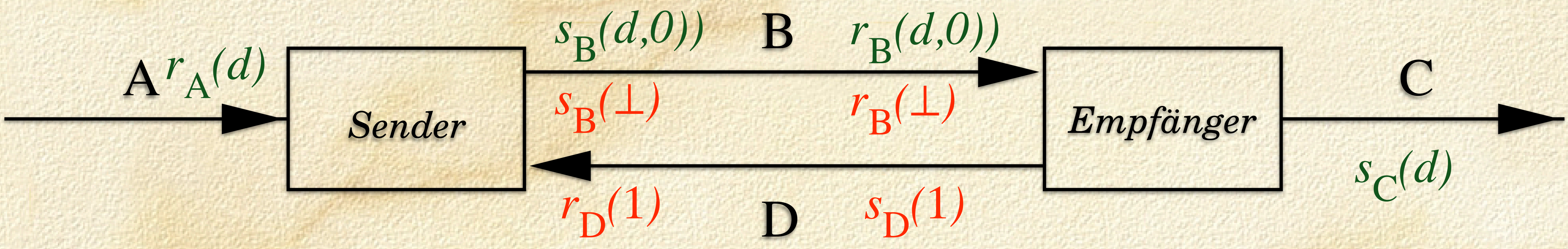
$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ die gestörte Nachricht. H besteht also aus allen Aktionen, die auf der linken Seite dieser Definition vorkommen. τ_I abstrahiert von den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

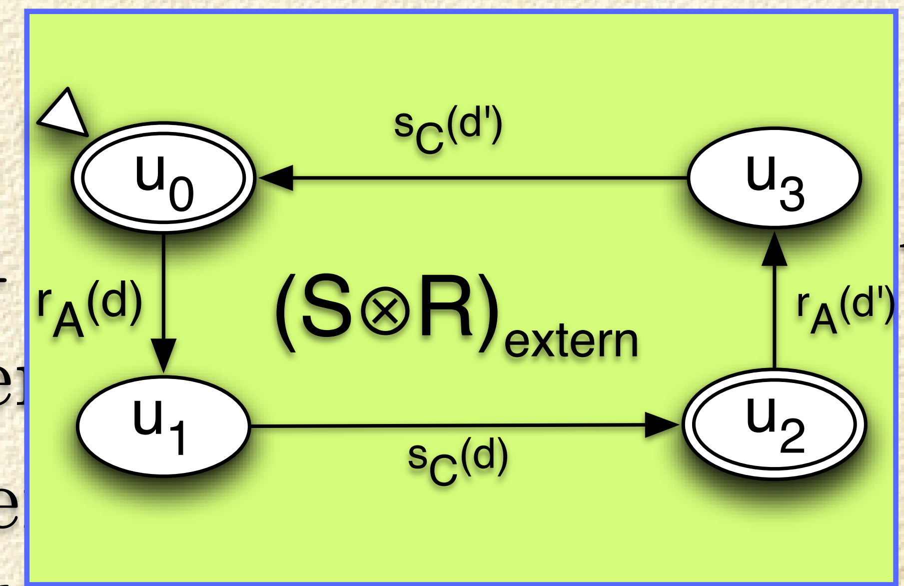
Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ??????????*

$r_A(d)\ \ s_C(d)\ \ r_A(d')\ s_C(d')\ r_A(d'')\ s_C(d'')$ ......

$$X = \sum_{d \in \Delta} r_A(d)\ \ s_C(d)\ \ X \qquad\qquad X = \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$



$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$

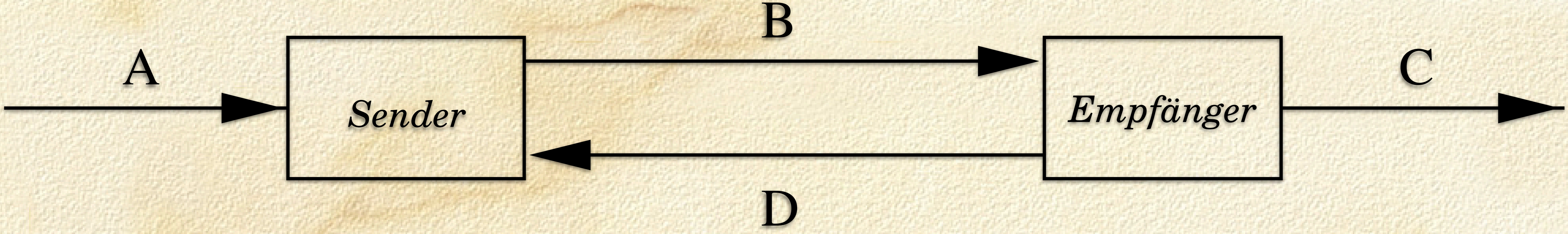


für $d \in \Delta, b \in \{0,1\}$. Dabei ist $\perp$ t.
H besteht also aus allen Aktione
Seite dieser Definition vorkomme
den internen Aktionen in $I := \{c_B(d,b), c_D(b) | d \in \Delta, b \in \{0,1\}\} \cup \{c_B(\perp), c_D(\perp)\}$.

Was ist das (gewünschte) ***externe*** *Verhalten ???????????*

$r_A(d)\ \ s_C(d)\ \ r_A(d')\ s_C(d')\, r_A(d'')\, s_C(d'')$ ......

$$X = \sum_{d\in\Delta} r_A(d)\ \ s_C(d)\ \ X \qquad\qquad X = \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$



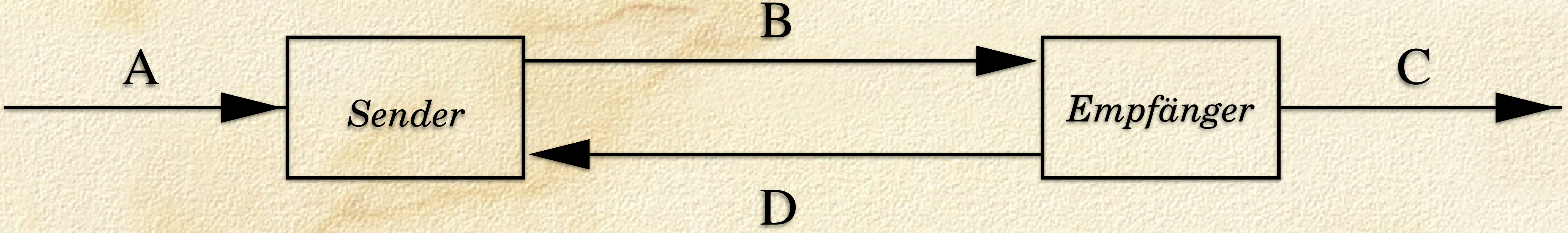
Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

Das spezifizierte Protokoll hat damit also das gewünschte Verhalten:

$$r_{\mathrm{A}}(d_0), s_{\mathrm{C}}(d_0), r_{\mathrm{A}}(d_1), s_{\mathrm{C}}(d_1), r_{\mathrm{A}}(d_2), s_{\mathrm{C}}(d_2), \ldots$$

d.h. alle Datenelemente $d_0, d_1, d_2, \ldots$ werden in der richtigen Reihenfolge (und ohne Verlust oder Verdoppelung) übertragen.



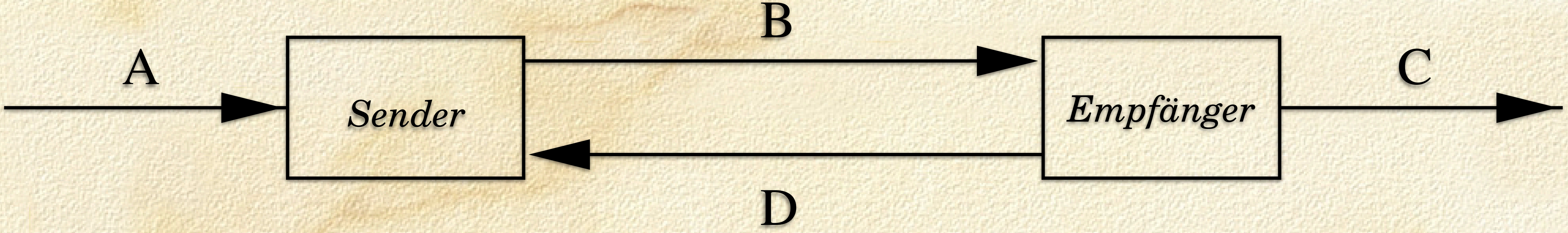
Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

$$\underset{X}{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}} = \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

Das spezifizierte Protokoll hat damit also das gewünschte Verhalten:

$$r_{\mathrm{A}}(d_0), s_{\mathrm{C}}(d_0), r_{\mathrm{A}}(d_1), s_{\mathrm{C}}(d_1), r_{\mathrm{A}}(d_2), s_{\mathrm{C}}(d_2), \ldots$$

d.h. alle Datenelemente $d_0, d_1, d_2, \ldots$ werden in der richtigen Reihenfolge (und ohne Verlust oder Verdoppelung) übertragen.



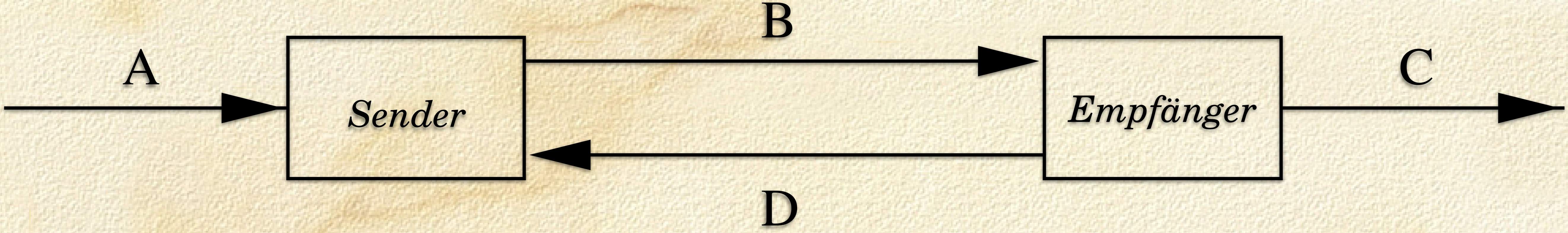
Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

$$\underbrace{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}}_{X} = \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \underbrace{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}}_{X}$$

Das spezifizierte Protokoll hat damit also das gewünschte Verhalten:

$$r_{\mathrm{A}}(d_0), s_{\mathrm{C}}(d_0), r_{\mathrm{A}}(d_1), s_{\mathrm{C}}(d_1), r_{\mathrm{A}}(d_2), s_{\mathrm{C}}(d_2), \ldots$$

d.h. alle Datenelemente $d_0, d_1, d_2, \ldots$ werden in der richtigen Reihenfolge (und ohne Verlust oder Verdoppelung) übertragen.



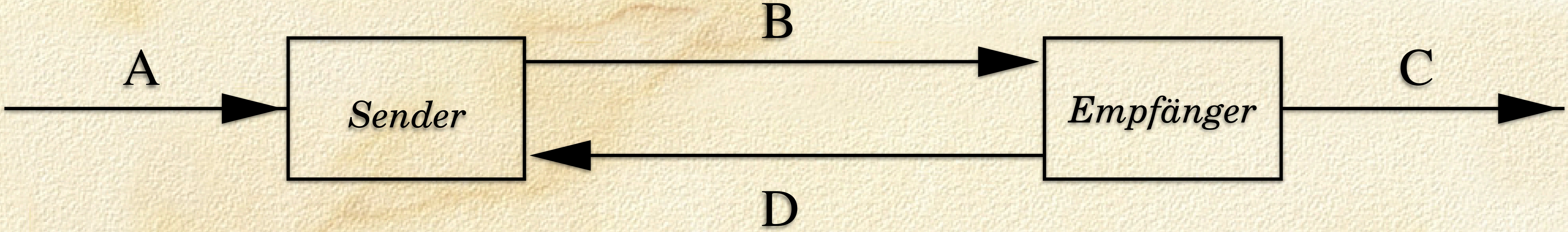
Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

$$\underbrace{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}}_{X} = \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \underbrace{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}}_{X}$$

Das spezifizierte Protokoll hat damit also das gewünschte Verhalten:

$$\boxed{r_{\mathrm{A}}(d_0), s_{\mathrm{C}}(d_0), r_{\mathrm{A}}(d_1), s_{\mathrm{C}}(d_1), r_{\mathrm{A}}(d_2), s_{\mathrm{C}}(d_2), \ldots}$$

d.h. alle Datenelemente $d_0, d_1, d_2, \ldots$ werden in der richtigen Reihenfolge (und ohne Verlust oder Verdoppelung) übertragen.



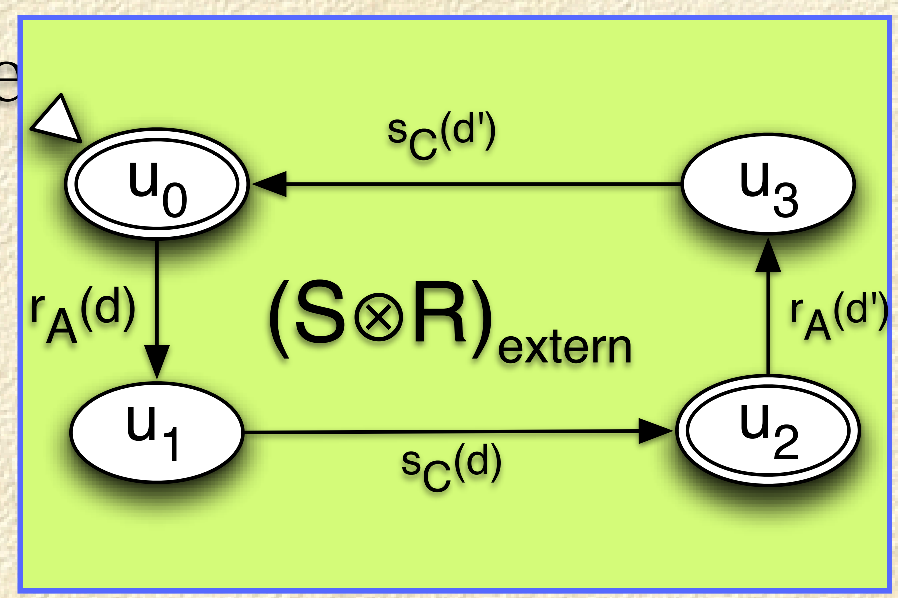
Als Korrektheitsbeweis werden wir ableiten:

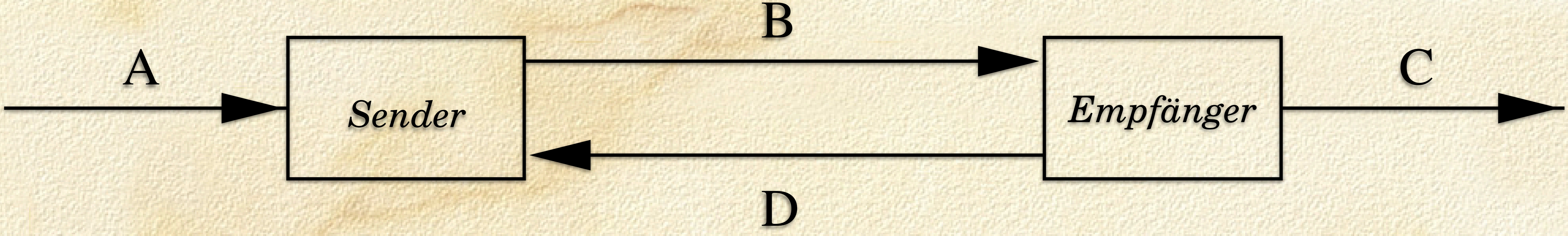
$$\underset{X}{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))}} = \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot \underset{X}{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))}}$$

Das spezifizierte Protokoll hat damit also das gewünschte Verhalten:

$$\boxed{r_{\mathrm{A}}(d_0), s_{\mathrm{C}}(d_0), r_{\mathrm{A}}(d_1), s_{\mathrm{C}}(d_1), r_{\mathrm{A}}(d_2), s_{\mathrm{C}}(d_2), \ldots}$$

d.h. alle Datenelemente $d_0, d_1, d_2, \ldots$ we
richtigen Reihenfolge (und ohne Verlust
Verdoppelung) übertragen.



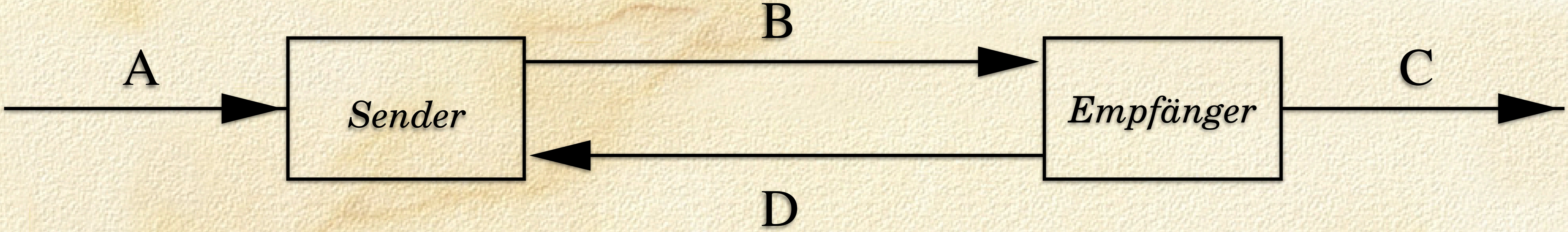


Als erster Schritt leitet man unter Benutzung der Axiome M1, RDP, LM4, CM9, CM10, LM3, CM8, A6, A7 ab:

$$
\begin{aligned}
R_0 \| S_0 \; = \; & \textstyle\sum_{d' \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d', 0) \cdot ((s_{\mathrm{C}}(d') Q_0) \| S_0) \\
& + r_{\mathrm{B}}(d', 1) \cdot (Q_1 \| S_0)\} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot (Q_1 \| S_0) \\
& + \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot (T_{d0} \| R_0)
\end{aligned}
$$

Weiter erhält man mit D4, D1, D2, D5, A6, A7:

$$
\partial_H (R_0 \| S_0) \; = \; \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \partial_H (T_{d0} \| R_0)
$$



Als erster Schritt leitet man unter Benutzung der Axiome M1, RDP, LM4, CM9, CM10, LM3, CM8, A6, A7 ab:

$$\begin{aligned} R_0 \| S_0 \;&=\; \textstyle\sum_{d' \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d', 0) \cdot ((s_{\mathrm{C}}(d') Q_0) \| S_0) \\ &\quad + r_{\mathrm{B}}(d', 1) \cdot (Q_1 \| S_0) \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot (Q_1 \| S_0) \\ &\quad + \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot (T_{d0} \| R_0) \end{aligned}$$

Weiter erhält man mit D4, D1, D2, D5, A6, A7:

$$\partial_H (R_0 \| S_0) \;=\; \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \partial_H (T_{d0} \| R_0)$$

$$\begin{aligned} R_b \;&=\; \sum_{d \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d, b) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\ &\qquad + r_{\mathrm{B}}(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\ Q_b \;&=\; (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_b \;&=\; \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\ T_{db} \;&=\; (s_{\mathrm{B}}(d, b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\ U_{db} \;&=\; r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db} \end{aligned}$$

$$\underline{R_0 \| S_0}$$

$$\stackrel{\text{M1}}{=}$$

$$\underline{R_0} \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0 + \underline{S_0} \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} R_0 + \underline{R_0} | \underline{S_0}$$

$$\stackrel{\text{RDP}}{=}$$

$$\underline{(\textstyle\sum_{d' \in \Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0}$$
$$+\underline{(\textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} R_0}$$
$$+\underline{(\textstyle\sum_{d' \in \Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1) | (\textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$\stackrel{\text{LM4,CM9,10}}{=}$$

$$\textstyle\sum_{d' \in \Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0} + \underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0}\} + \underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0}$$
$$+ \textstyle\sum_{d \in \Delta} \underline{(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} R_0} + \sum_{d' \in \Delta} \sum_{d \in \Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0) | (r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$
$$+\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1) | (r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}\} + \textstyle\sum_{d \in \Delta} \underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1) | (r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b) \cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \ + \ (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}$$

$$\underline{R_0 \| S_0}$$

$$\stackrel{\text{M1}}{=}$$

$$\underline{R_0} \mathbin{\|\!\!\!\_} S_0 + \underline{S_0} \mathbin{\|\!\!\!\_} R_0 + \underline{R_0}|\underline{S_0}$$

$$\stackrel{\text{RDP}}{=}$$

$$\underline{(\textstyle\sum_{d'\in\Delta} \boxed{\{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)} \mathbin{\|\!\!\!\_} S_0}$$

$$+\underline{(\textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\|\!\!\!\_} R_0}$$

$$+\underline{(\textstyle\sum_{d'\in\Delta} \{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(\textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$\stackrel{\text{LM4,CM9,10}}{=}$$

$$\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0) \mathbin{\|\!\!\!\_} S_0} + \underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1) \mathbin{\|\!\!\!\_} S_0}\} + \underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1) \mathbin{\|\!\!\!\_} S_0}$$

$$+\textstyle\sum_{d\in\Delta} \underline{(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\|\!\!\!\_} R_0} + \textstyle\sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$+\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}\} + \textstyle\sum_{d\in\Delta} \underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\
&\qquad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \ + \ (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

$$\underline{R_0 \| S_0}$$

$$\underset{=}{\text{M1}}$$

$$\underline{R_0} \mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0 + \underline{S_0} \mathbin{\lfloor\!\lfloor} R_0 + \underline{R_0}|\underline{S_0}$$

$$\underset{=}{\text{RDP}}$$

$$\underline{(\textstyle\sum_{d'\in\Delta} \boxed{\{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1}) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0}$$
$$+\underline{(\textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} R_0}$$
$$+\underline{(\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0 + r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(\textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$\underset{=}{\text{LM4,CM9,10}}$$

$$\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{\underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)} \mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)} \mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0}\} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)} \mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0}$$
$$+\textstyle\sum_{d\in\Delta} \underline{(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \mathbin{\lfloor\!\lfloor} R_0} + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$
$$+\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}\} + \textstyle\sum_{d\in\Delta} \underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}$$

$$\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \ + \ (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{\underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)}\mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)}\mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0}\} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)}\mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} S_0} \\
&+\textstyle\sum_{d\in\Delta}\underline{(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})\mathbin{\lfloor\!\!\lfloor} R_0} + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})} \\
&+\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}\} + \textstyle\sum_{d\in\Delta}\underline{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overset{\mathrm{LM3,CM8}}{=} \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + r_{\mathrm{B}}(d',1)(Q_1\|S_0)\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)(Q_1\|S_0) \\
&+\textstyle\sum_{d\in\Delta}r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0) + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{\delta((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|T_{d0})} + \underline{\delta(Q_1\|T_{d0})}\} \\
&+\textstyle\sum_{d\in\Delta}\underline{\delta(Q_1\|T_{d0})}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overset{\mathrm{A6,7}}{=} \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + r_{\mathrm{B}}(d',1)(Q_1\|S_0)\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)(Q_1\|S_0) \\
&+\textstyle\sum_{d\in\Delta}r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b)+s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b)+s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \ + \ (r_{\mathrm{D}}(1-b)+r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\boxed{\{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)}\underline{\lfloor\!\lfloor S_0} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)}\lfloor\!\lfloor S_0}\} + \underline{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(\bot)Q_1)}\lfloor\!\lfloor S_0} \\
&\textstyle+\sum_{d\in\Delta}\underline{(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})\lfloor\!\lfloor R_0} + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})} \\
&\textstyle+\underline{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}\} + \sum_{d\in\Delta}\underline{(r_{\mathrm{B}}(\bot)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overset{\text{LM3,CM8}}{=} \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\boxed{\{r_{\mathrm{B}}(d',0)}((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + \boxed{r_{\mathrm{B}}(d',1)}(Q_1\|S_0)\} + \boxed{r_{\mathrm{B}}(\bot)}(Q_1\|S_0) \\
&\textstyle+\sum_{d\in\Delta}r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0) + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\underline{\delta((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|T_{d0})} + \underline{\delta(Q_1\|T_{d0})}\} \\
&\textstyle+\sum_{d\in\Delta}\underline{\delta(Q_1\|T_{d0})}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overset{\text{A6,7}}{=} \\
&\textstyle\sum_{d'\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + r_{\mathrm{B}}(d',1)(Q_1\|S_0)\} + r_{\mathrm{B}}(\bot)(Q_1\|S_0) \\
&\textstyle+\sum_{d\in\Delta}r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0).
\end{aligned}
$$

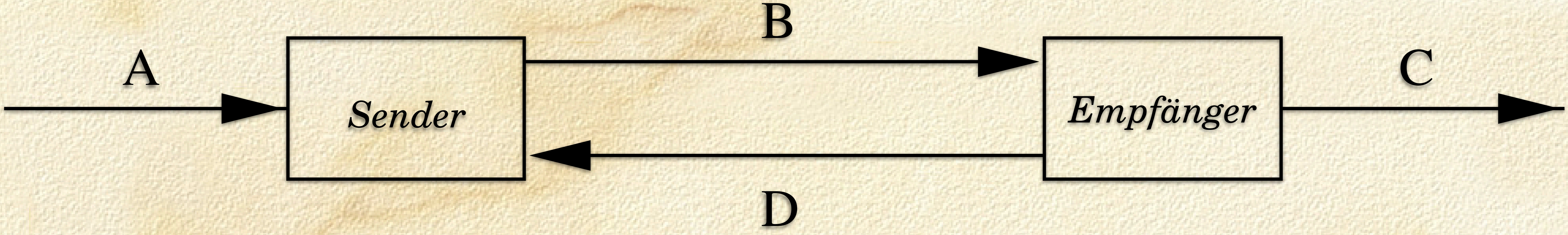
$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\
&\qquad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\bot)\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\bot))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\bot))\cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\bot))\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \\
&\sum_{d'\in\Delta}\{\boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)}\mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0 + \boxed{(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)}\mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0\} + \boxed{(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)}\mathbin{\lfloor\!\lfloor} S_0 \\
&+\sum_{d\in\Delta}(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})\mathbin{\lfloor\!\lfloor} R_0 + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{(r_{\mathrm{B}}(d',0)s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \\
&+(r_{\mathrm{B}}(d',1)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0})\} + \sum_{d\in\Delta}(r_{\mathrm{B}}(\perp)Q_1)|(r_{\mathrm{A}}(d)T_{d0}) \\
&\overset{\text{LM3,CM8}}{=} \\
&\sum_{d'\in\Delta}\{\boxed{r_{\mathrm{B}}(d',0)}((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + \boxed{r_{\mathrm{B}}(d',1)}(Q_1\|S_0)\} + \boxed{r_{\mathrm{B}}(\perp)}(Q_1\|S_0) \\
&+\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0) + \sum_{d'\in\Delta}\sum_{d\in\Delta}\{\boxed{\delta}((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|T_{d0}) + \boxed{\delta}(Q_1\|T_{d0})\} \\
&+\sum_{d\in\Delta}\boxed{\delta}(Q_1\|T_{d0}) \\
&\overset{\text{A6,7}}{=} \\
&\sum_{d'\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d',0)((s_{\mathrm{C}}(d')Q_0)\|S_0) + r_{\mathrm{B}}(d',1)(Q_1\|S_0)\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)(Q_1\|S_0) \\
&+\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)(T_{d0}\|R_0).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b)+s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b)+s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \ + \ (r_{\mathrm{D}}(1-b)+r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$



Als erster Schritt leitet man unter Benutzung der Axiome M1, RDP, LM4, CM9, CM10, LM3, CM8, A6, A7 ab:

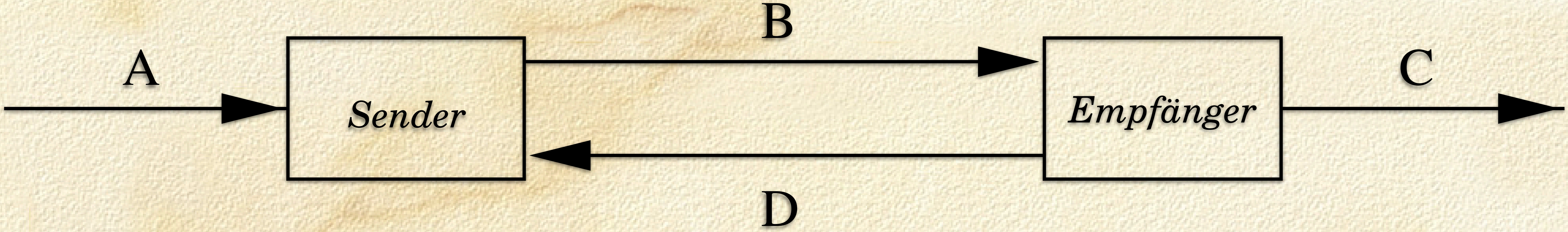
$$
\begin{aligned}
R_0 \| S_0 \;=\; & \textstyle\sum_{d' \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d', 0) \cdot ((s_{\mathrm{C}}(d') Q_0) \| S_0) \\
& + r_{\mathrm{B}}(d', 1) \cdot (Q_1 \| S_0) \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot (Q_1 \| S_0) \\
& + \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot (T_{d0} \| R_0)
\end{aligned}
$$

Weiter erhält man mit D4, D1, D2, D5, A6, A7:

$$
\partial_H(R_0 \| S_0) \;=\; \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \partial_H(T_{d0} \| R_0)
$$

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d, b) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\
& \quad + r_{\mathrm{B}}(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d, b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$



Als erster Schritt leitet man unter Benutzung der Axiome M1, RDP, LM4, CM9, CM10, LM3, CM8, A6, A7 ab:

$$\begin{aligned} R_0 \| S_0 \; &= \; \textstyle\sum_{d' \in \Delta} \{ \boxed{r_B(d',0)} \cdot ((s_C(d')Q_0) \| S_0) \\ &\quad + \boxed{r_B(d',1)} \cdot (Q_1 \| S_0) \} + \boxed{r_B(\perp)} \cdot (Q_1 \| S_0) \\ &\quad + \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_A(d) \cdot (T_{d0} \| R_0) \end{aligned}$$

Weiter erhält man mit D4, D1, D2, D5, A6, A7:

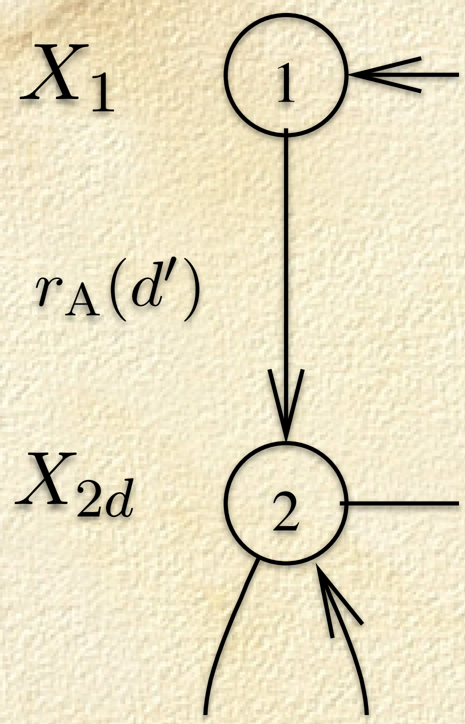
$$\partial_H(R_0 \| S_0) \; = \; \textstyle\sum_{d \in \Delta} r_A(d) \cdot \partial_H(T_{d0} \| R_0)$$

$$\begin{aligned} R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_B(d,b) \cdot s_C(d) \cdot Q_b \\ &\quad + r_B(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_B(\perp) \cdot Q_{1-b} \\ Q_b &= (s_D(b) + s_D(\perp)) \cdot R_{1-b} \end{aligned}$$

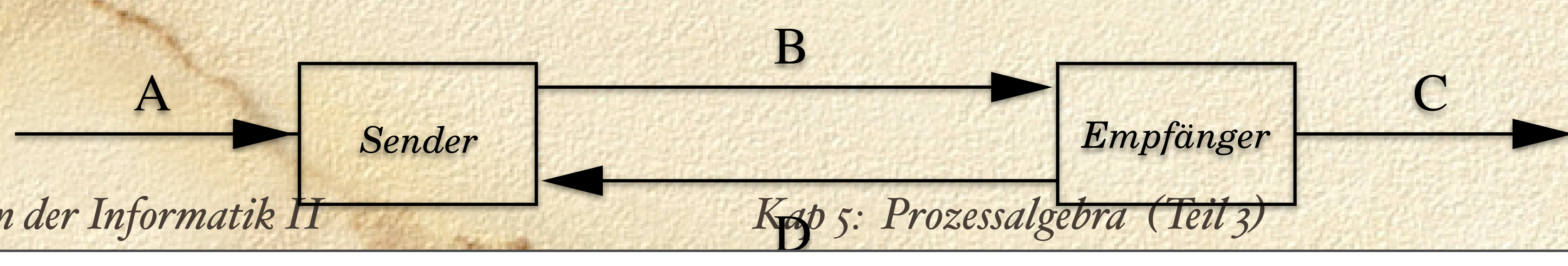
$$\begin{aligned} S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_A(d) \cdot T_{db} \\ T_{db} &= (s_B(d,b) + s_B(\perp)) \cdot U_{db} \\ U_{db} &= r_D(b) \cdot S_{1-b} \; + \; (r_D(1-b) + r_D(\perp)) \cdot T_{db} \end{aligned}$$

$$\partial_H(R_0 \| S_0) \;=\; \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \partial_H(T_{d0} \| R_0)$$

Diese Äquivalenz entspricht dem Übergang vom Zustand 1 in den Zustand 2 im Transitionsgraph von $\partial_H(R_0 \| S_0)$ in Abb. 2.3.



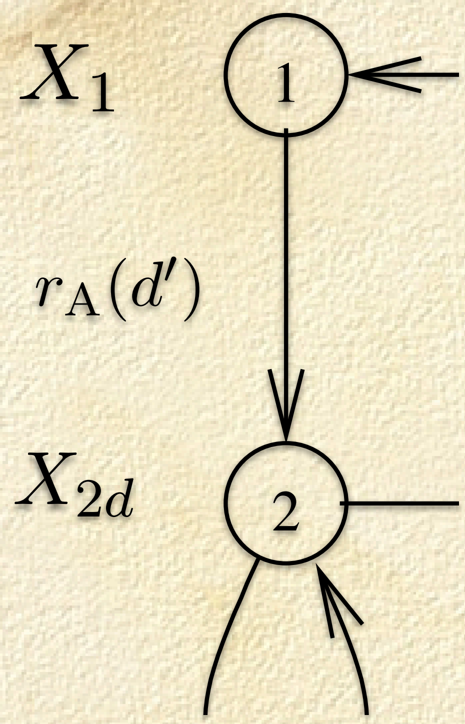
Transitionsgraph von $\partial_H(R_0 \| S_0)$



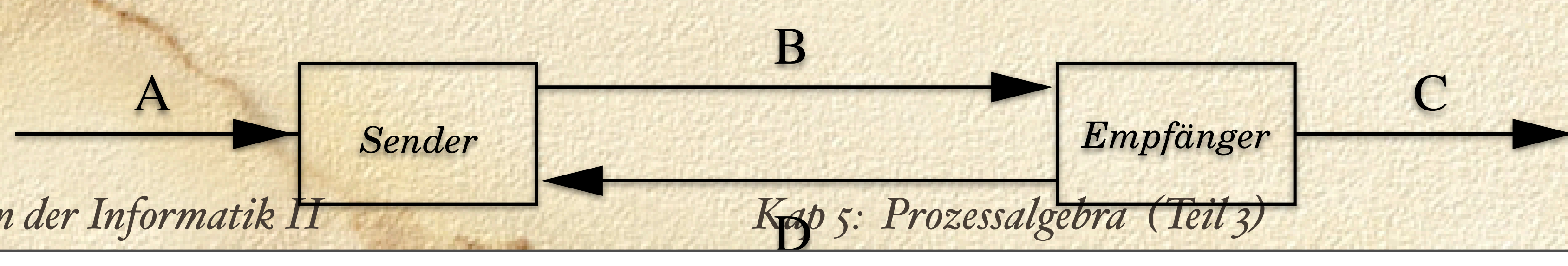
$$\partial_H(R_0 \| S_0) \;=\; \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \partial_H(T_{d0} \| R_0)$$

$$X_1 \qquad\qquad\qquad\qquad X_{2d}$$

Diese Äquivalenz entspricht dem Übergang vom Zustand 1 in den Zustand 2 im Transitionsgraph von $\partial_H(R_0 \| S_0)$ in Abb. 2.3.



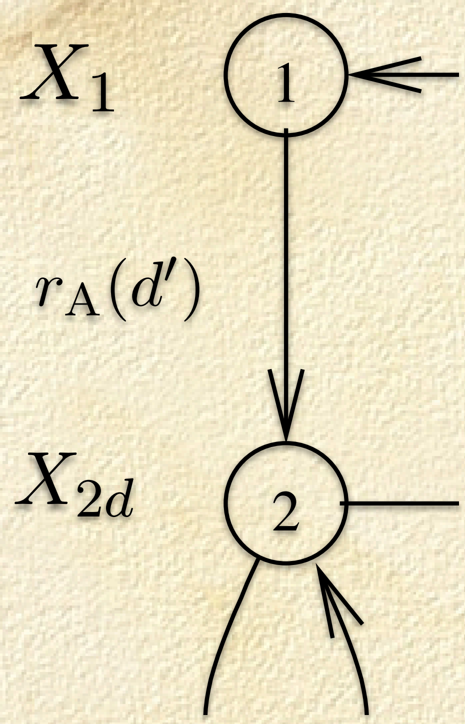
Transitionsgraph von $\partial_H(R_0 \| S_0)$



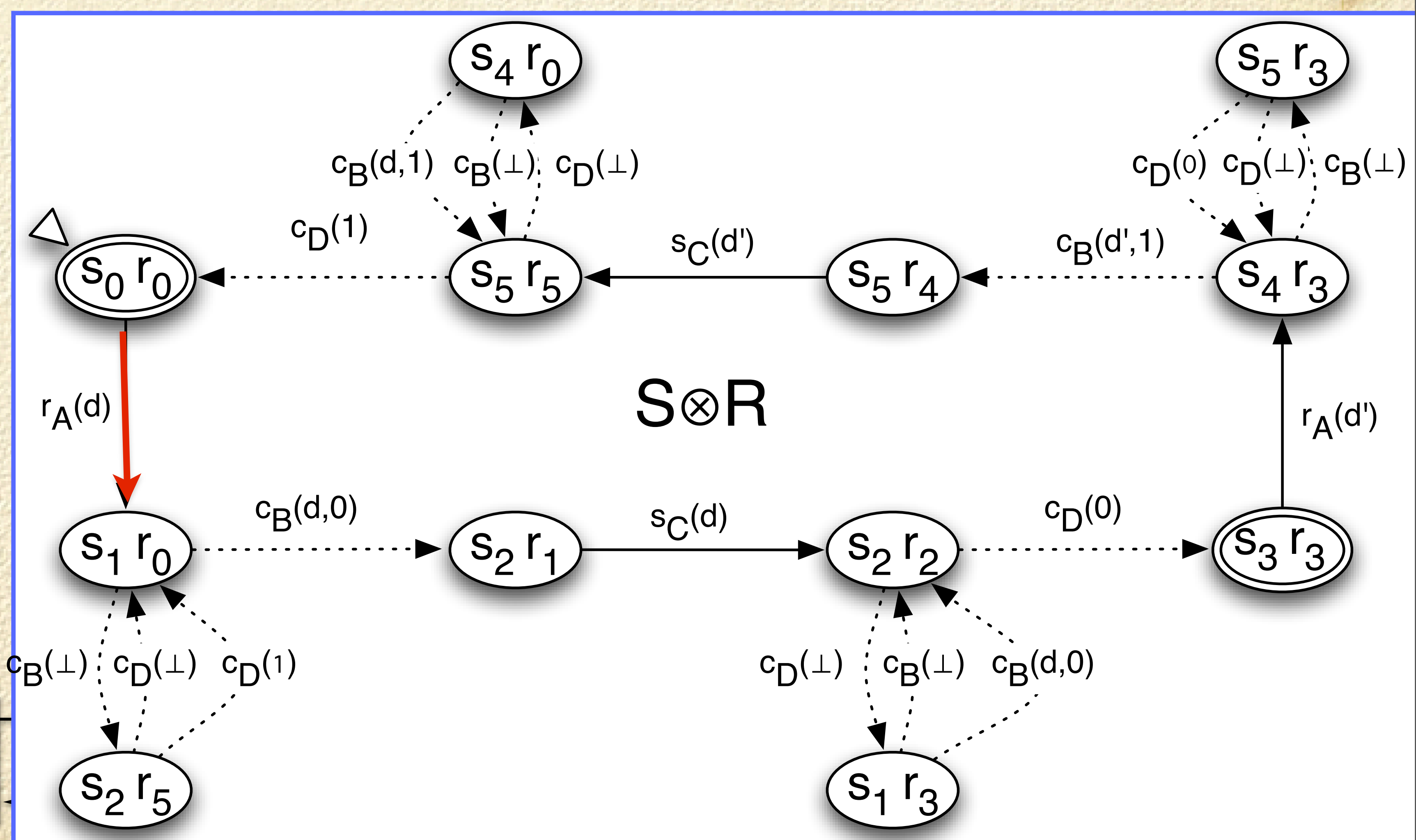
$$\partial_H(R_0 \| S_0) \;=\; \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot \partial_H(T_{d0}\|R_0)$$

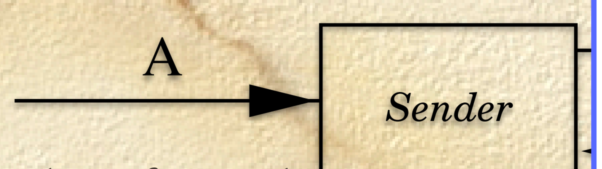
X_1 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ X_{2d}

Diese Äquivalenz entspricht dem Übergang vom Zustand 1 in den Zustand 2 im Transitionsgraph von $\partial_H(R_0\|S_0)$ in Abb. 2.3.

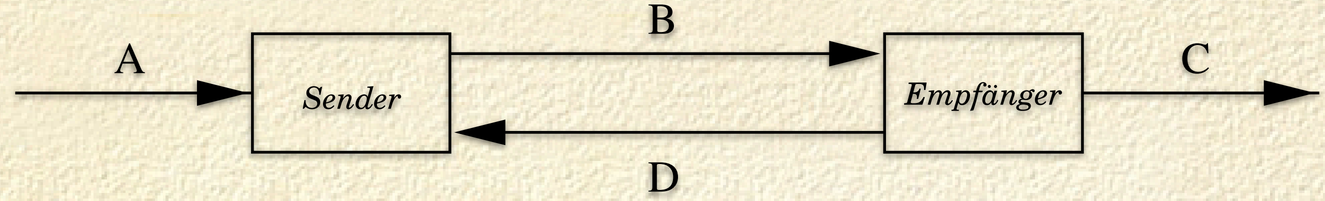


Transitionsgraph von $\partial_H(R_0\|S_0)$

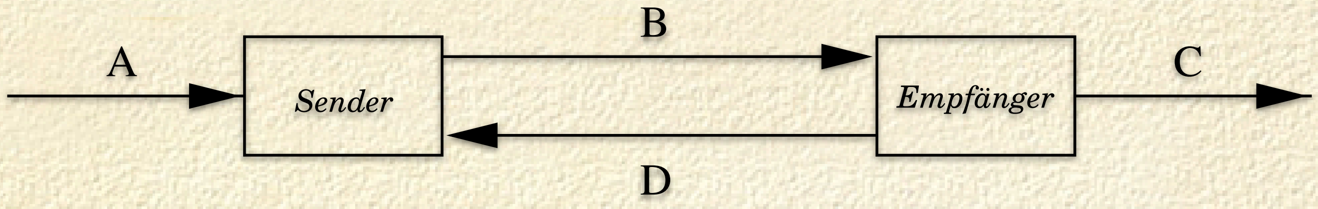




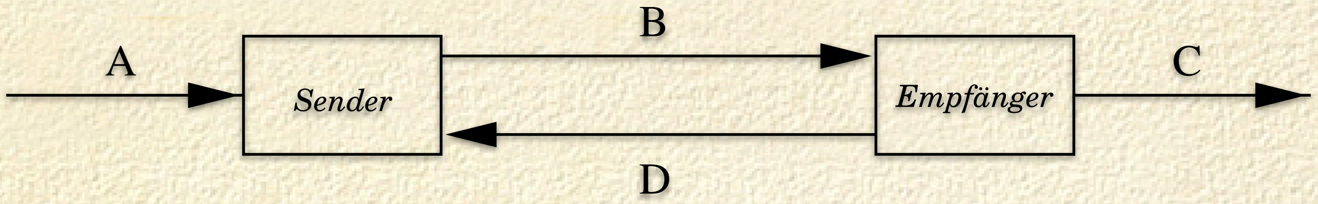
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_A(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_B(d,0) \cdot X_{4d} + c_B(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_D(1) + c_D(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_C(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_D(0) \cdot Y_1 + c_D(\perp) \cdot X_{6d}
\end{aligned}
$$

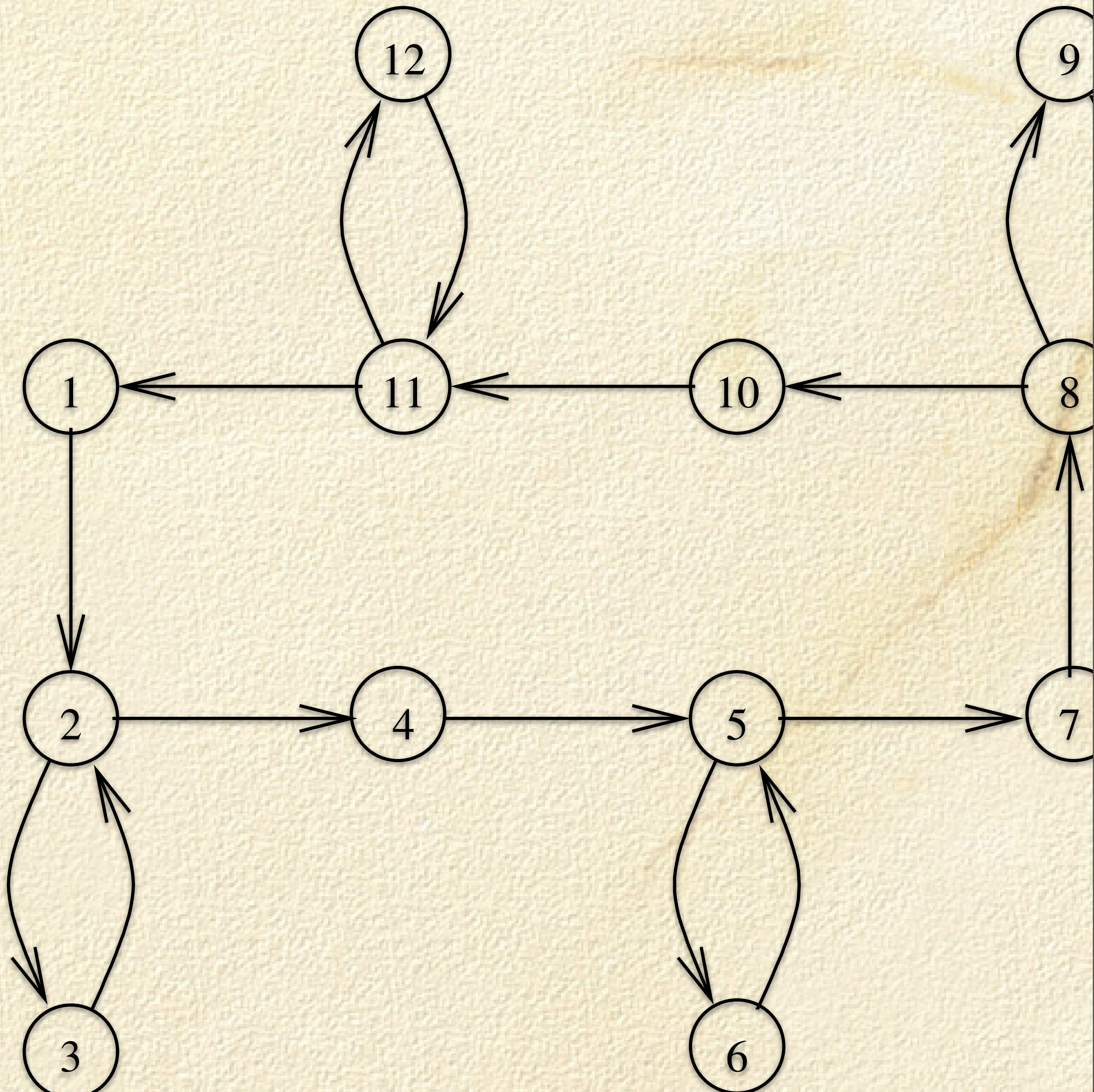


$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
| \quad d \in \Delta \quad &\}
\end{aligned}
$$

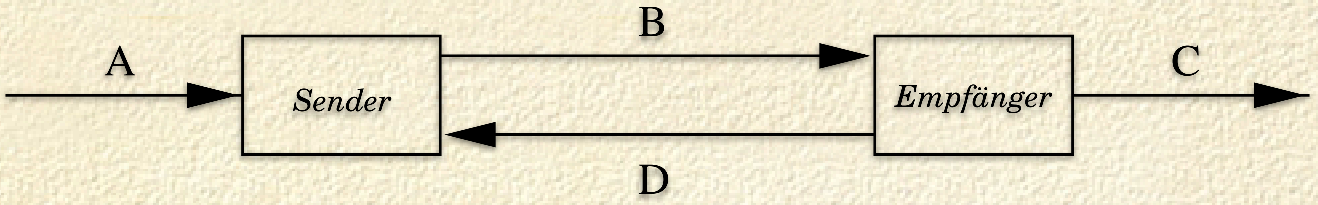


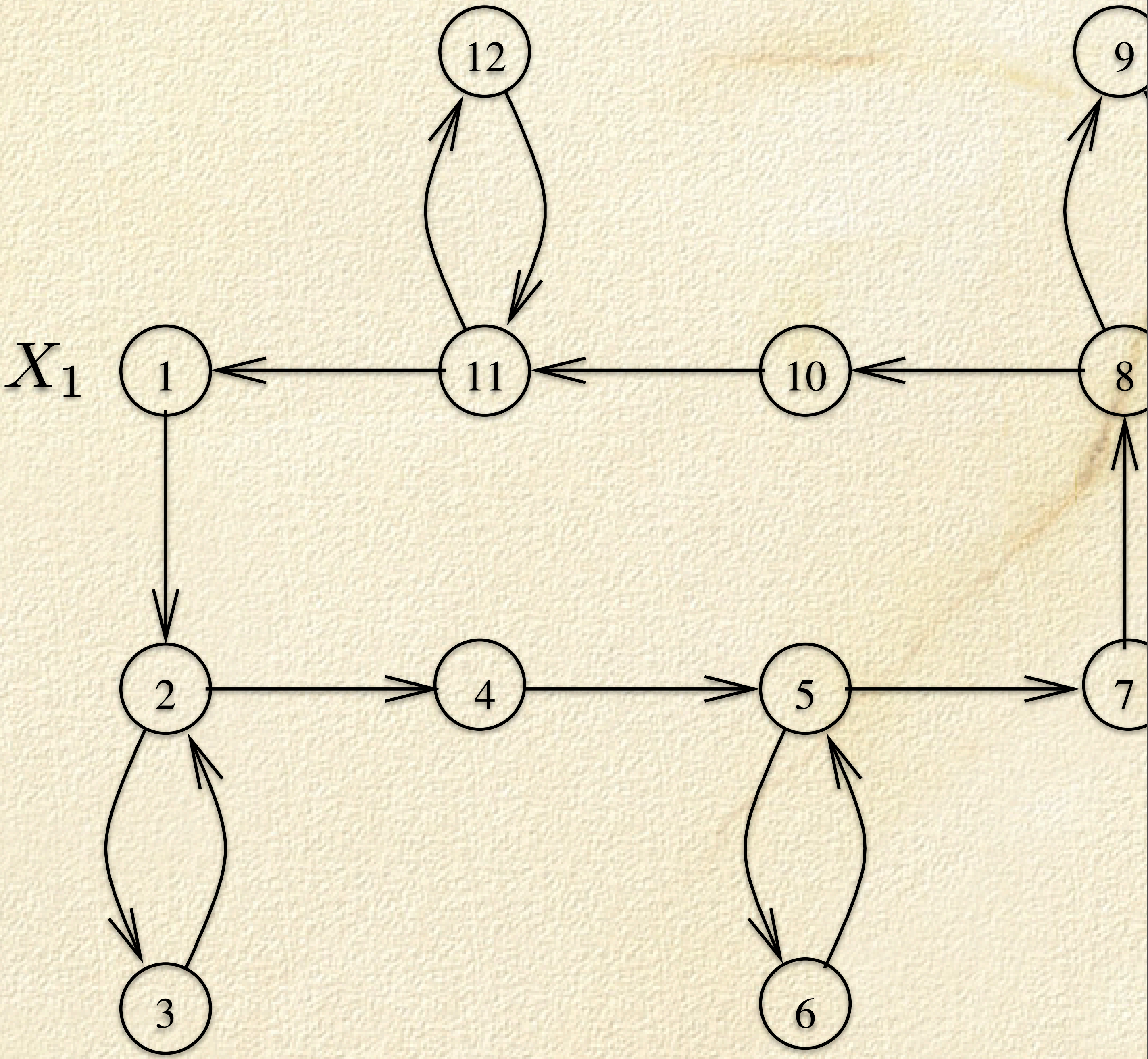
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
| \quad & d \in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$



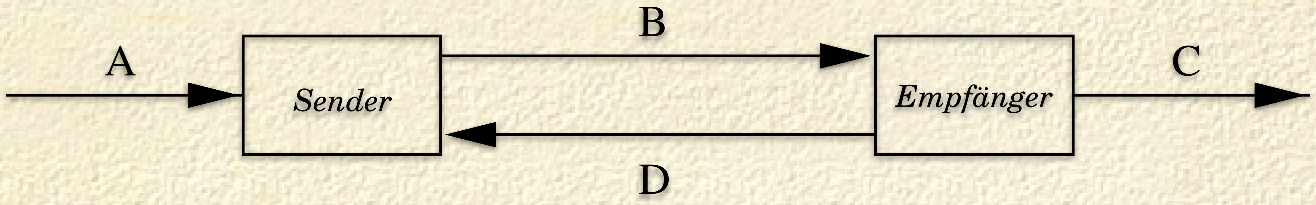


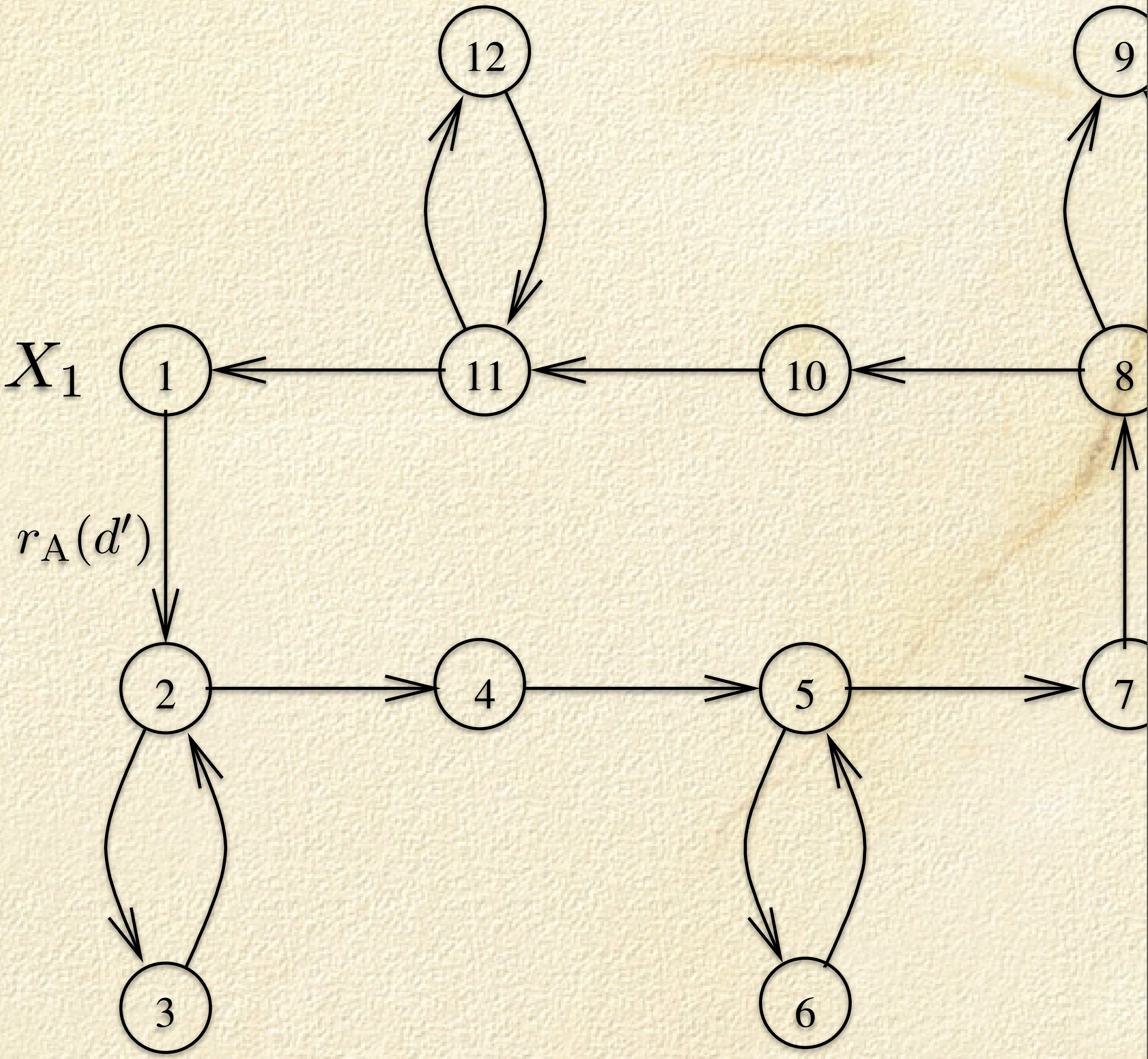
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
| \quad d \in \Delta \quad &\}
\end{aligned}
$$





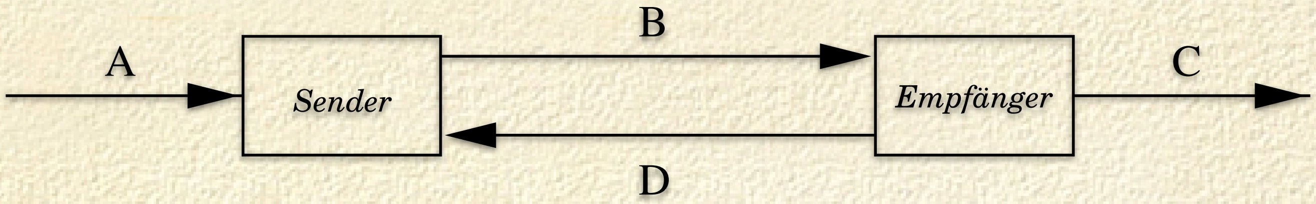
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
&\mid \quad d \in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$

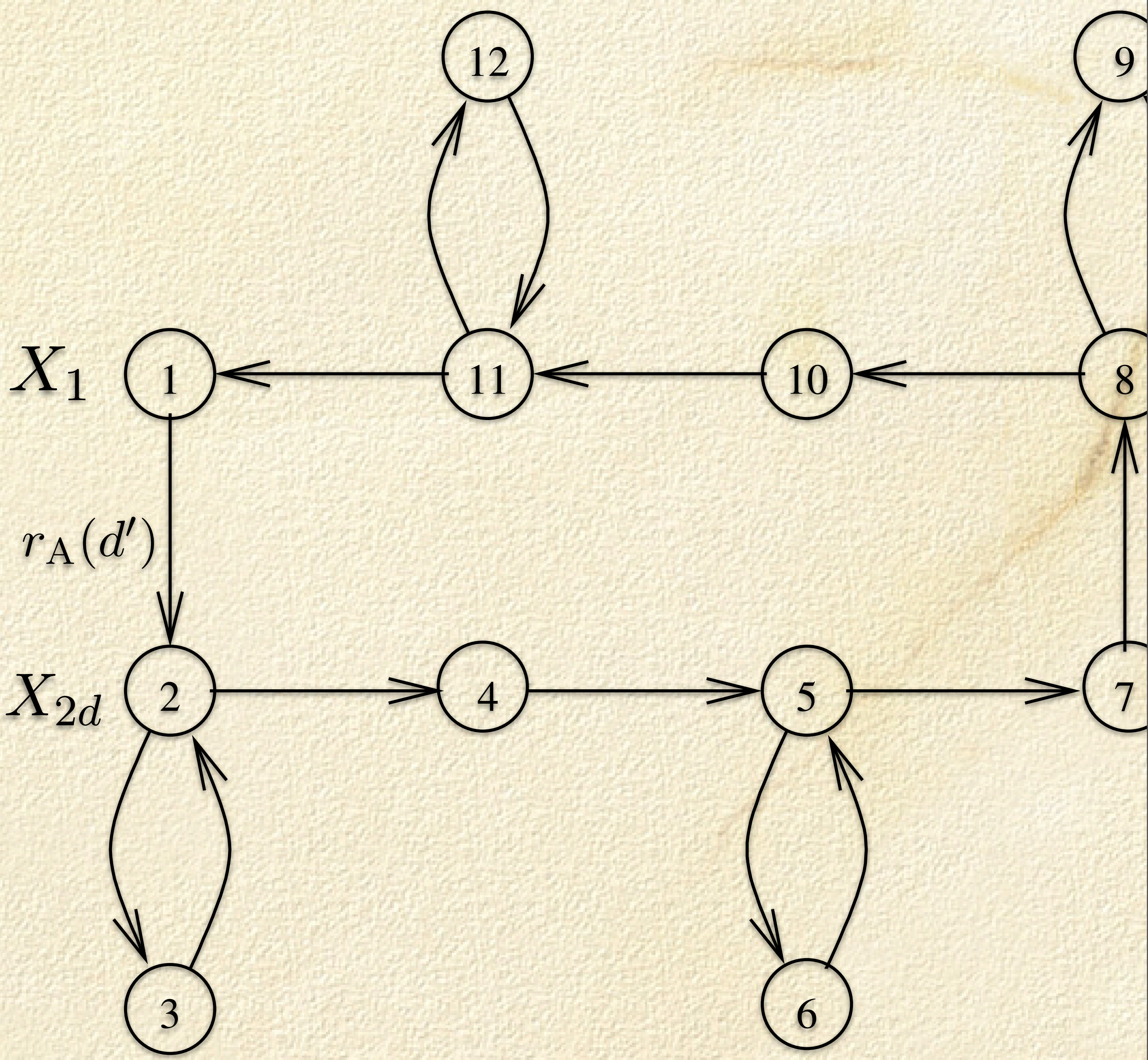




Thursday, January 13, 2011

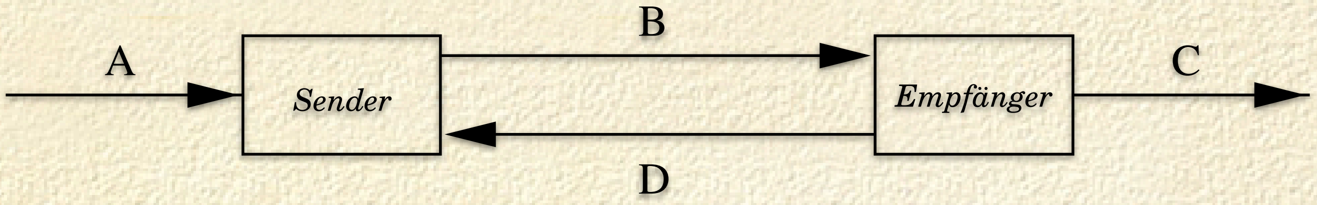
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_A(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_B(d,0) \cdot X_{4d} + c_B(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_D(1) + c_D(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_C(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_D(0) \cdot Y_1 + c_D(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_B(d,0) + c_B(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_A(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_B(d,1) \cdot Y_{4d} + c_B(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_D(0) + c_D(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_C(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_D(1) \cdot X_1 + c_D(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_B(d,1) + c_B(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
&\mid \quad d \in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$

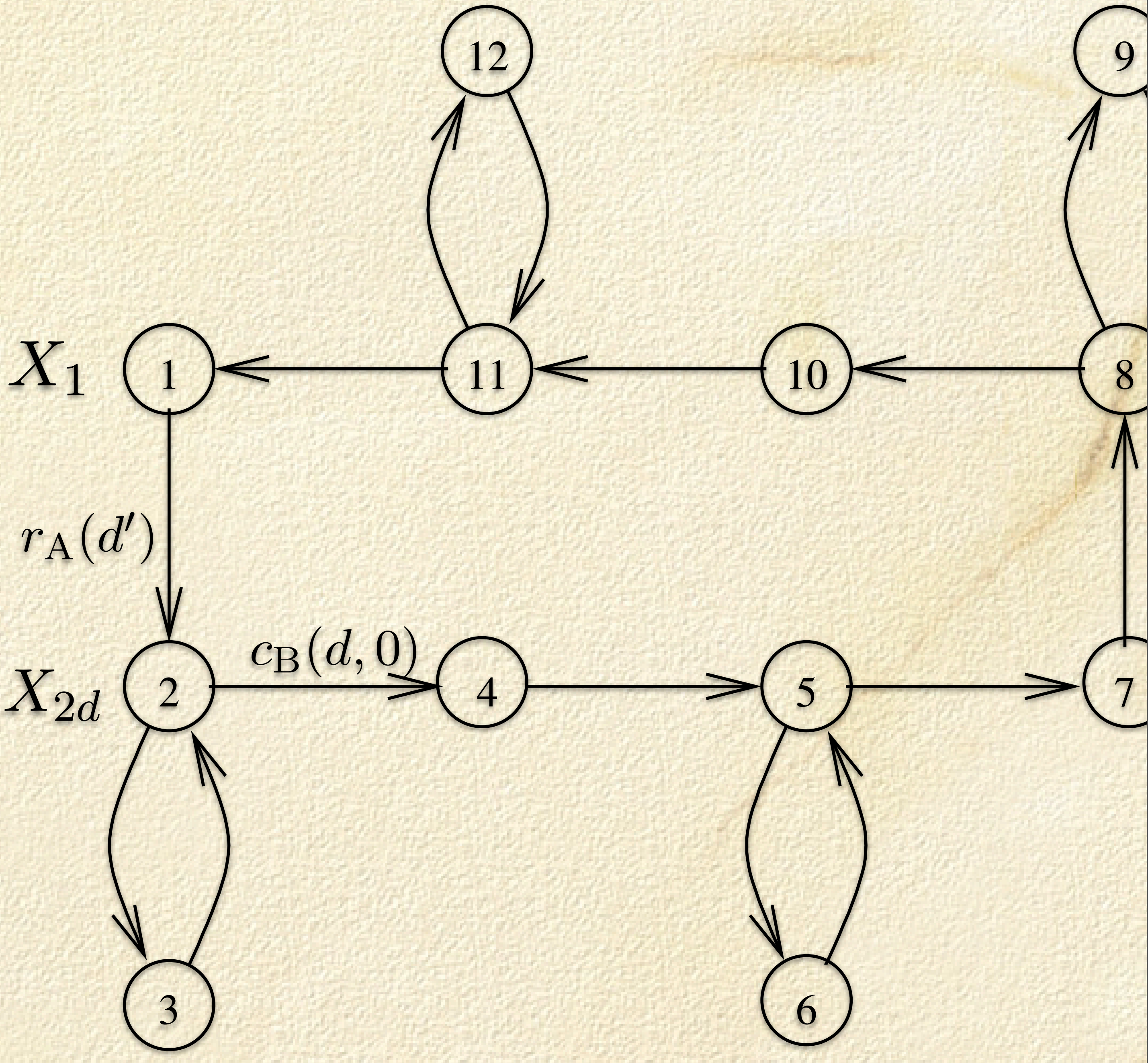




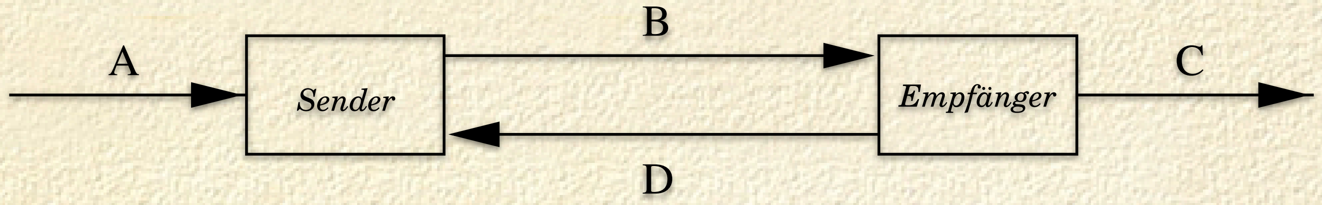
Thursday, January 13, 2011

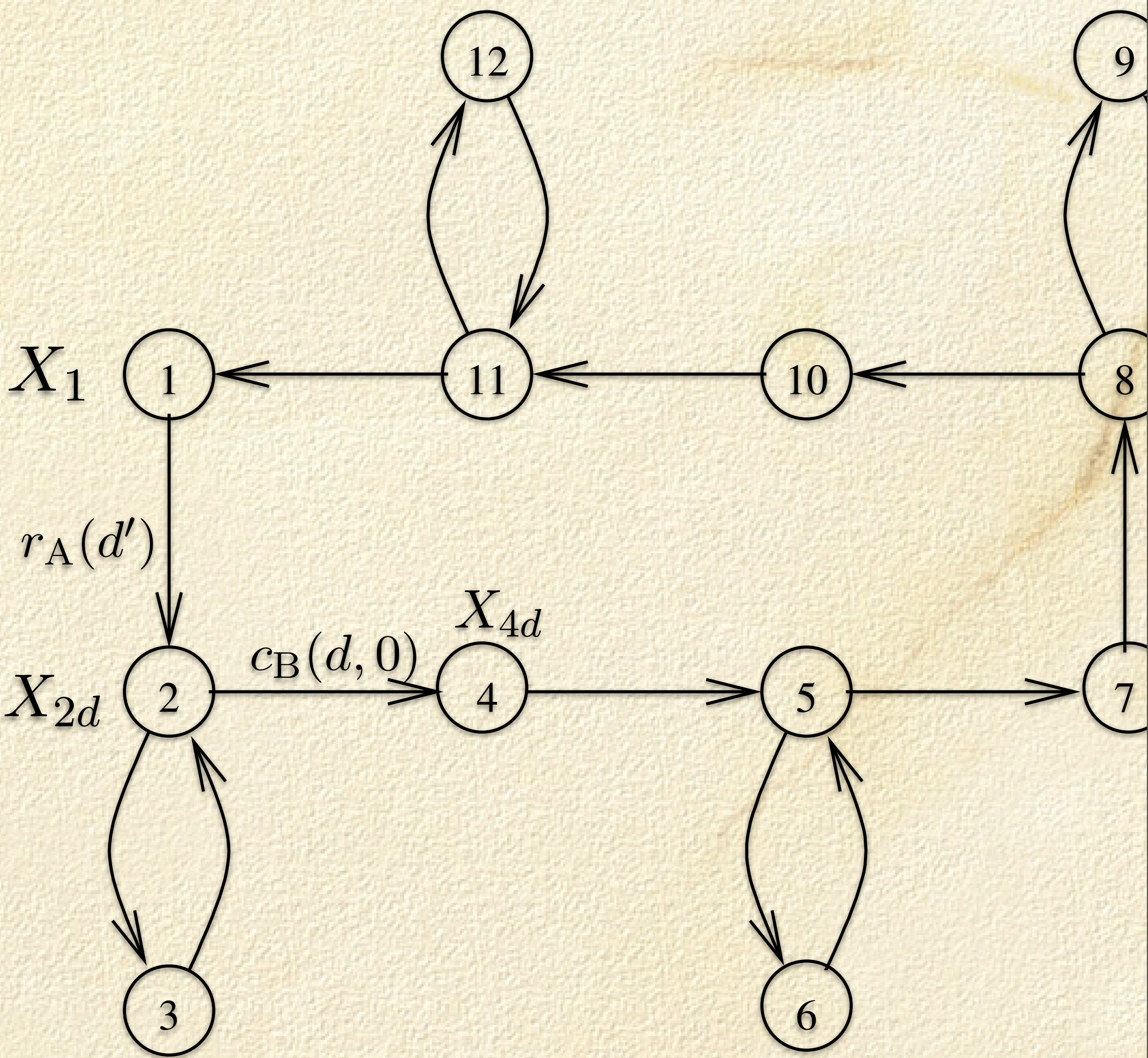
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\bot) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\bot)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\bot) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\bot)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\bot) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\bot)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\bot) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\bot)) \cdot Y_{5d} \\
\mid \quad d &\in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$





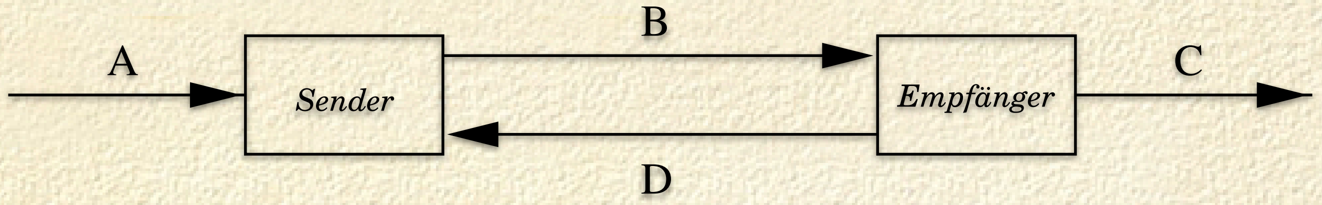
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_A(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_B(d,0) \cdot X_{4d} + c_B(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_D(1) + c_D(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_C(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_D(0) \cdot Y_1 + c_D(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_B(d,0) + c_B(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_A(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_B(d,1) \cdot Y_{4d} + c_B(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_D(0) + c_D(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_C(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_D(1) \cdot X_1 + c_D(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_B(d,1) + c_B(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
&\mid \quad d \in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$

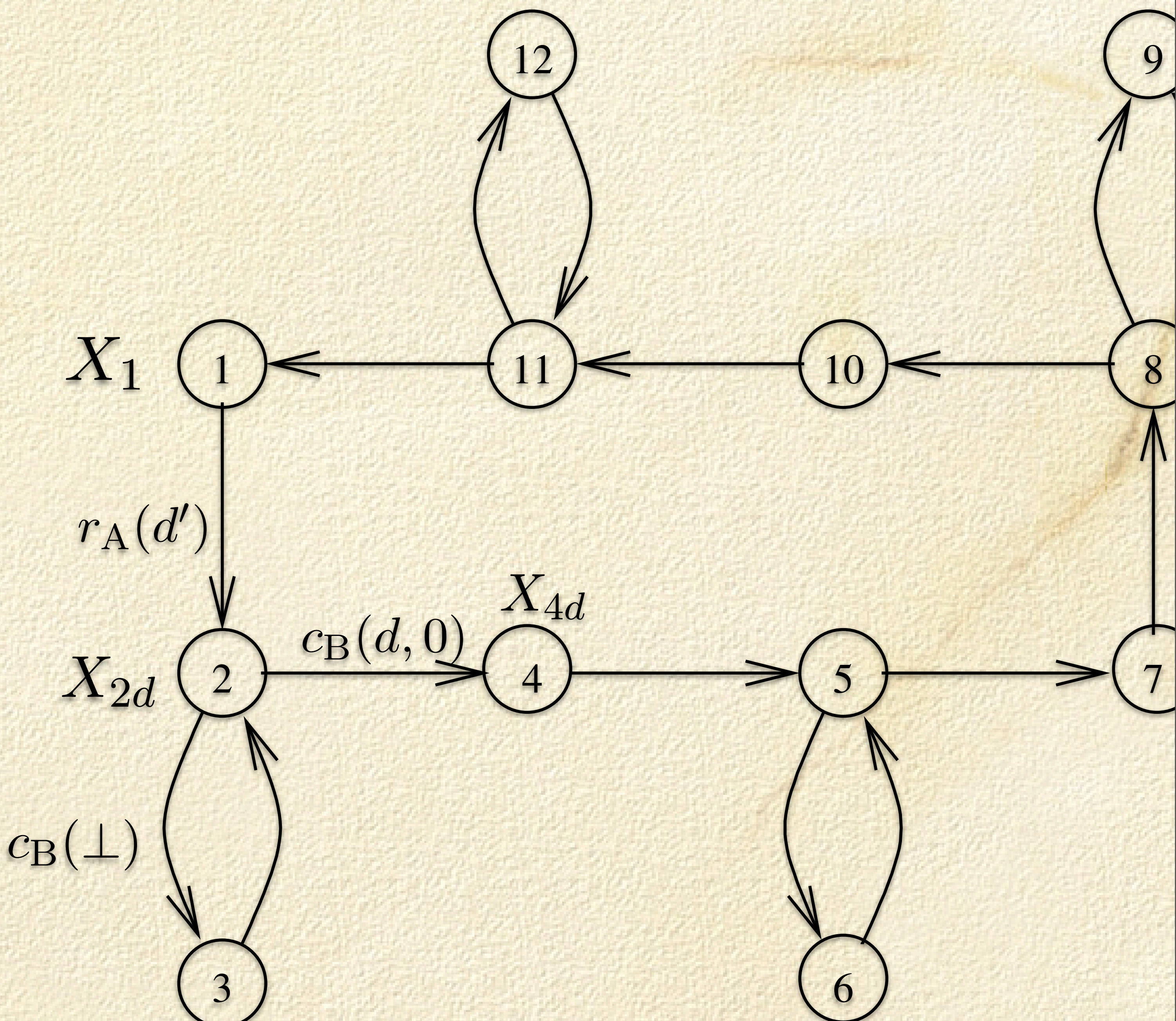




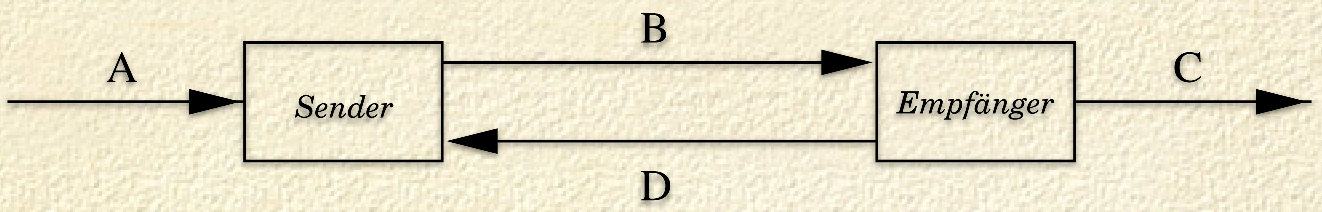
Thursday, January 13, 2011

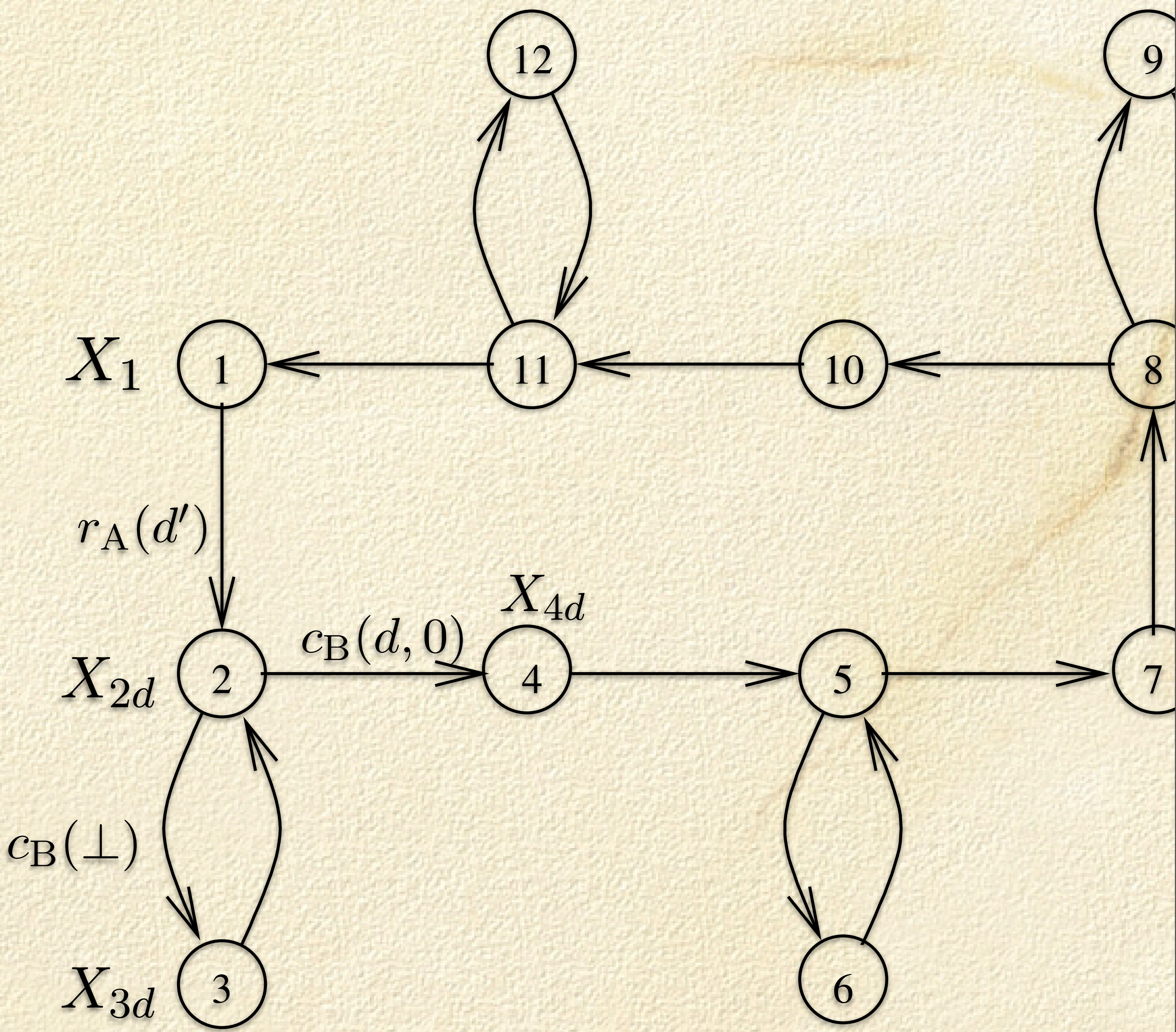
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
| \quad d \in \Delta \quad &\}
\end{aligned}
$$



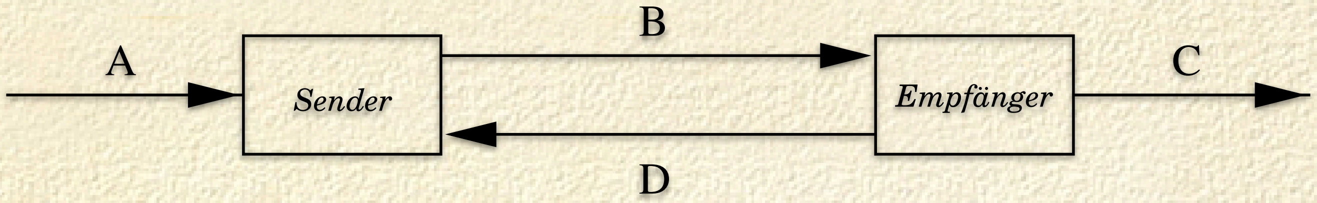


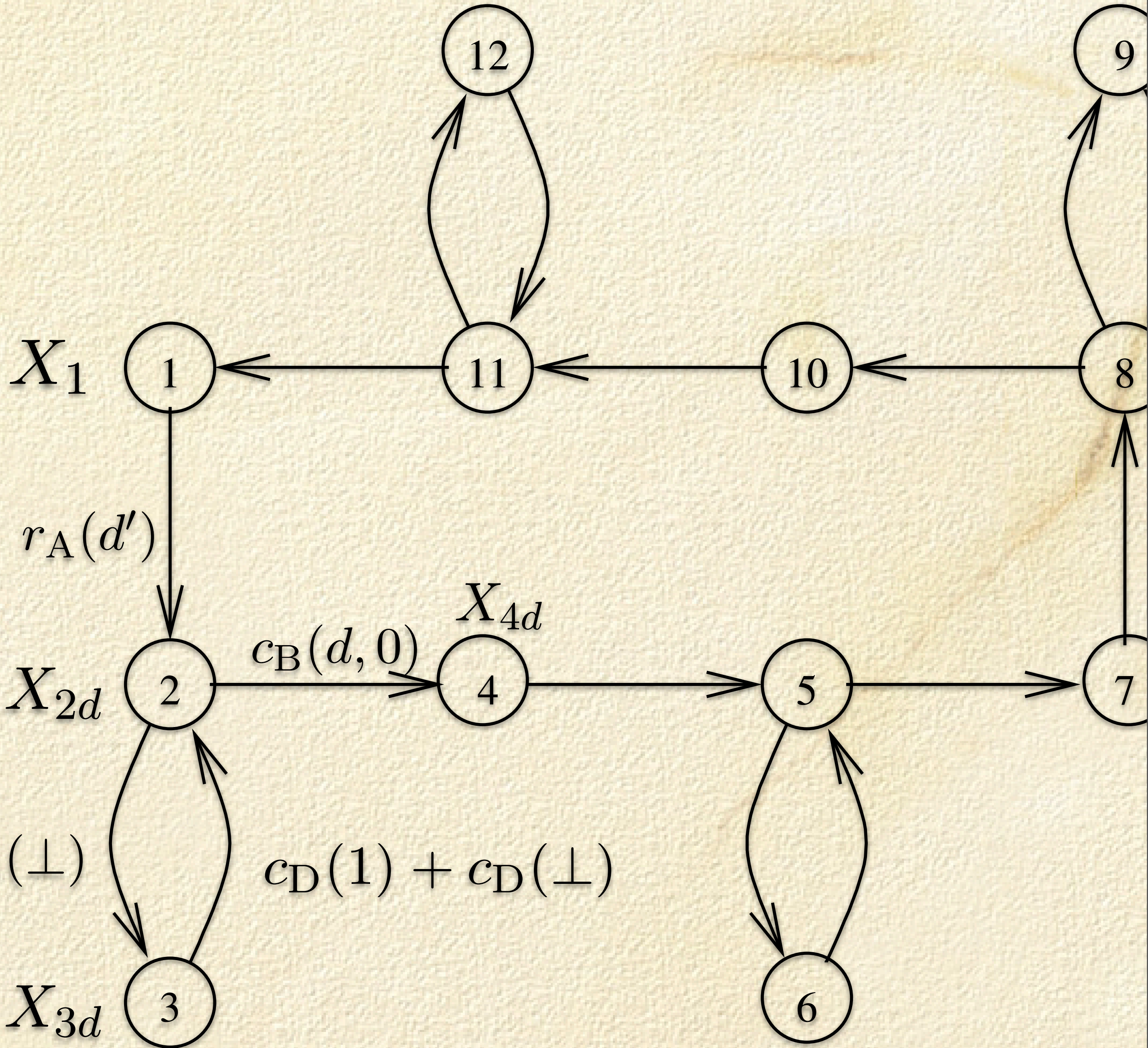
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot Y_{5d} \\
&\mid \quad d \in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$



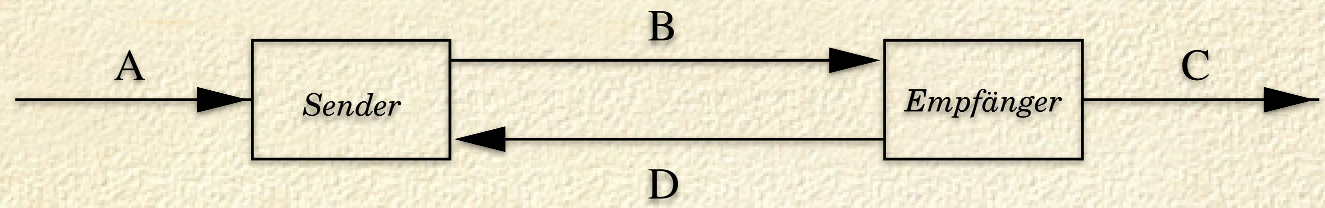


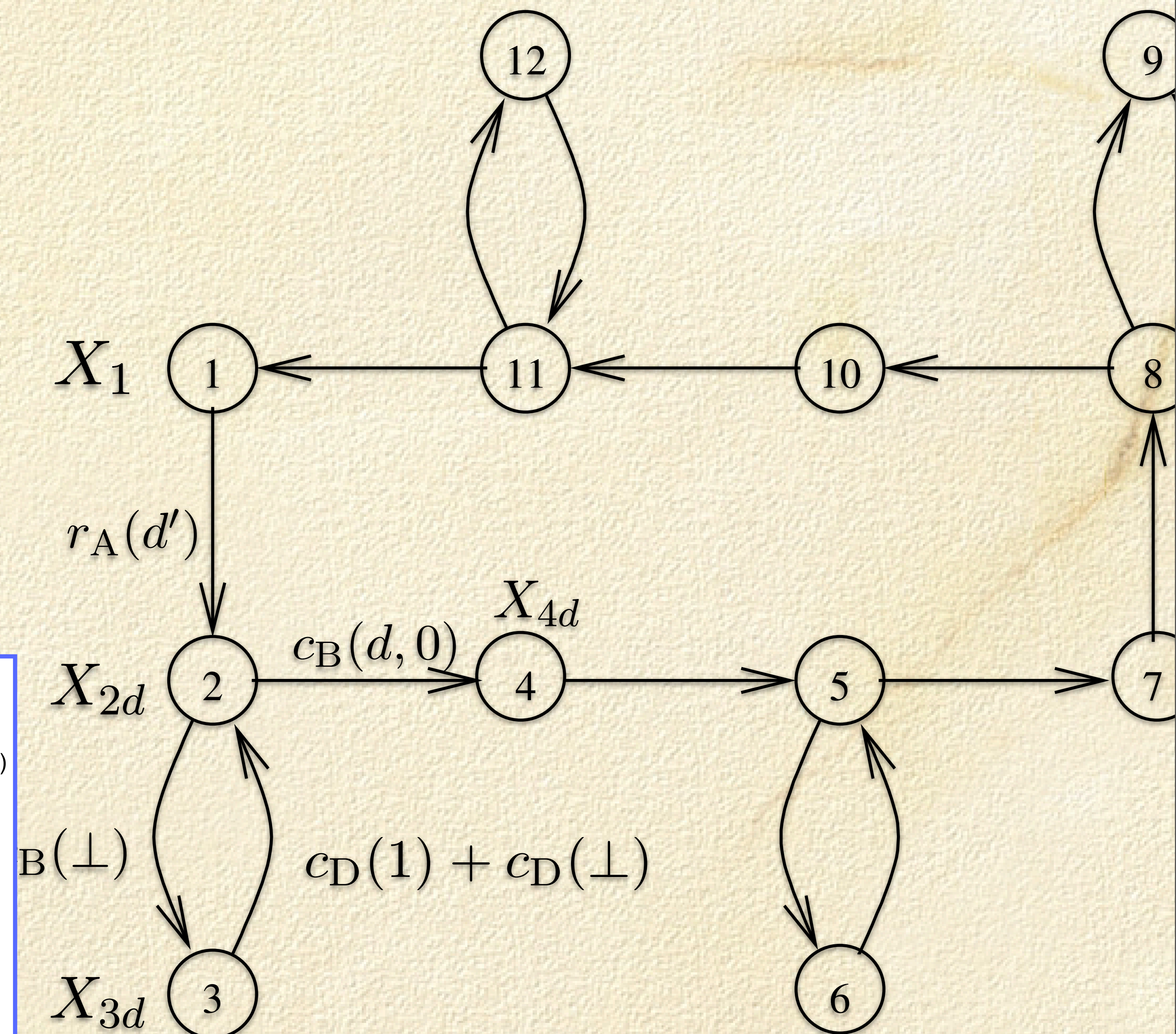
$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\bot) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\bot)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\bot) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\bot)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\bot) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\bot)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\bot) \cdot Y_{6d} \\
Y_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,1) + c_{\mathrm{B}}(\bot)) \cdot Y_{5d} \\
| \quad d &\in \Delta \quad \}
\end{aligned}
$$

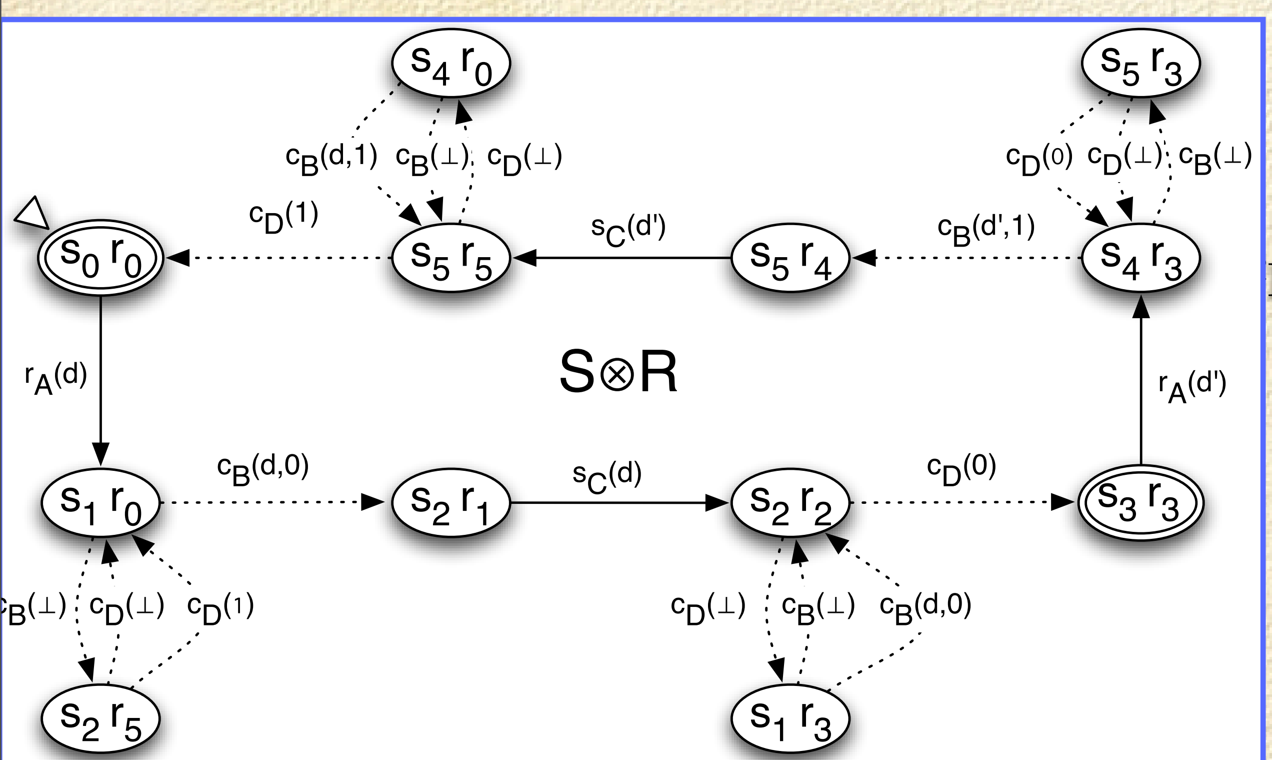




$$
\begin{aligned}
X_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot X_{2d'} \\
X_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot X_{3d} \\
X_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(1) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot X_{2d} \\
X_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot X_{5d} \\
X_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(0) \cdot Y_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot X_{6d} \\
X_{6d} &= (c_{\mathrm{B}}(d,0) + c_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot X_{5d} \\
Y_1 &= \textstyle\sum_{d' \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d') \cdot Y_{2d'} \\
Y_{2d} &= c_{\mathrm{B}}(d,1) \cdot Y_{4d} + c_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Y_{3d} \\
Y_{3d} &= (c_{\mathrm{D}}(0) + c_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot Y_{2d} \\
Y_{4d} &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Y_{5d} \\
Y_{5d} &= c_{\mathrm{D}}(1) \cdot X_1 + c_{\mathrm{D}}(\perp) \cdot Y_{6d}
\end{aligned}
$$

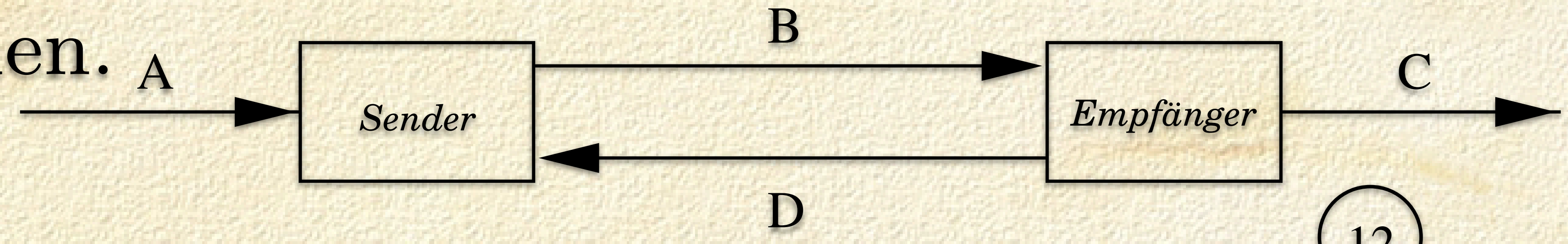




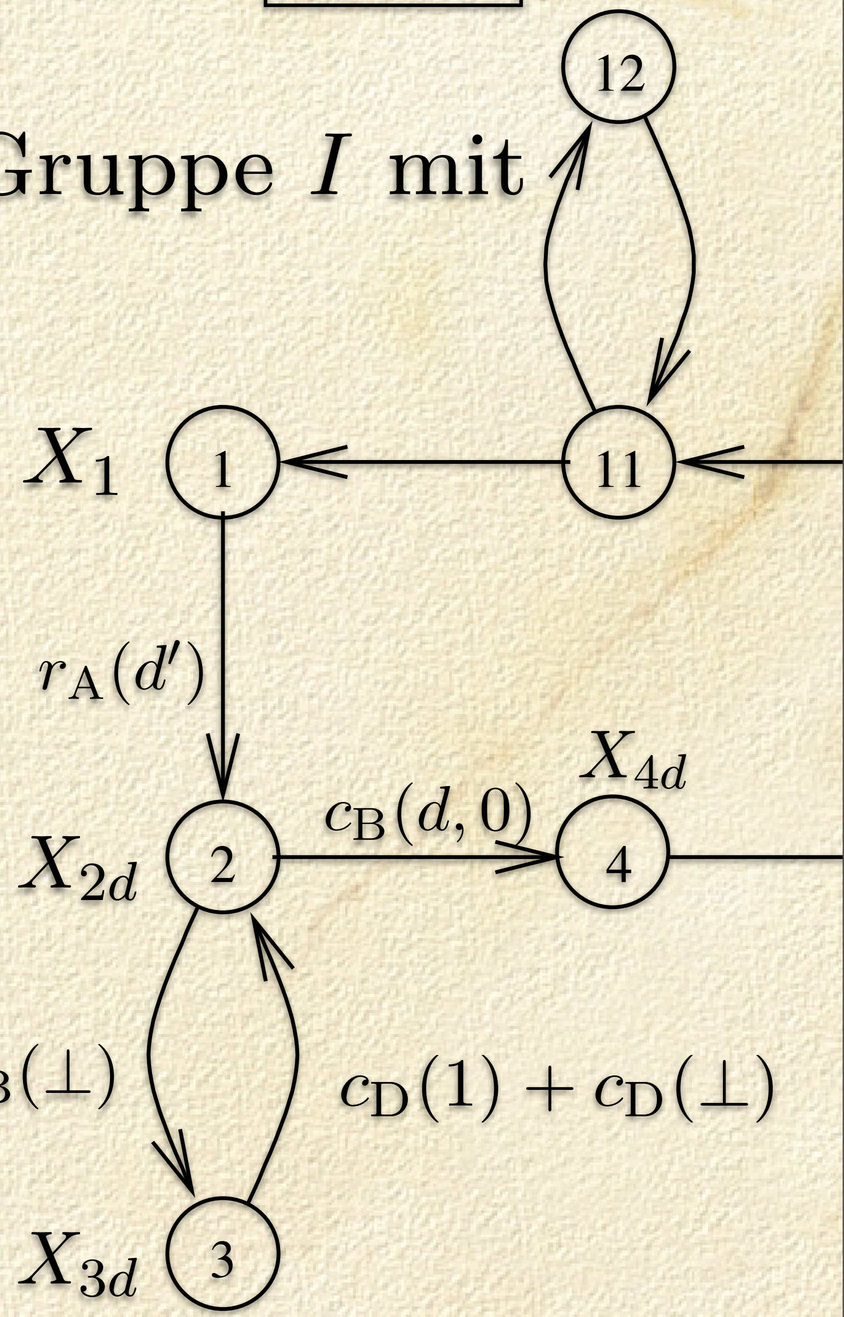


Thursday, January 13, 2011

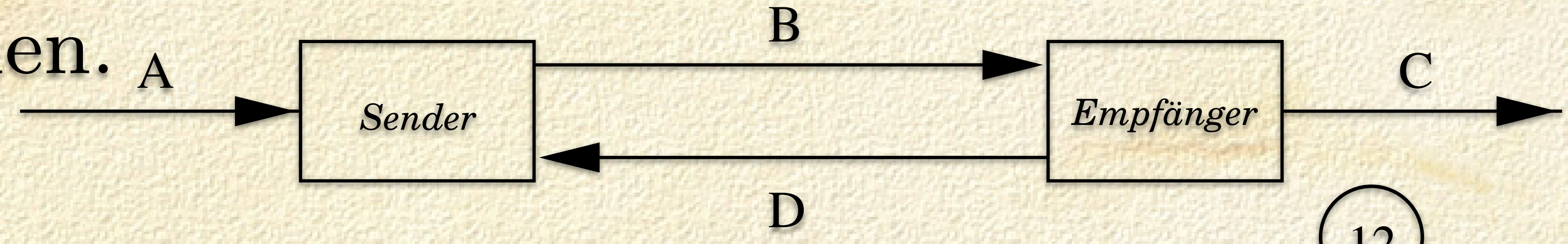
Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1 | E \rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.



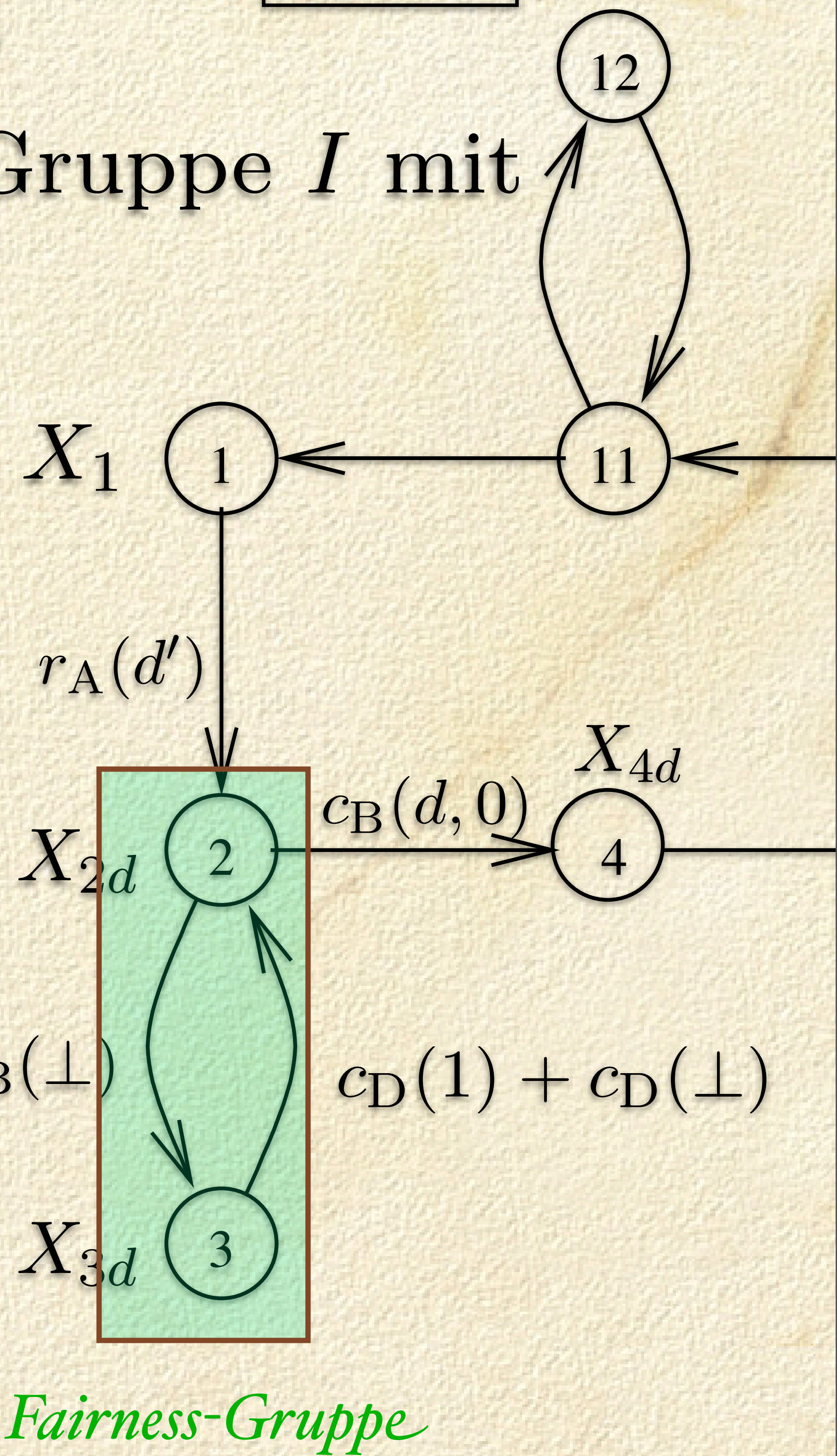
Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_{\mathrm{B}}(d,0) \cdot X_{4d}$, also:



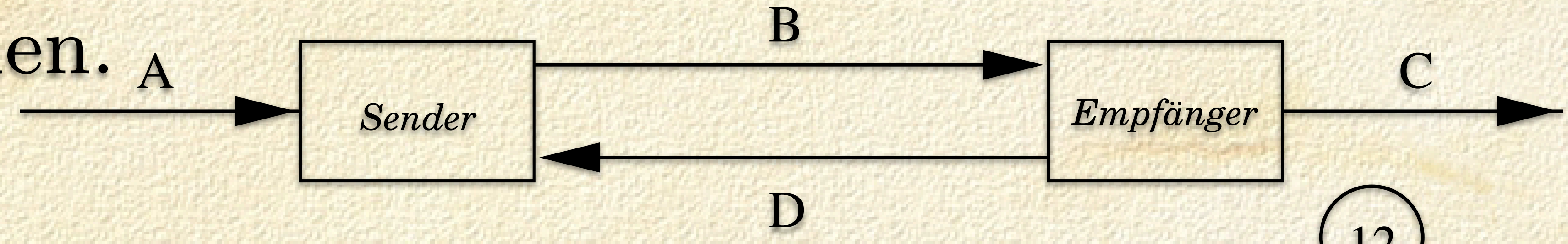
Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1|E\rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.



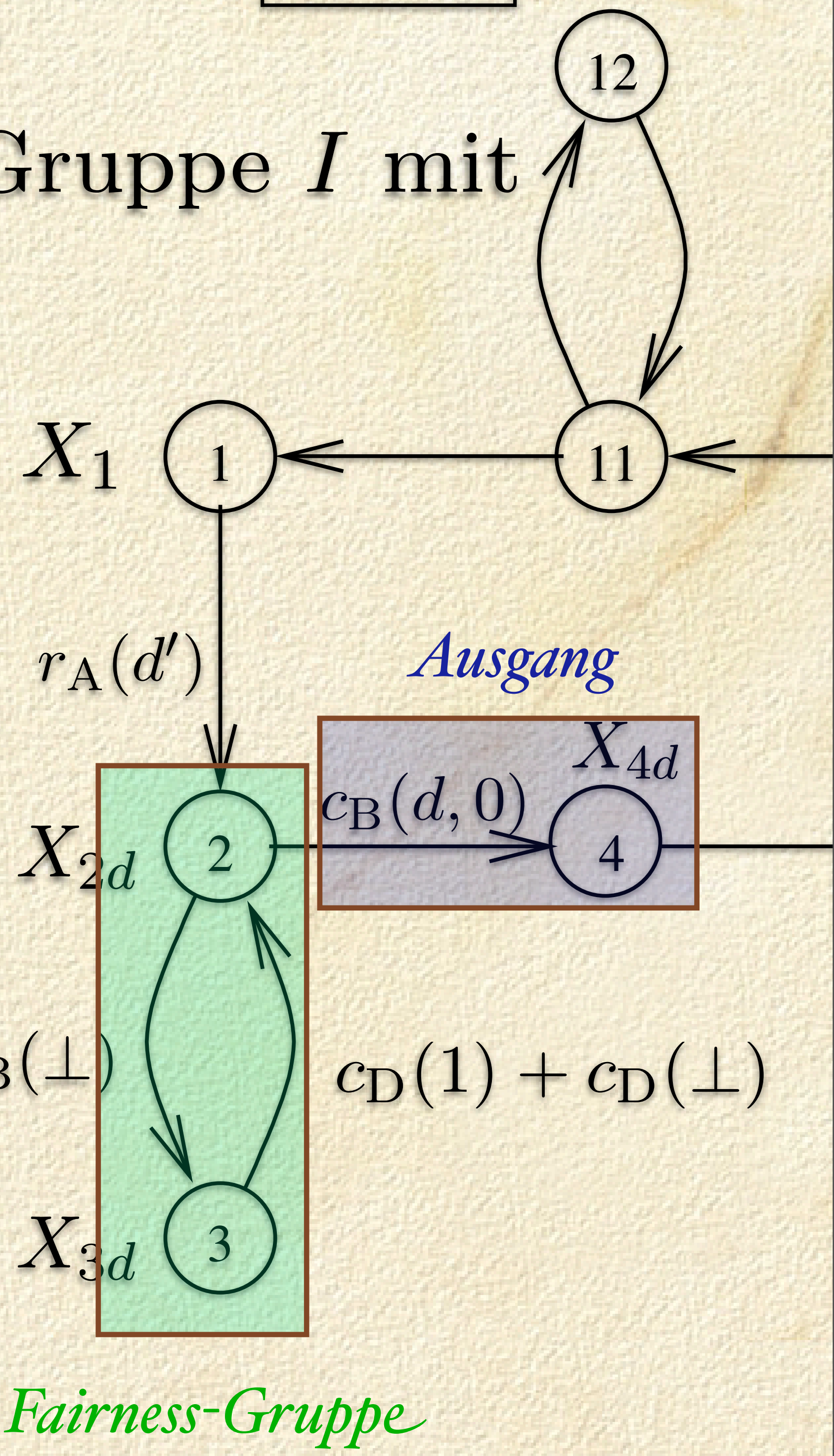
Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_{\mathrm{B}}(d,0)\cdot X_{4d}$, also:



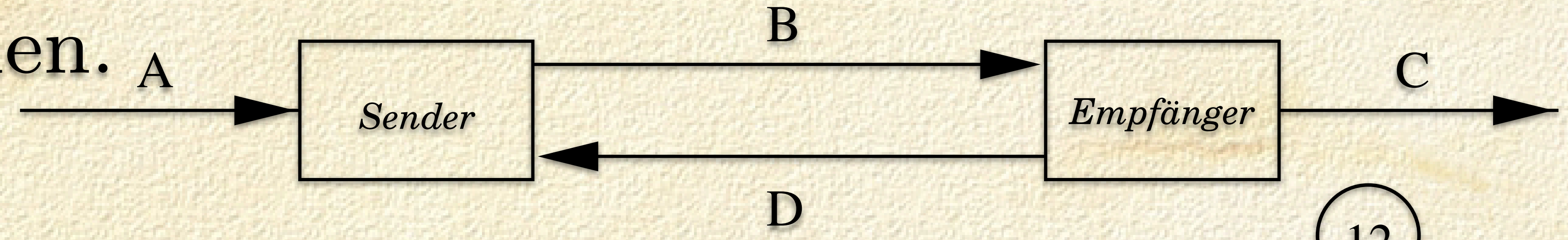
Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1 | E \rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.



Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_{\mathrm{B}}(d, 0) \cdot X_{4d}$, also:

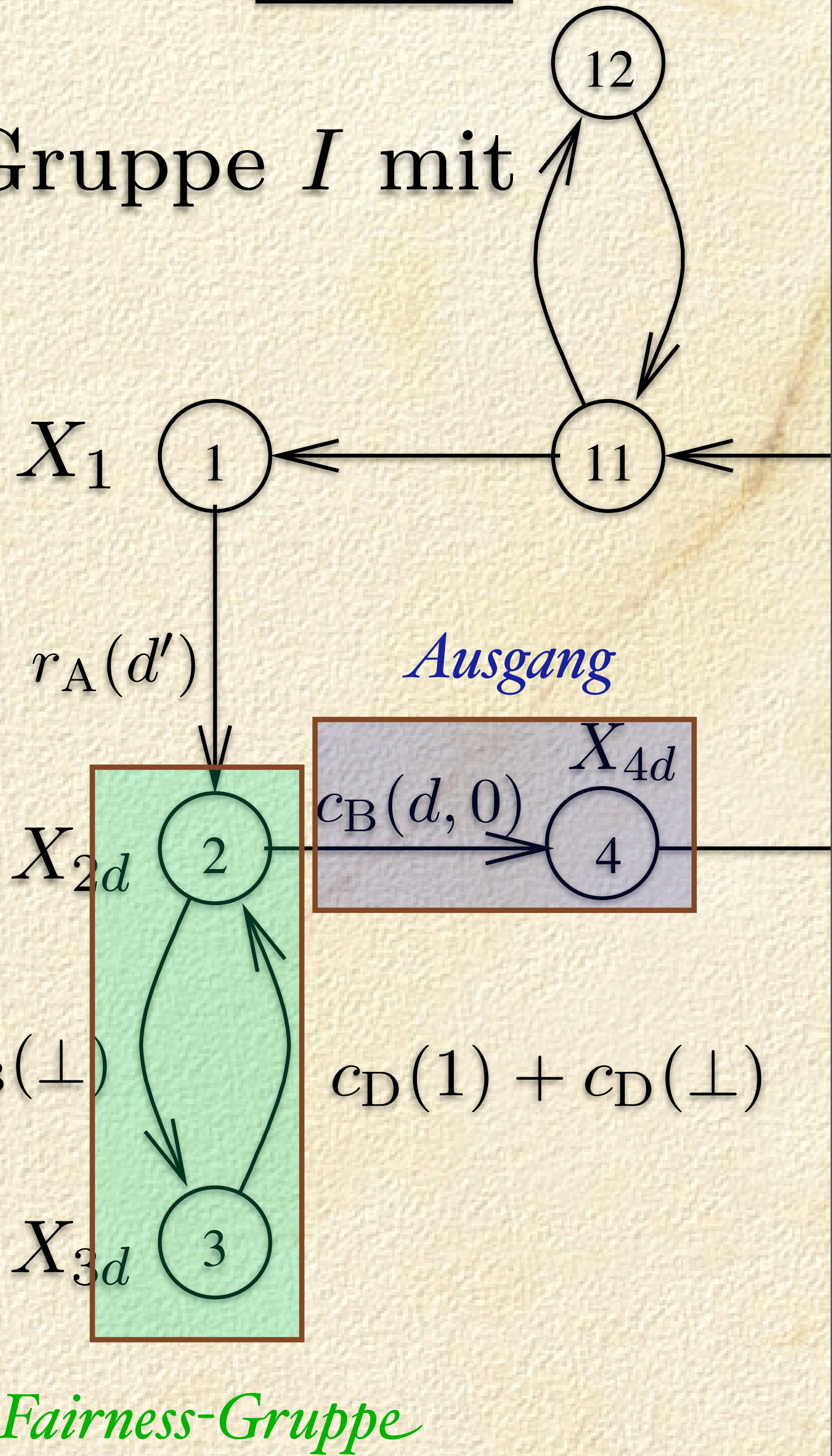


Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1|E\rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.

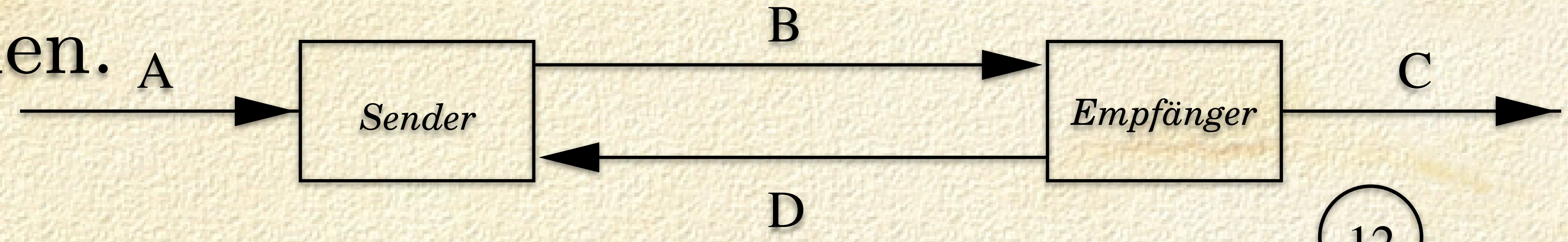


Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_{\mathrm{B}}(d,0)\cdot X_{4d}$, also:

$$
\begin{aligned}
& r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{2d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(c_{\mathrm{B}}(d,0)\cdot\langle X_{4d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau\cdot\tau_I(\langle X_{4d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{4d}|E\rangle)
\end{aligned}
$$

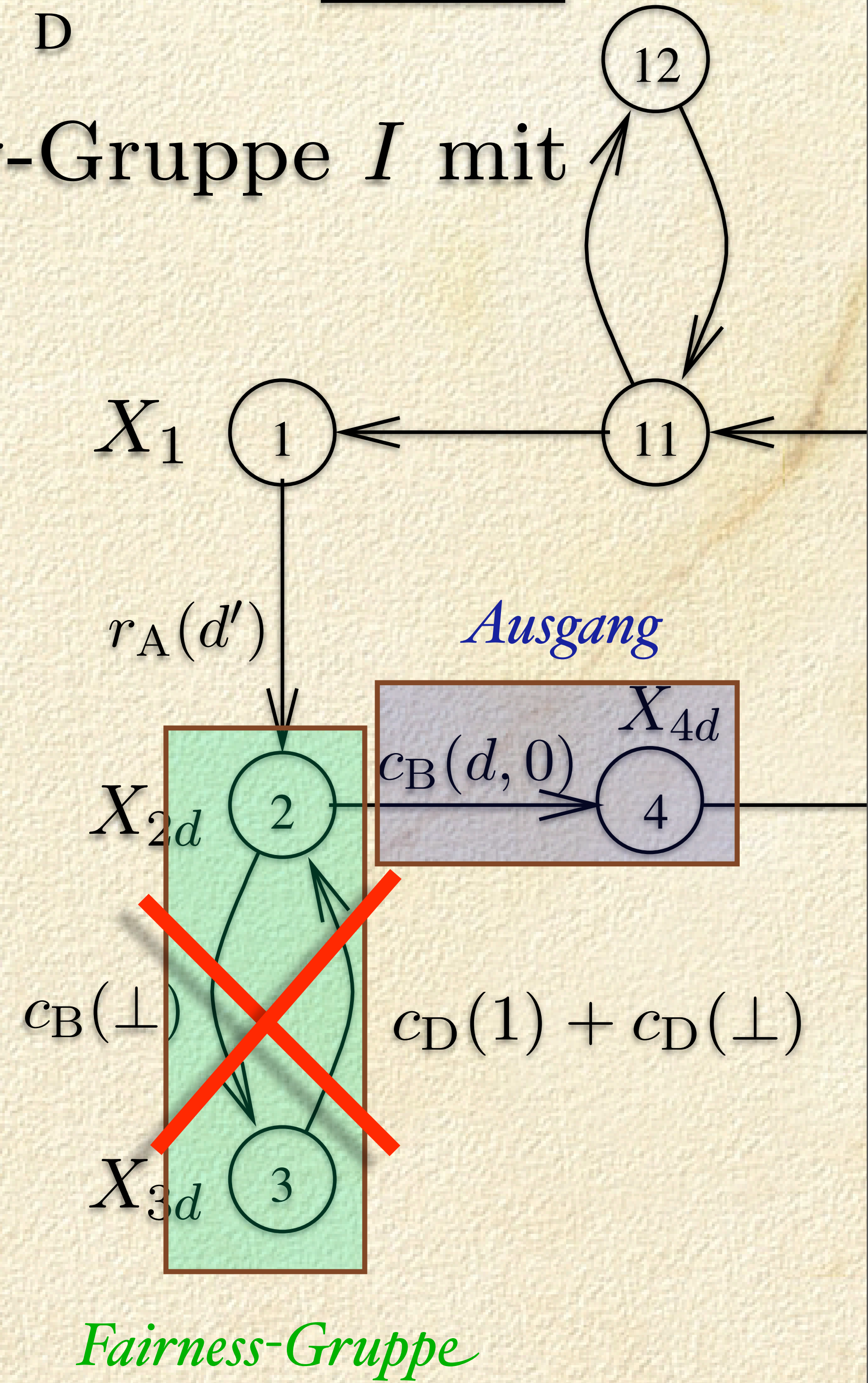


Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1|E\rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.

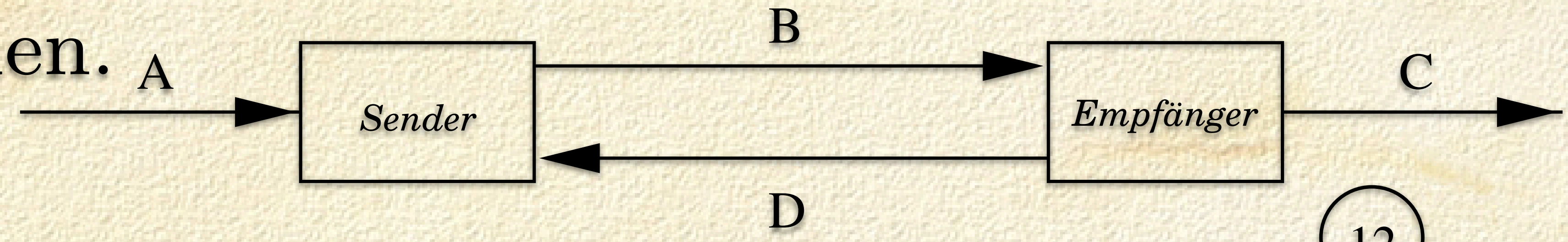


Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_{\mathrm{B}}(d,0)\cdot X_{4d}$, also:

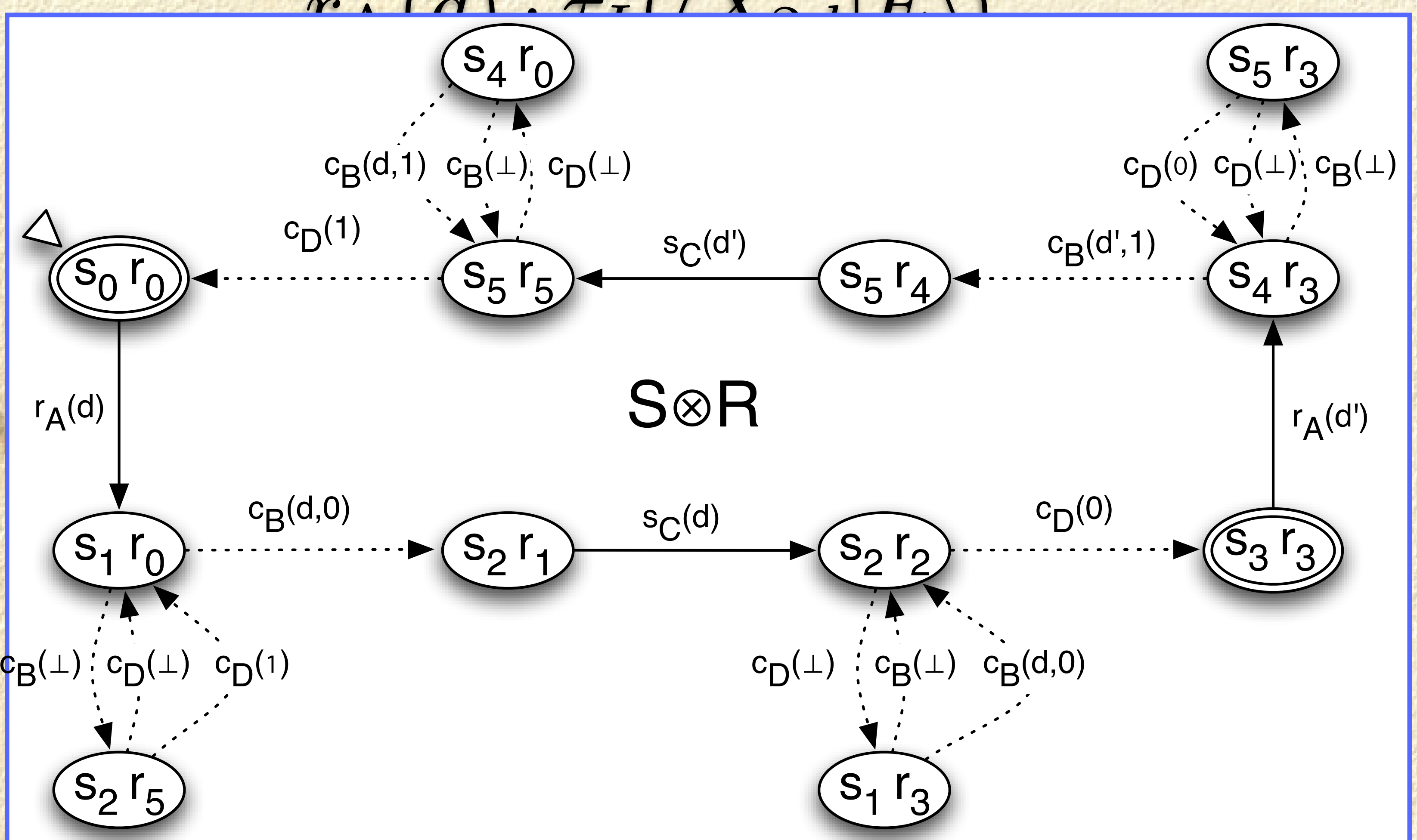
$$\begin{aligned}
& r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{2d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(c_{\mathrm{B}}(d,0)\cdot\langle X_{4d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau\cdot\tau_I(\langle X_{4d}|E\rangle)\\
= \quad & r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{4d}|E\rangle)
\end{aligned}$$

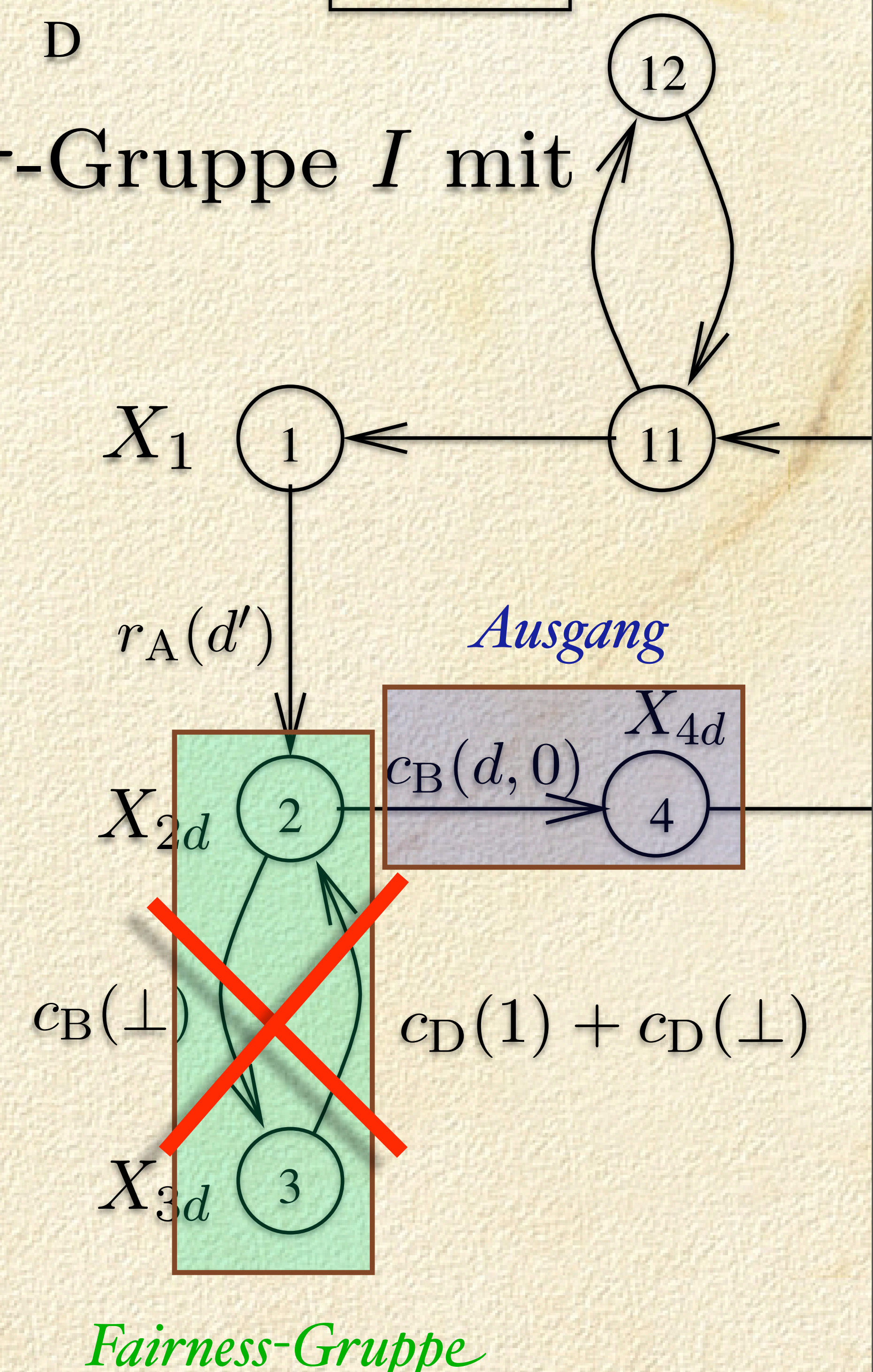


Durch die Anwendung von τ_I auf $\langle X_1 | E \rangle$ werden die Kommunikationsschleifen zu τ-Schleifen, die durch CFAR eliminiert werden.



Beispielsweise bilden X_{2d} und X_{3d} eine τ-Gruppe I mit Ausgang $c_B(d,0) \cdot X_{4d}$, also:





Entsprechend:

$$
\begin{aligned}
s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\langle X_{5d} | E \rangle) &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\langle Y_1 | E \rangle) \\
r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \tau_I(\langle Y_{2d} | E \rangle) &= r_{\mathrm{A}}(d) \cdot \tau_I(\langle Y_{4d} | E \rangle) \\
s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\langle Y_{5d} | E \rangle) &= s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\langle X_1 | E \rangle)
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}\tau_I(\langle X_1|E\rangle) &= \textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{2d}|E\rangle)\\ &= \textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{4d}|E\rangle)\\ &= \textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_{5d}|E\rangle)\\ &= \textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot\tau_I(\langle Y_1|E\rangle)\end{aligned}$$

$$\tau_I(\langle Y_1|E\rangle) = \textstyle\sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot\tau_I(\langle X_1|E\rangle)$$

Mit RSP folgt $\tau_I(\langle X_1|E\rangle) \; = \; \langle Z \,|\, Z = r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Z\rangle$.

Damit ist das oben angesprochene Ziel des Beweises erreicht:

$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$

Mit RSP folgt $\tau_I(\langle X_1|E\rangle) \;=\; \langle Z\,|\,Z = r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Z\rangle$.

Damit ist das oben angesprochene Ziel des Beweises erreicht:

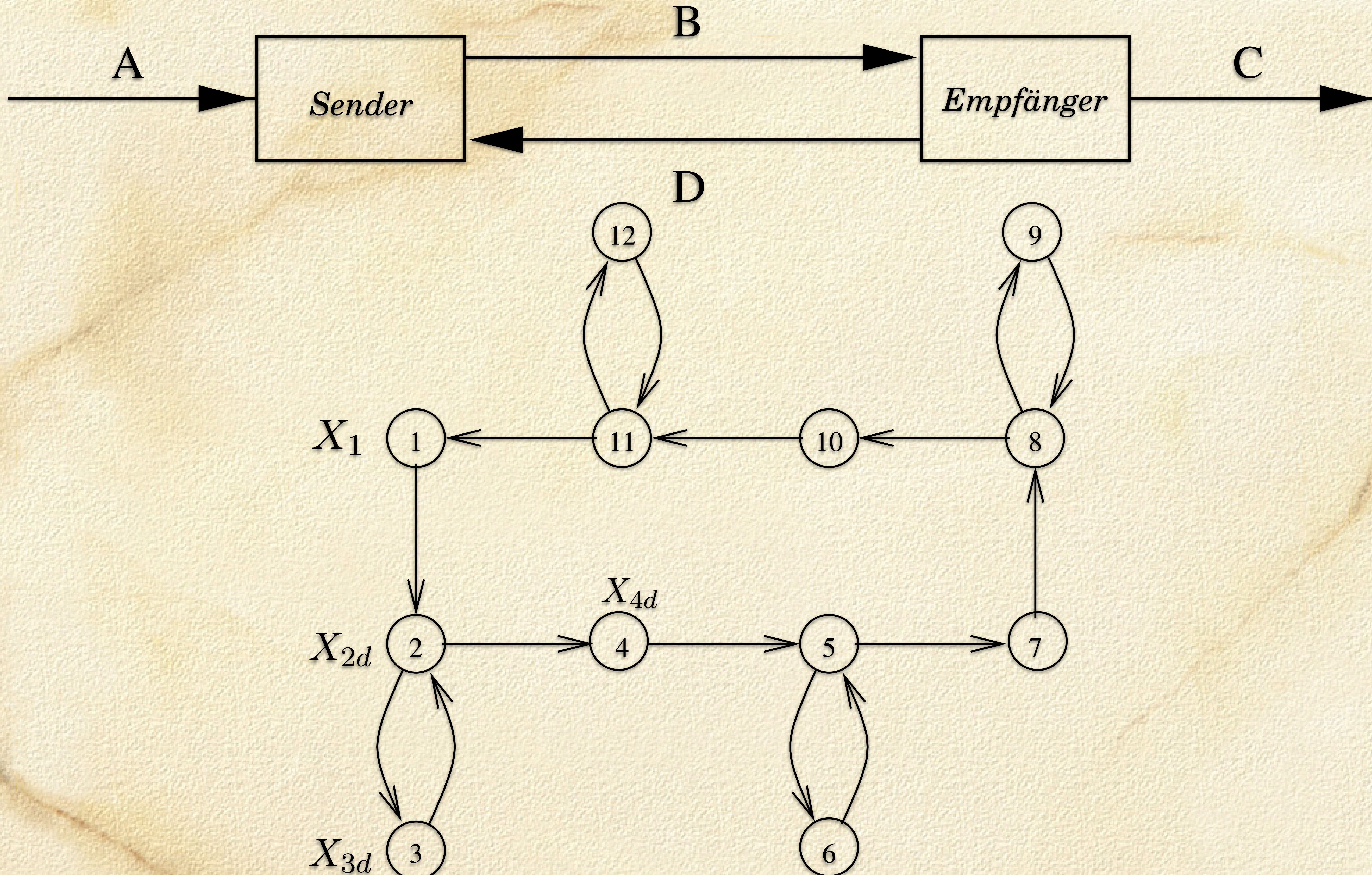
$$\underbrace{\boxed{\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))}}_{X} = \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$

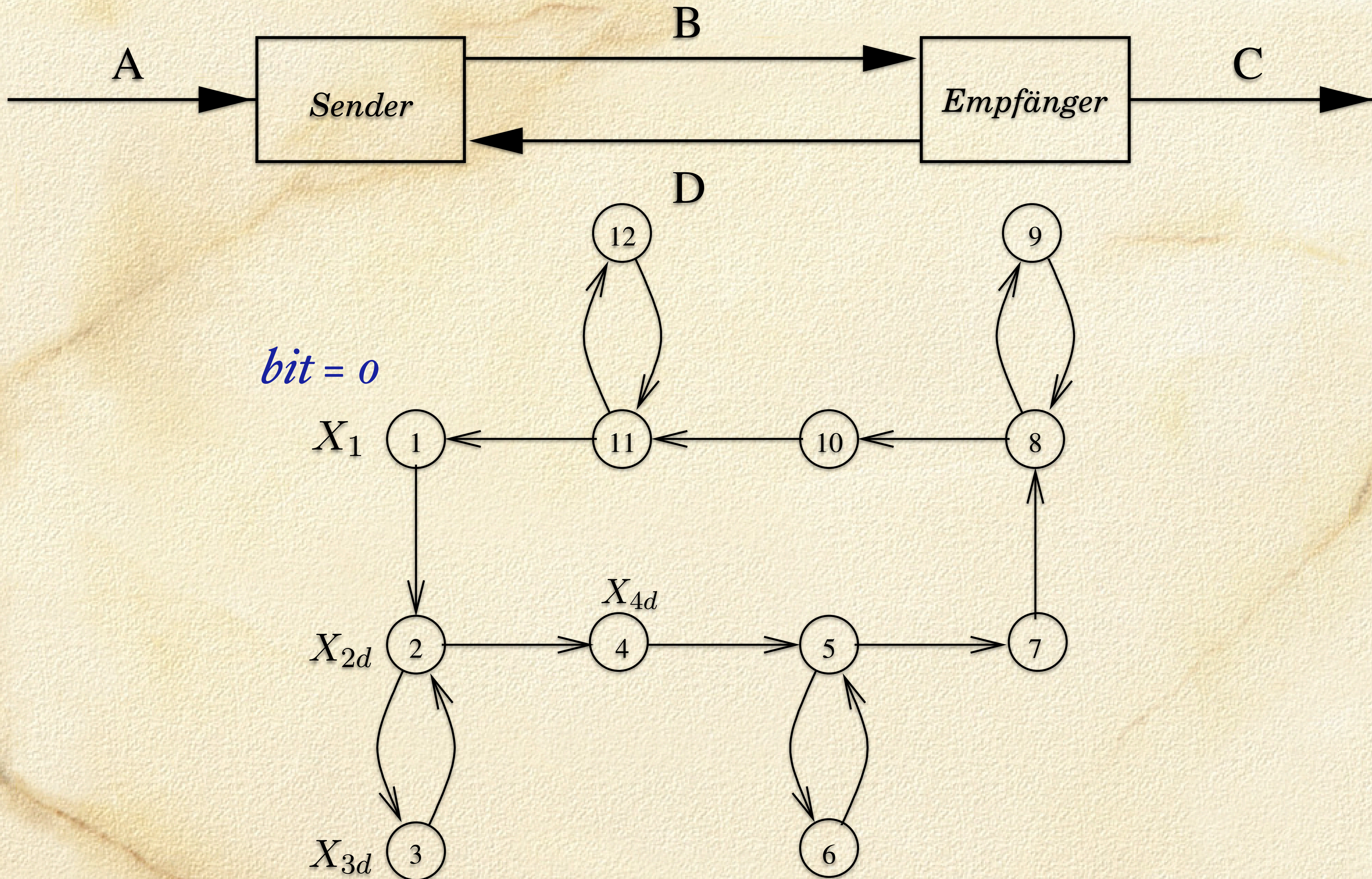
Thursday, January 13, 2011

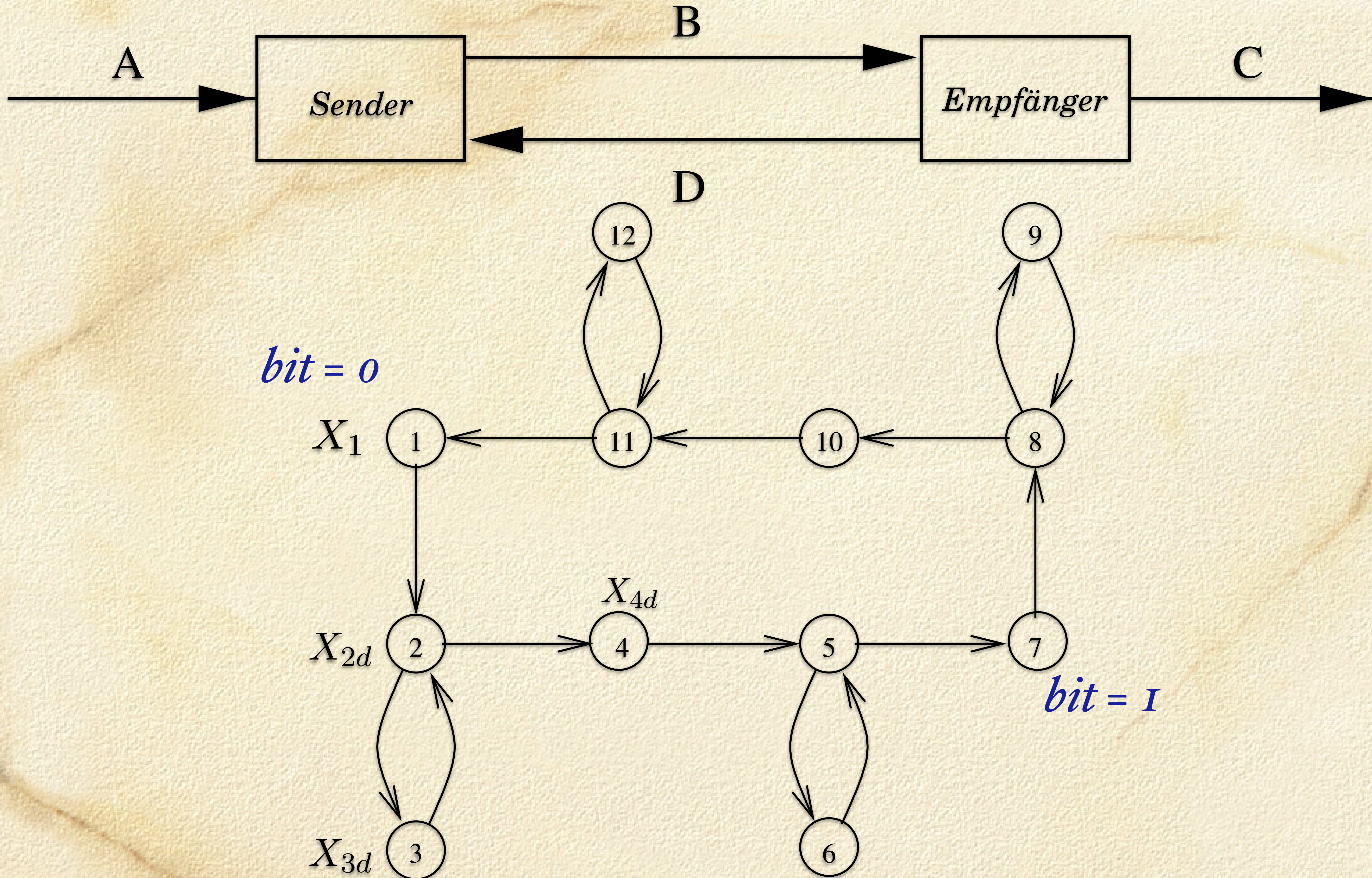
Mit RSP folgt $\tau_I(\langle X_1 | E\rangle) \;=\; \langle Z \mid Z = r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Z\rangle$.

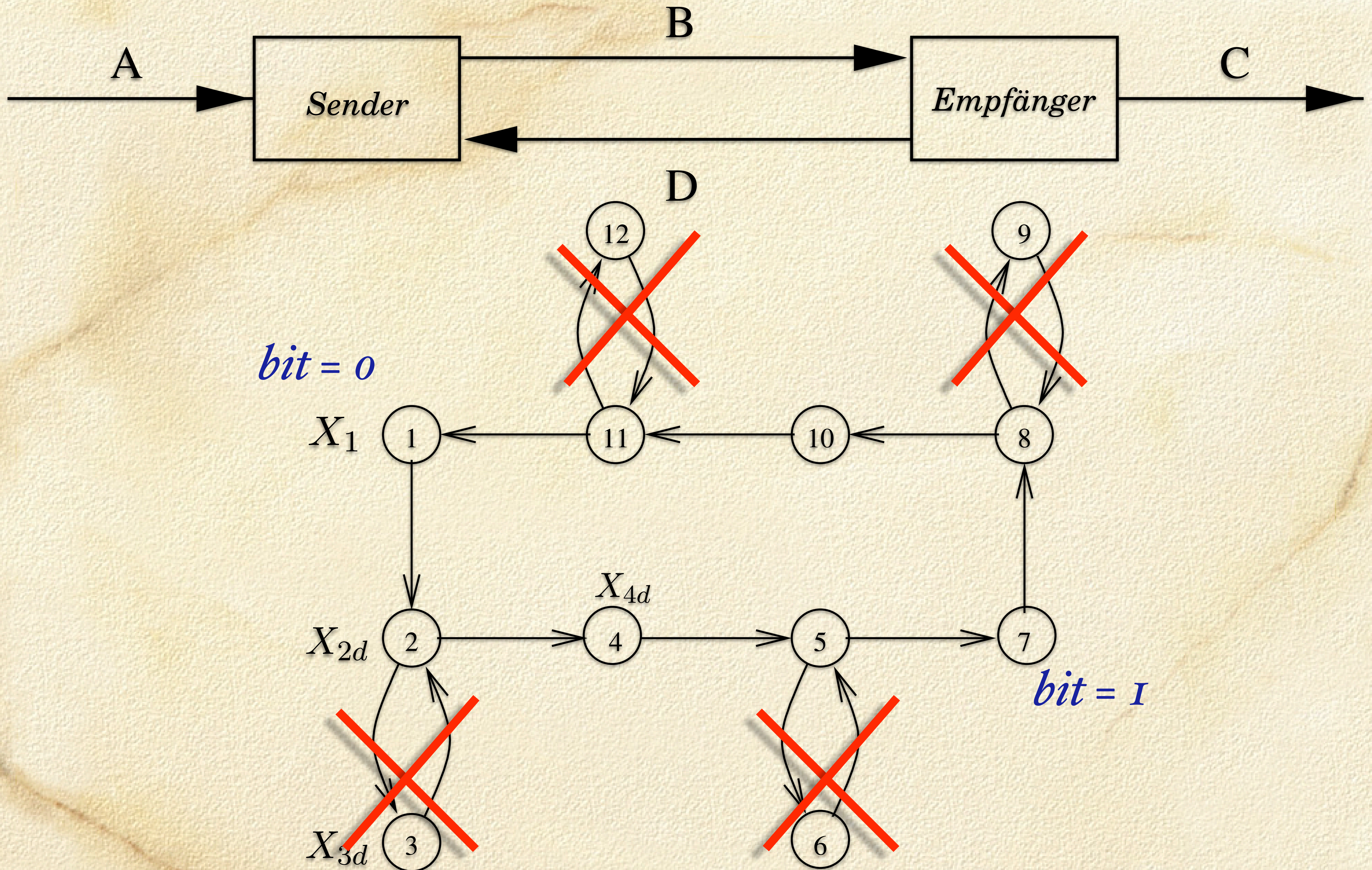
Damit ist das oben angesprochene Ziel des Beweises erreicht:

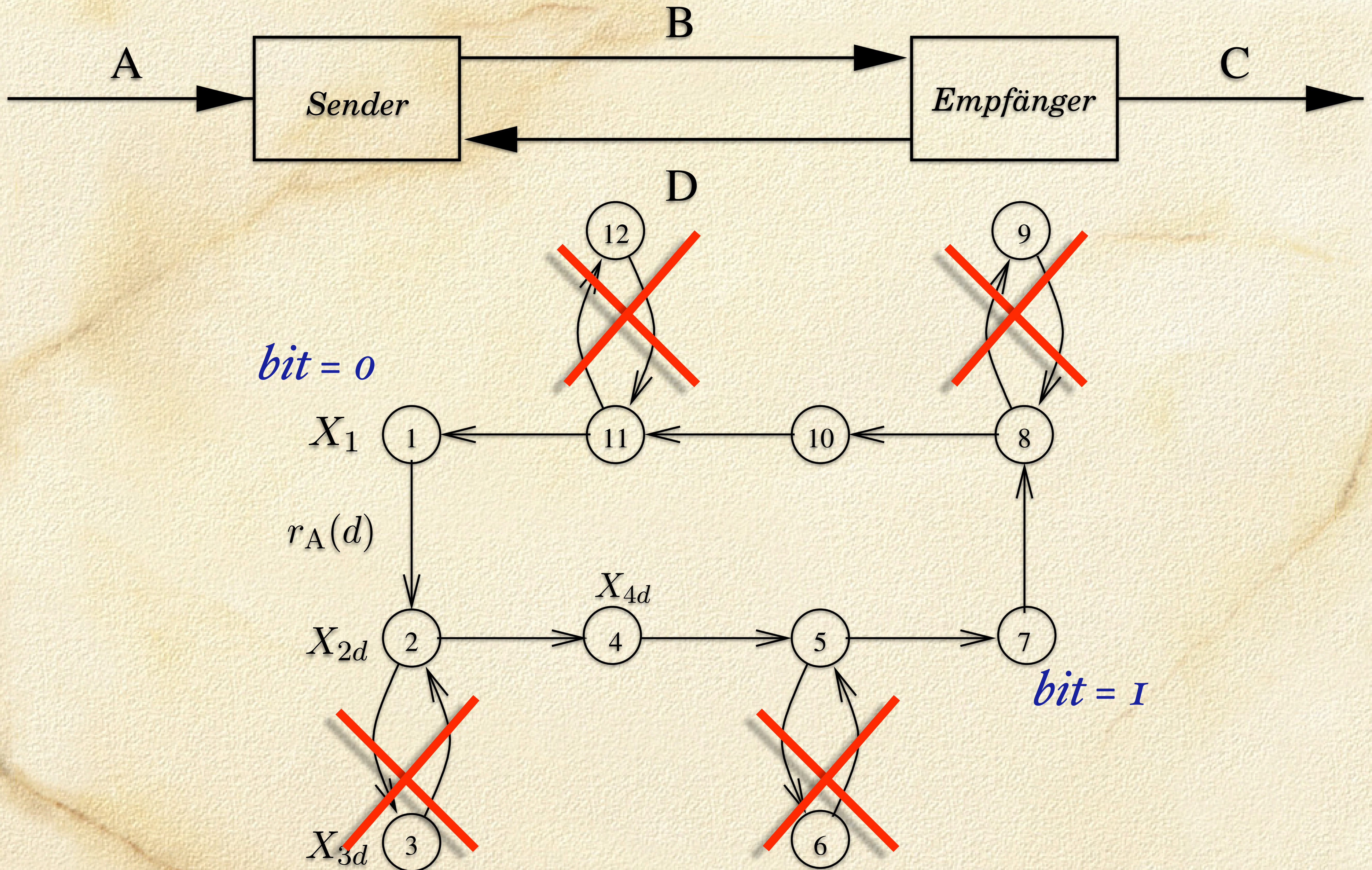
$$\underbrace{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}_{X} = \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot \underbrace{\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))}_{X}$$

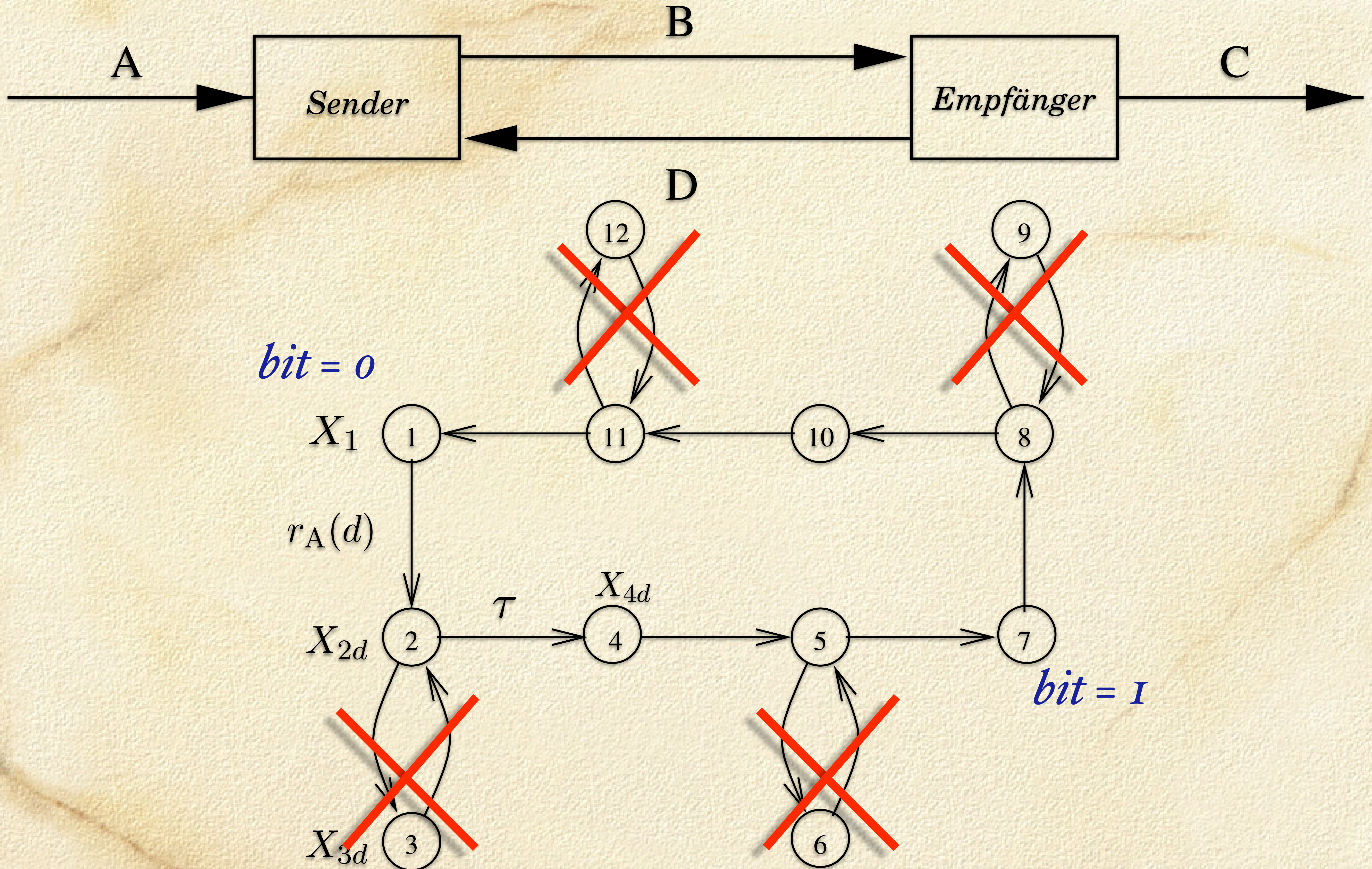

A
B
C
D
Sender
Empfänger
X_1
X_{2d}
X_{3d}
X_{4d}
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

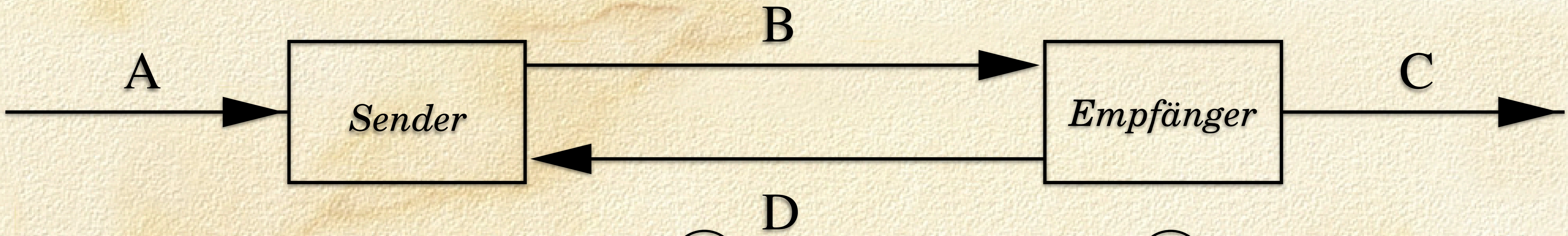

A
B
C
D
Sender
Empfänger
bit = 0
X_1
X_{2d}
X_{3d}
X_{4d}
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

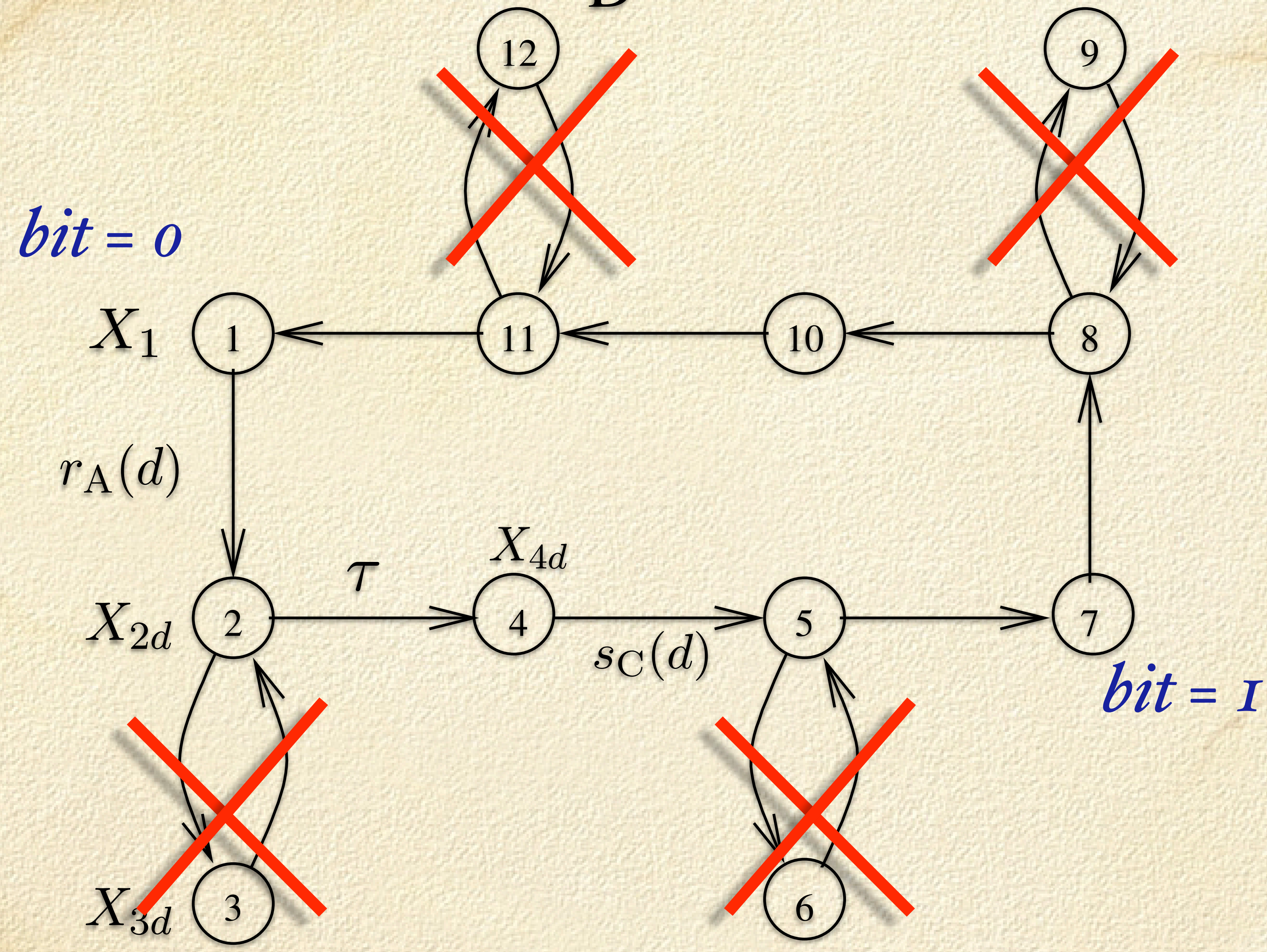

B
A
Sender
Empfänger
C
D
12
9
bit = 0
X1
1
11
10
8
X4d
X2d
2
4
5
7
bit = 1
X3d
3
6

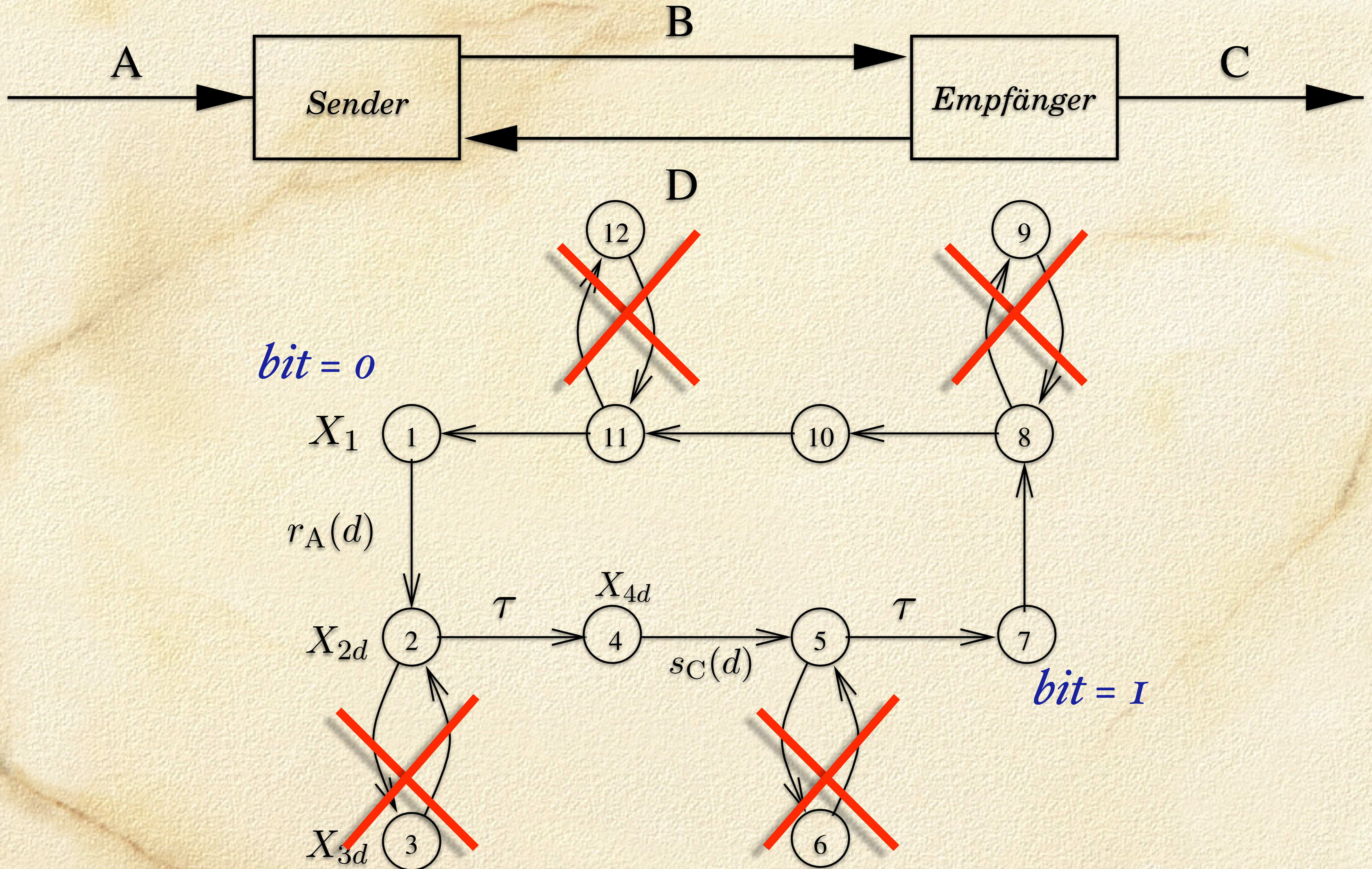

A
Sender
B
Empfänger
C
D
12
9
bit = 0
X_1
1
11
10
8
X_{4d}
X_{2d}
2
4
5
7
bit = 1
X_{3d}
3
6

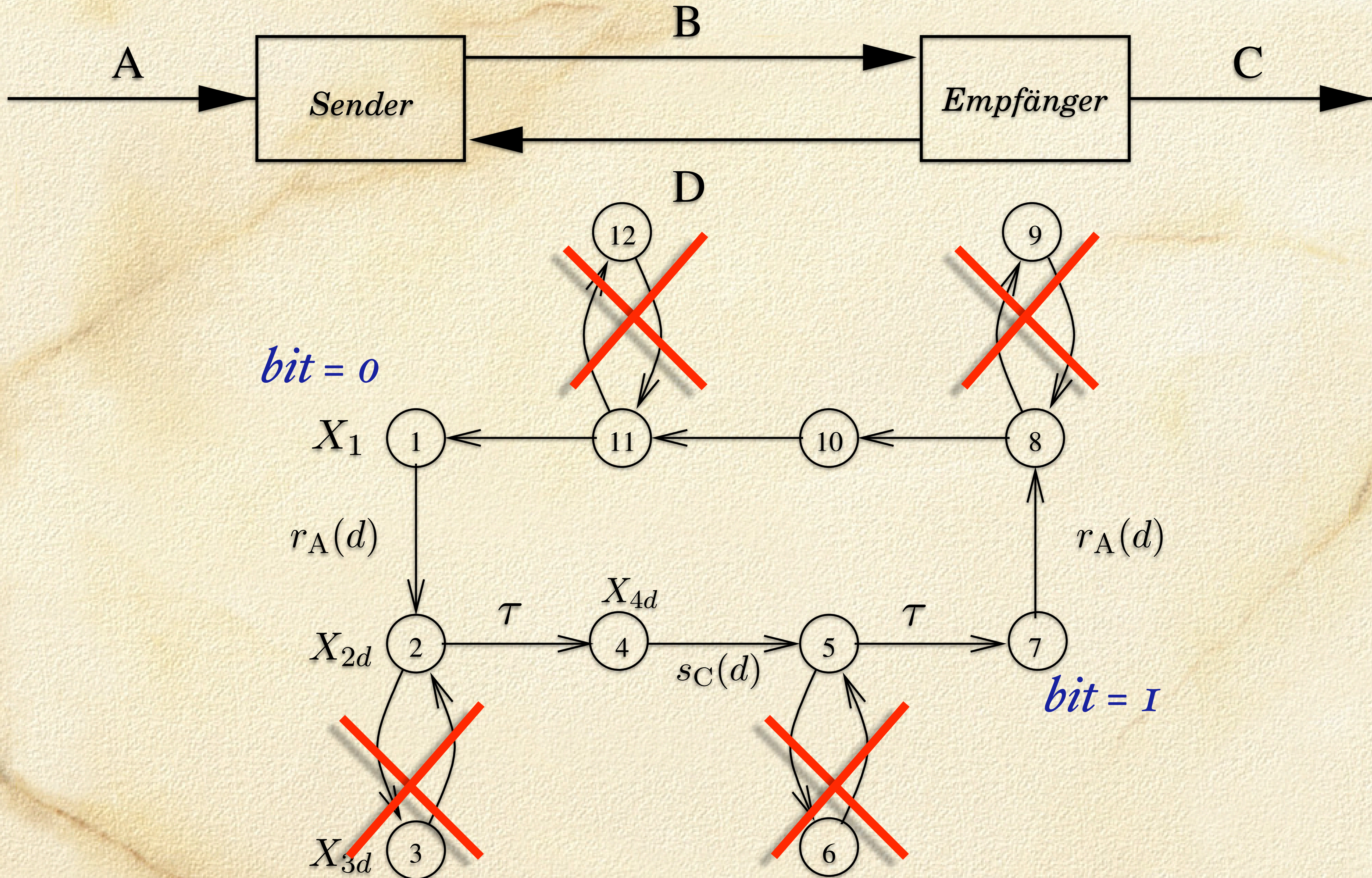

A
Sender
B
Empfänger
C
D
12
9
bit = 0
X_1
1
11
10
8
$r_A(d)$
X_{4d}
X_{2d}
2
4
5
7
bit = 1
X_{3d}
3
6

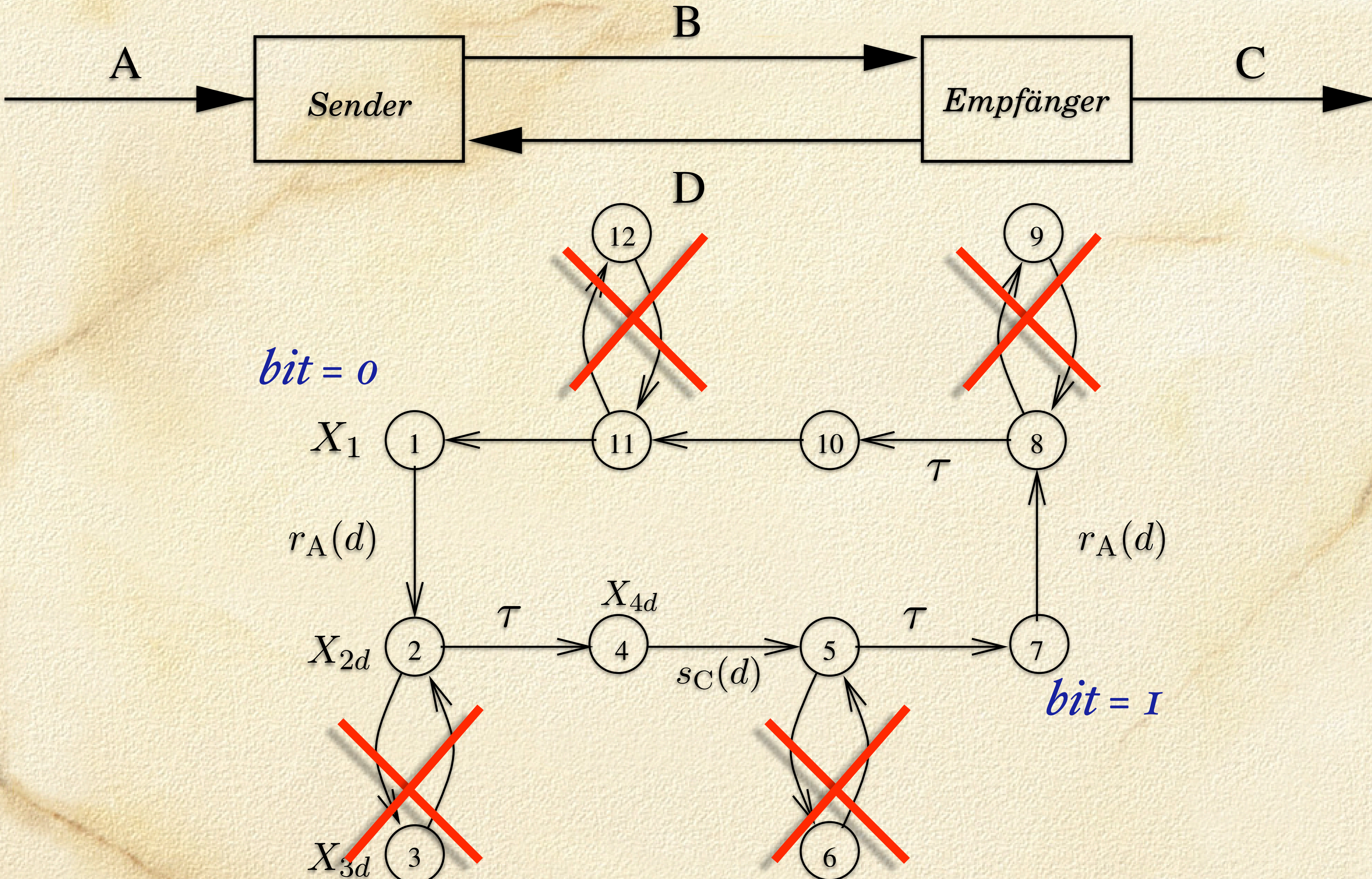

A
B
C
D
Sender
Empfänger
bit = 0
bit = 1
X_1
$r_A(d)$
X_{2d}
τ
X_{4d}
X_{3d}
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12


A
Sender
B
Empfänger
C
D

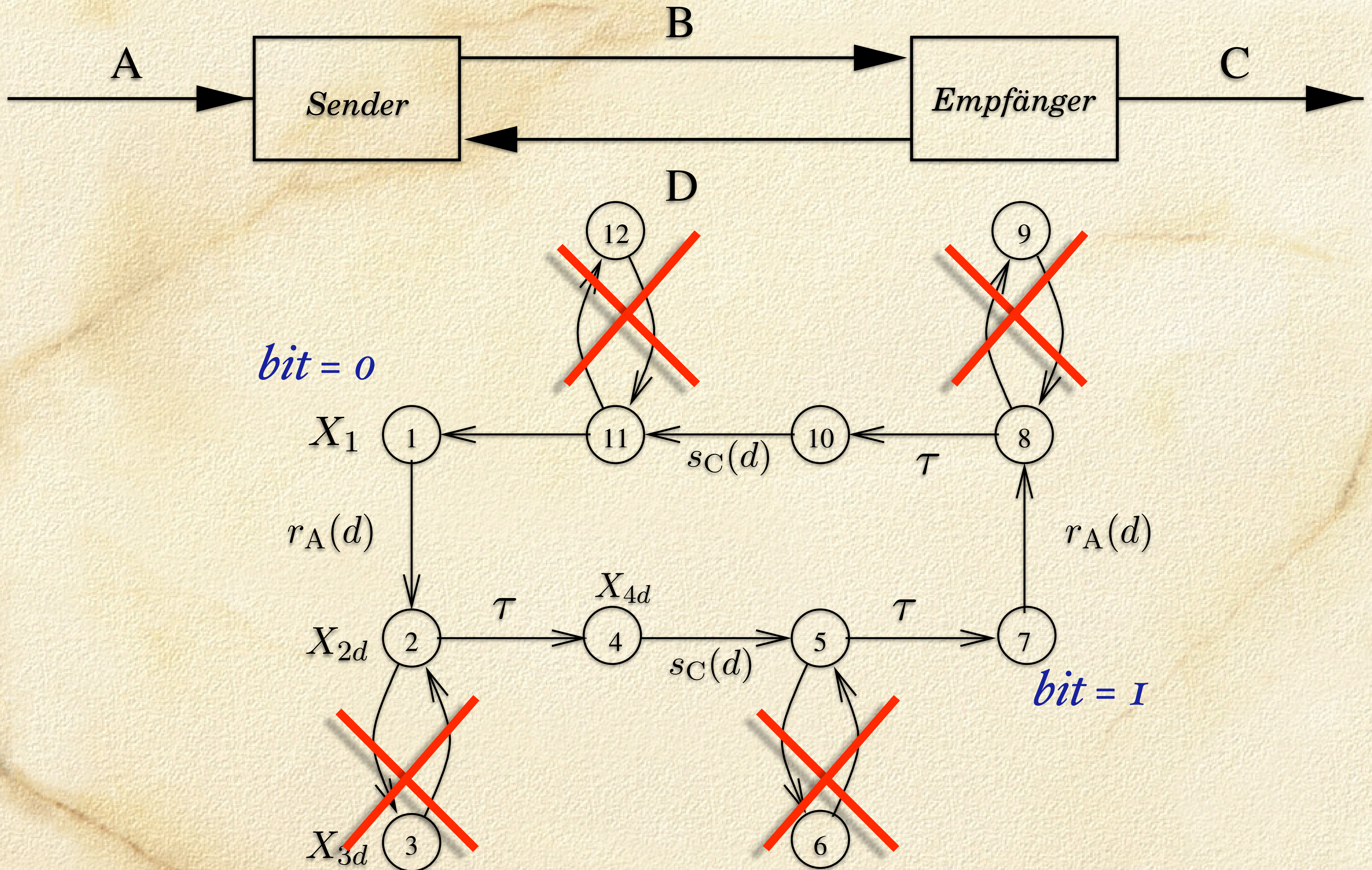

bit = 0
X_1
1
11
10
8
12
9
$r_A(d)$
X_{2d}
2
τ
X_{4d}
4
$s_C(d)$
5
7
bit = 1
X_{3d}
3
6


A
B
C
D
Sender
Empfänger
bit = 0
bit = 1
X_1
X_{2d}
X_{3d}
X_{4d}
$r_A(d)$
τ
$s_C(d)$
τ
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

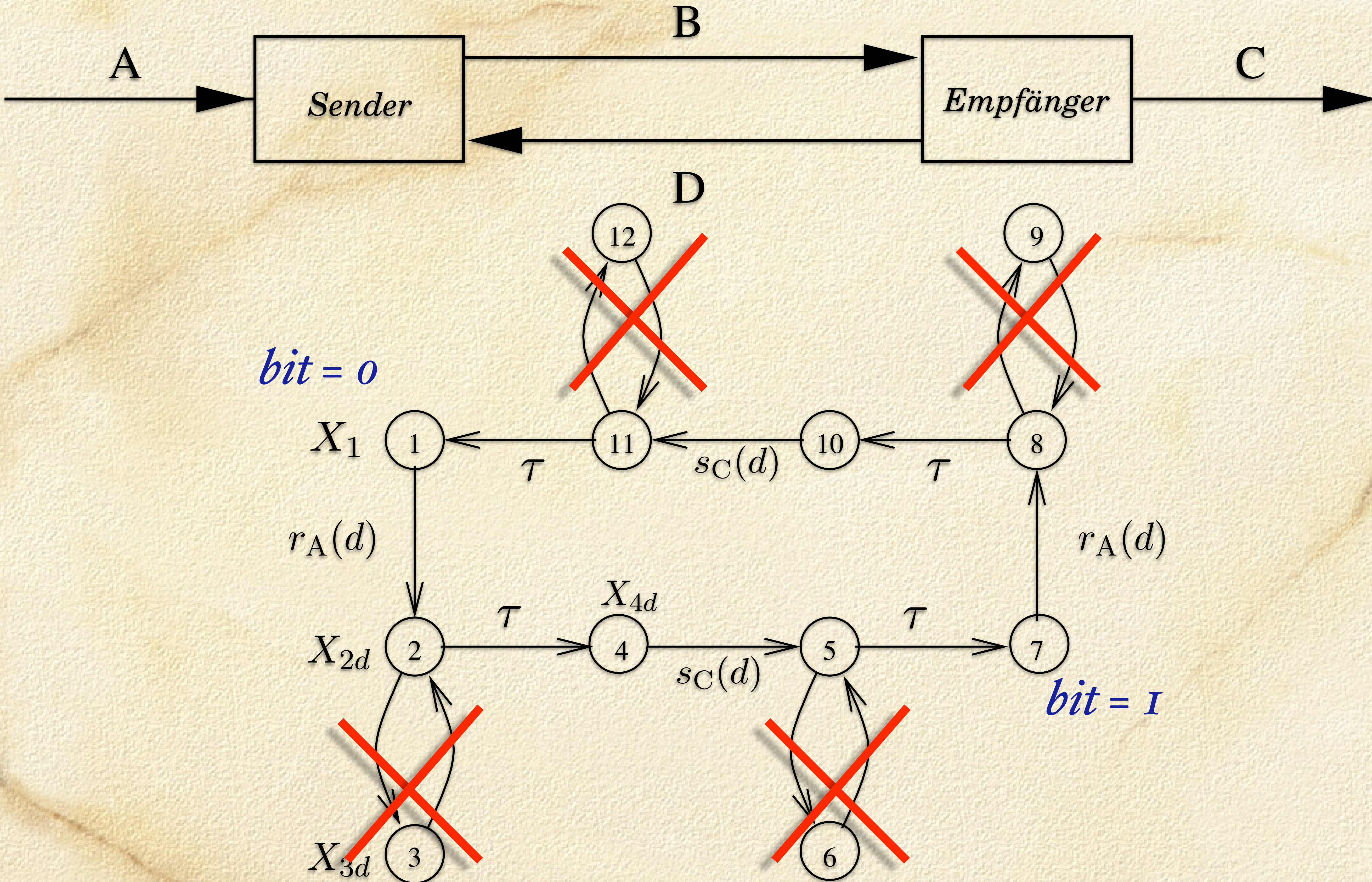

A
Sender
B
Empfänger
C
D
12
9
bit = 0
X1
1
11
10
8
rA(d)
rA(d)
X4d
τ
τ
X2d
2
4
5
7
sC(d)
bit = 1
X3d
3
6



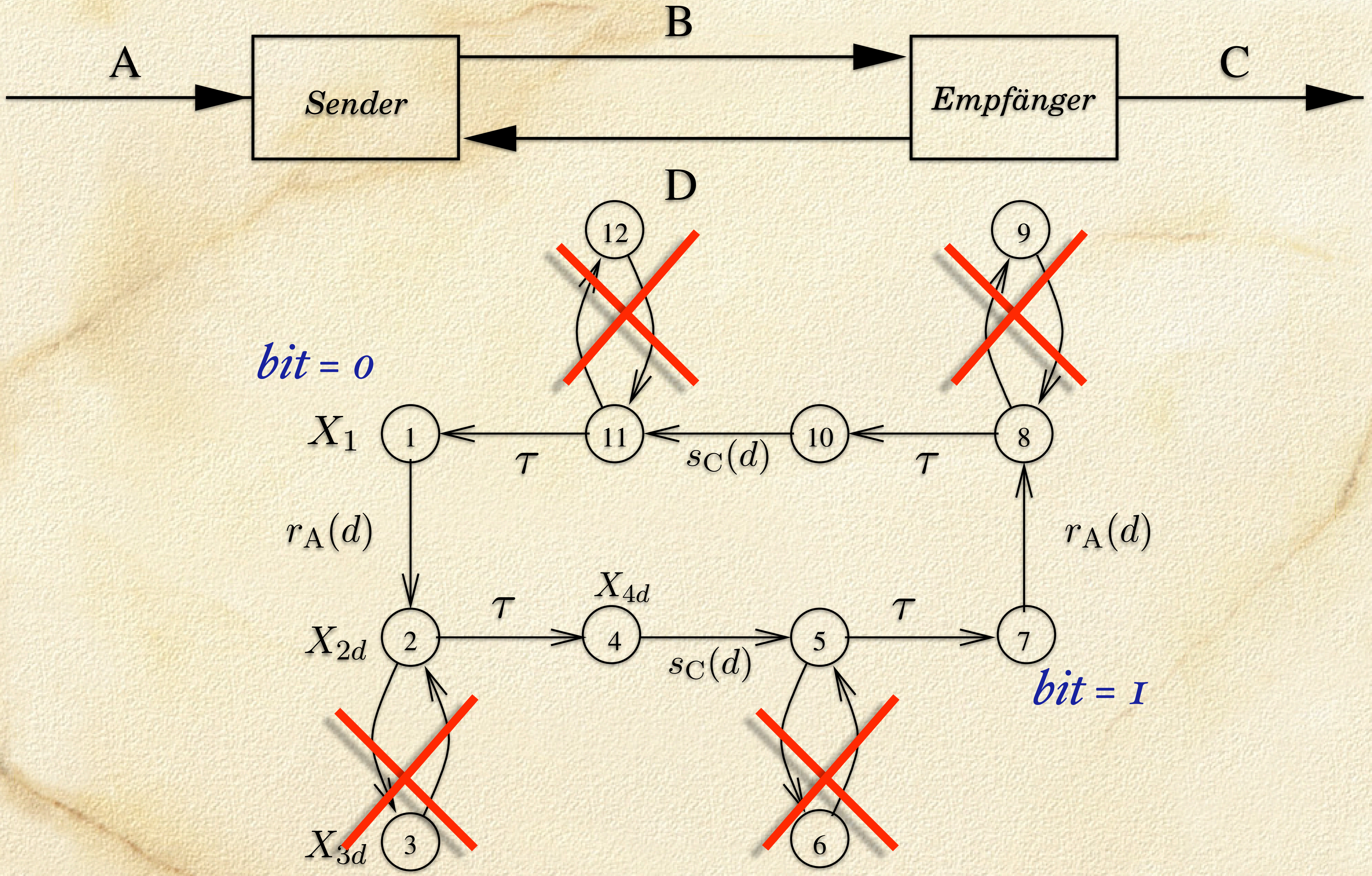
A
Sender
B
Empfänger
C
D
12
9
bit = 0
X_1
1
11
10
8
τ
$r_A(d)$
$r_A(d)$
X_{4d}
τ
τ
X_{2d}
2
4
5
7
$s_C(d)$
bit = 1
X_{3d}
3
6



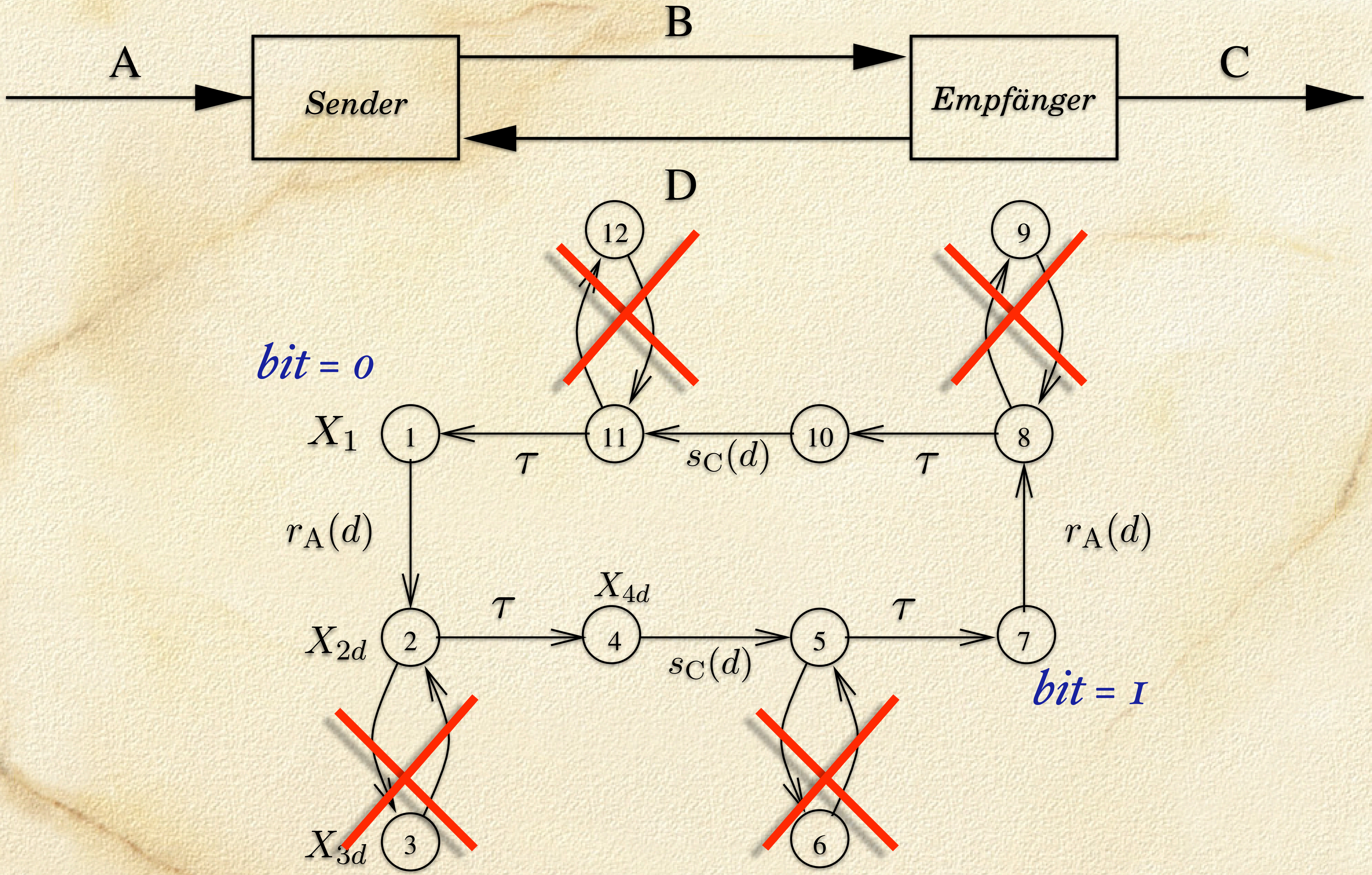
A
B
C
D
Sender
Empfänger
bit = 0
bit = 1
X_1
X_{2d}
X_{3d}
X_{4d}
$r_A(d)$
τ
$s_C(d)$
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12



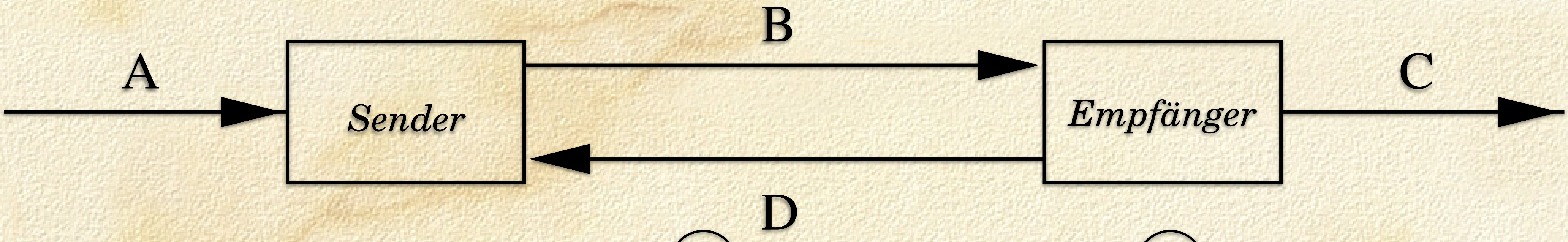
Thursday, January 13, 2011

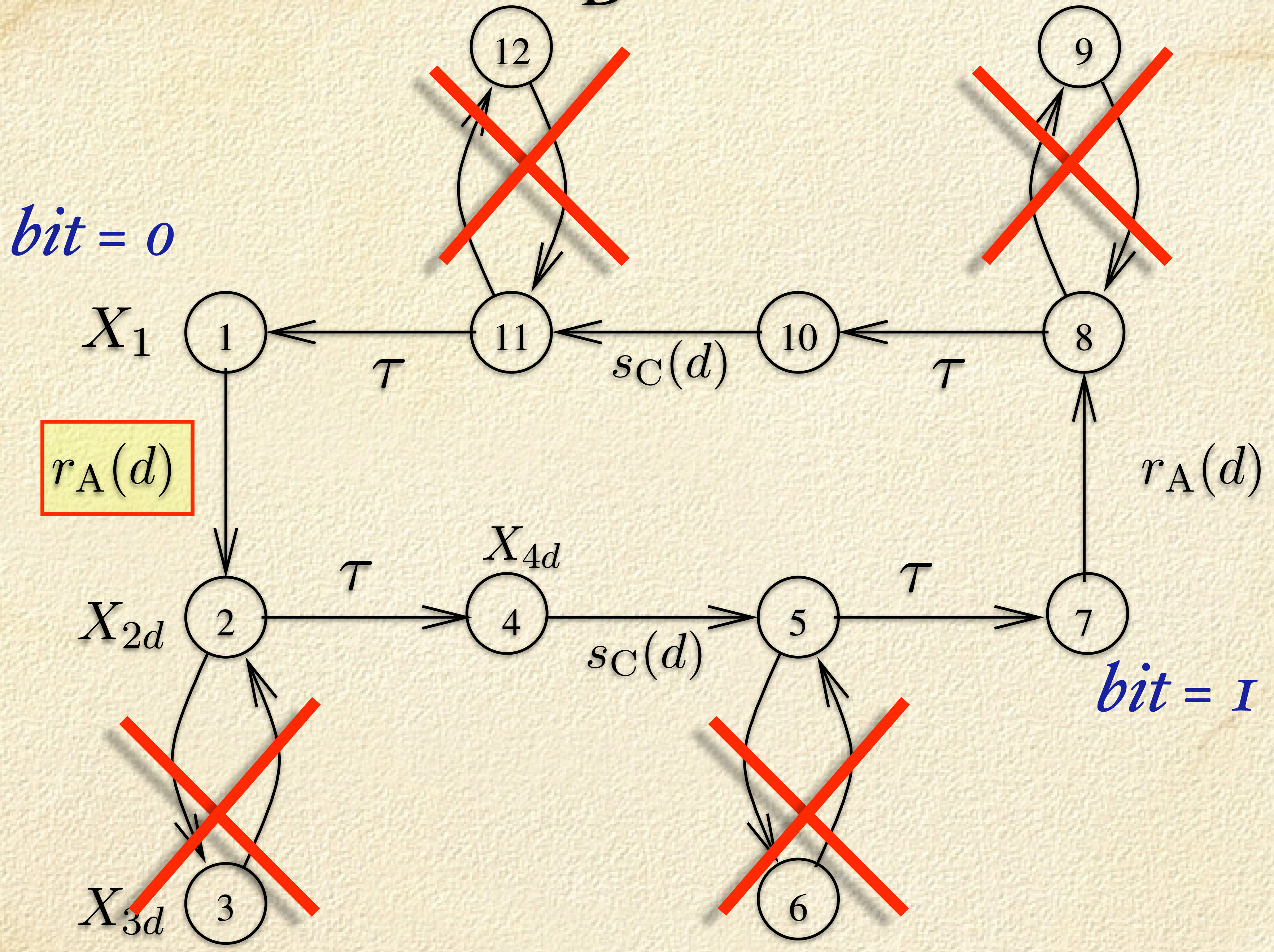


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} r_A(d) \cdot s_C(d) \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

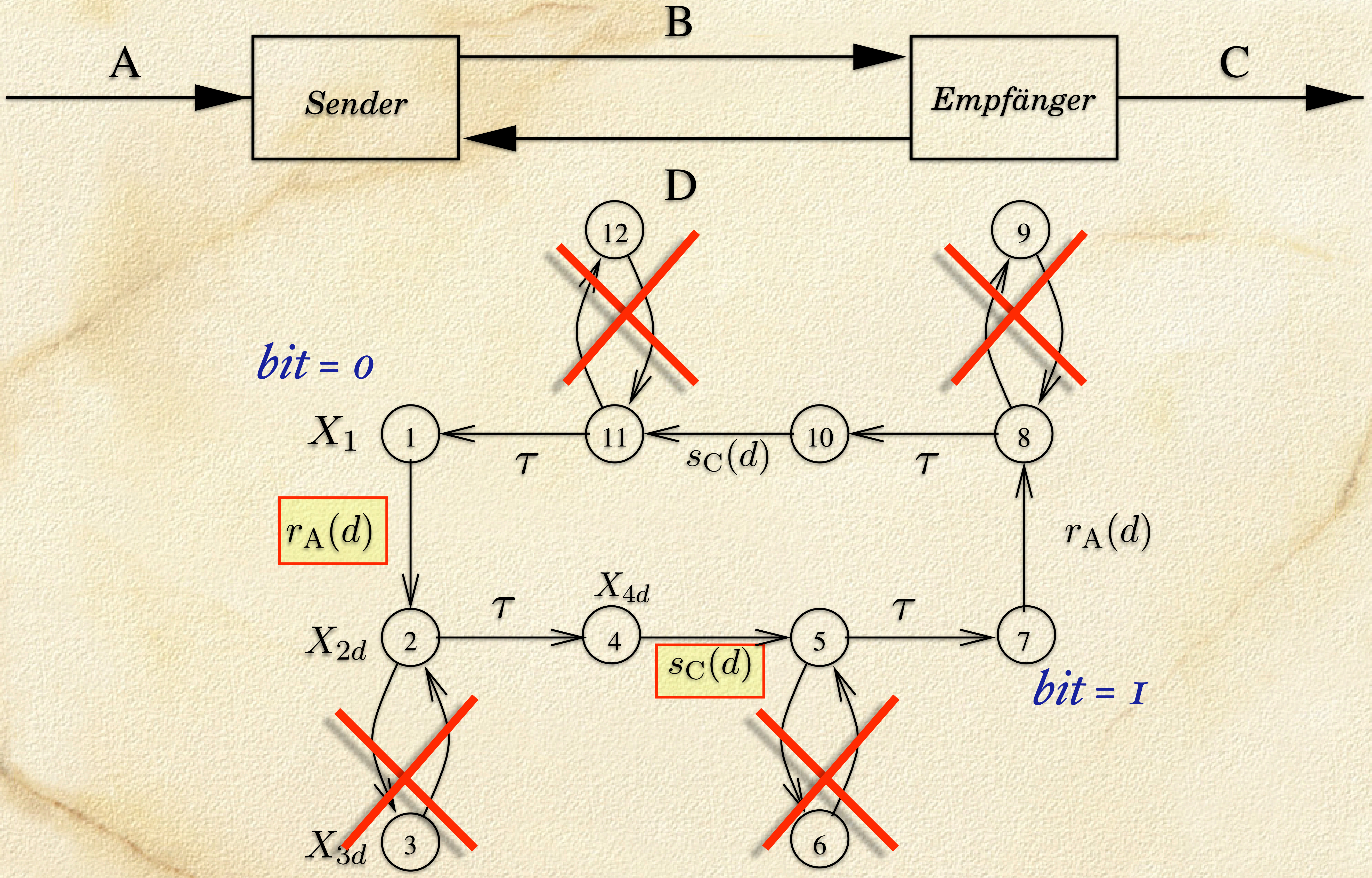


$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d) \cdot s_C(d)} \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

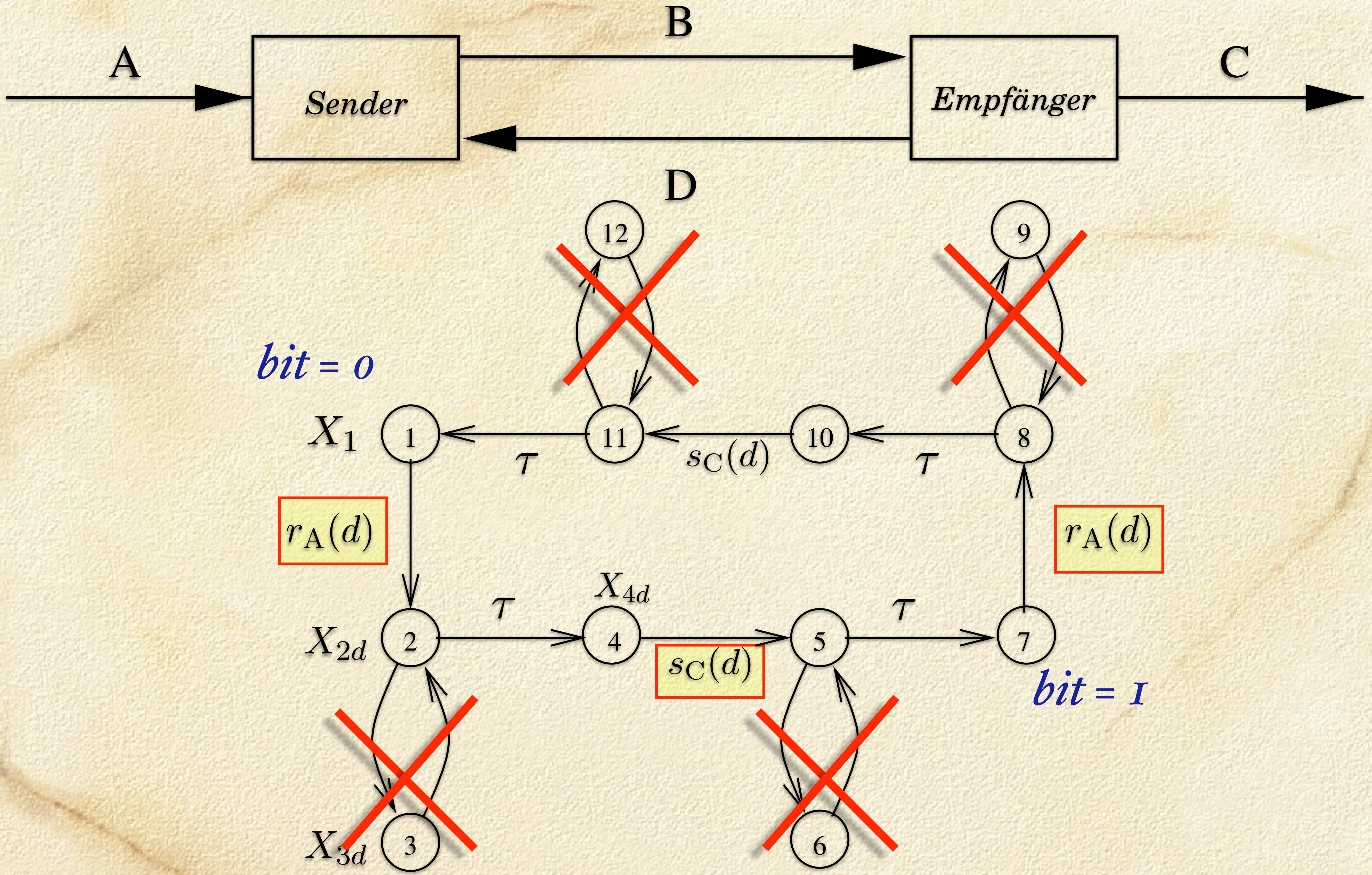




$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)\cdot s_C(d)} \cdot \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$

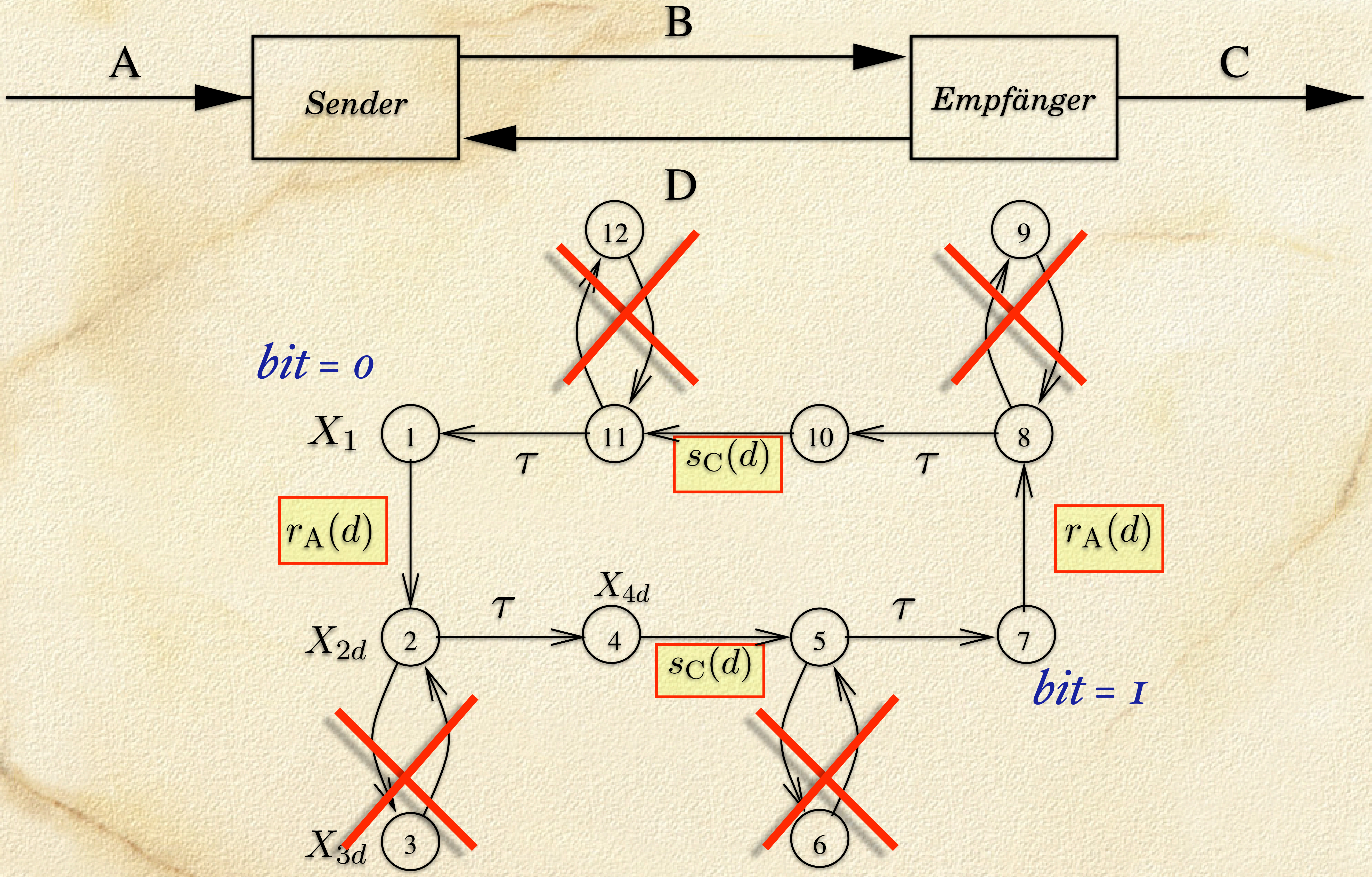


$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_{\mathrm{A}}(d)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)} \cdot \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$

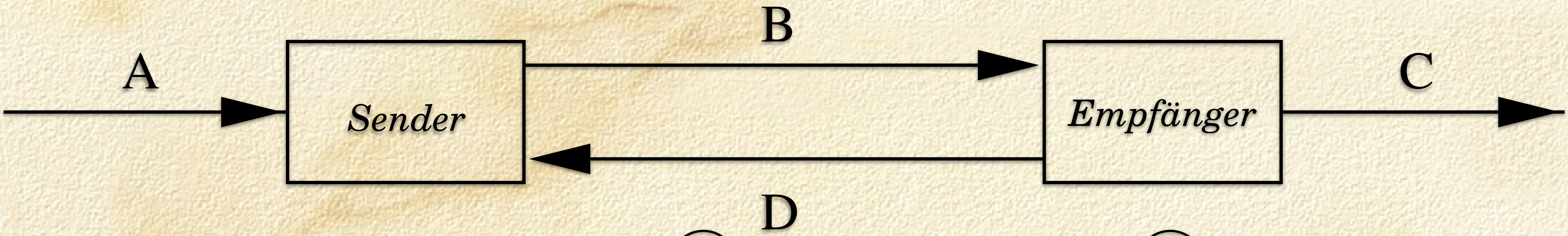


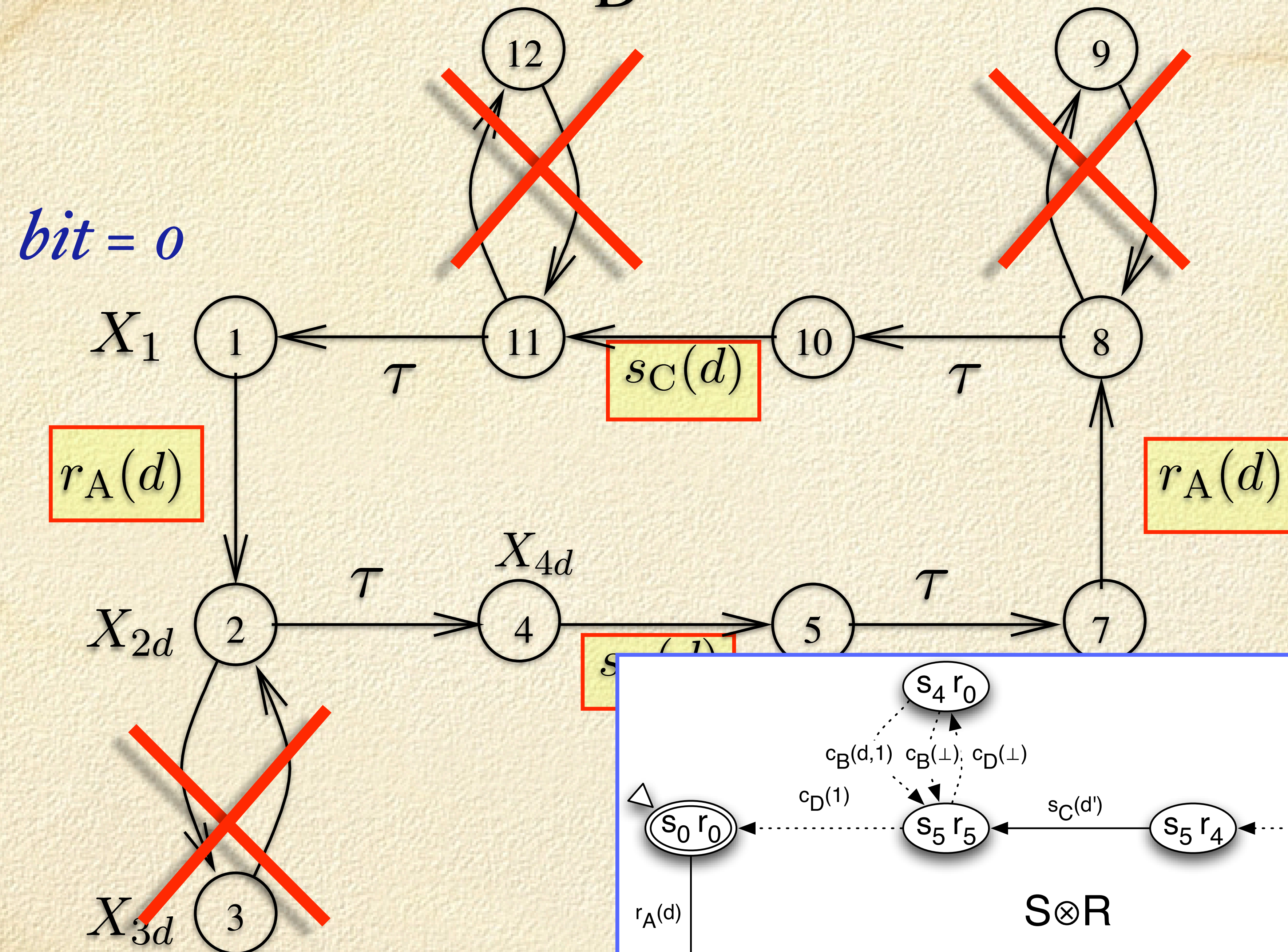
$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d) \cdot s_C(d)} \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

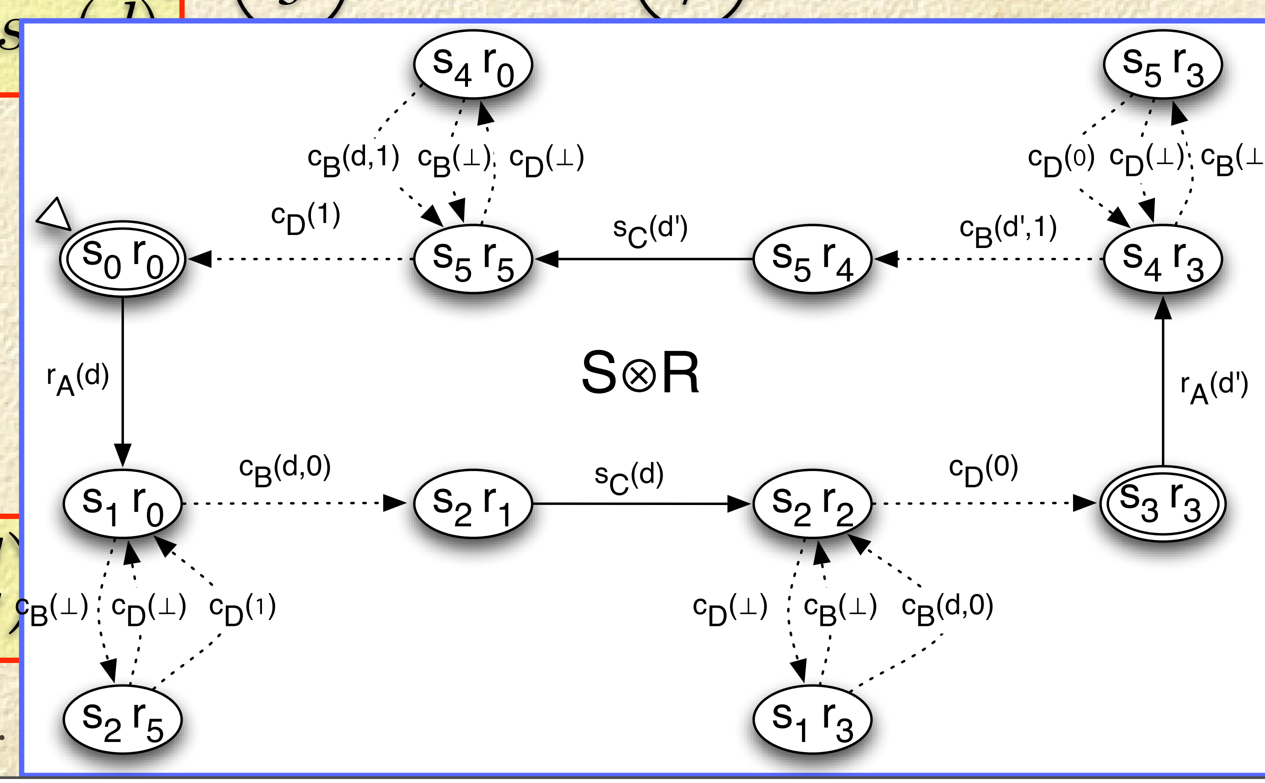
Thursday, January 13, 2011



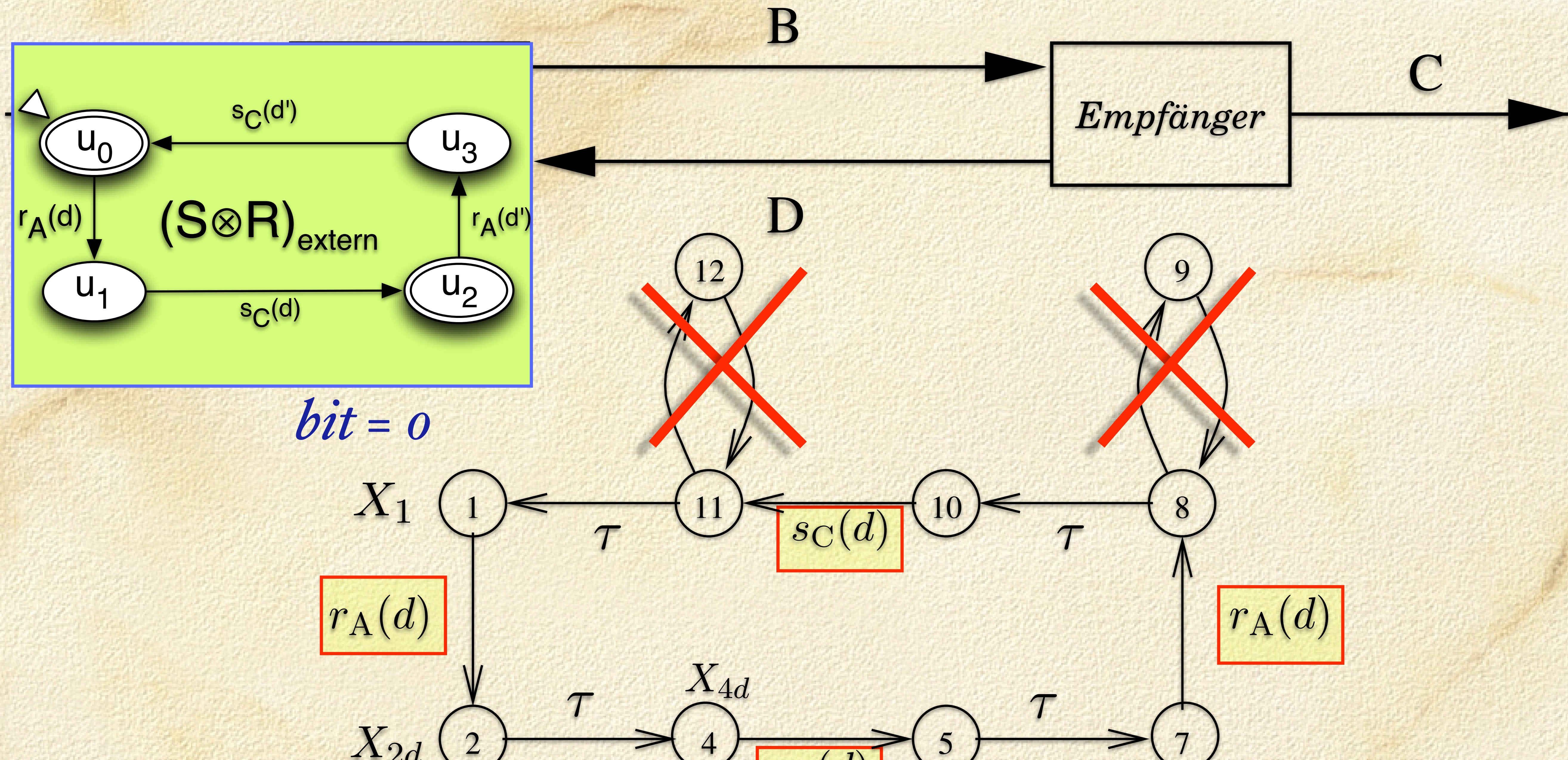
$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d) \cdot s_C(d)} \cdot \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

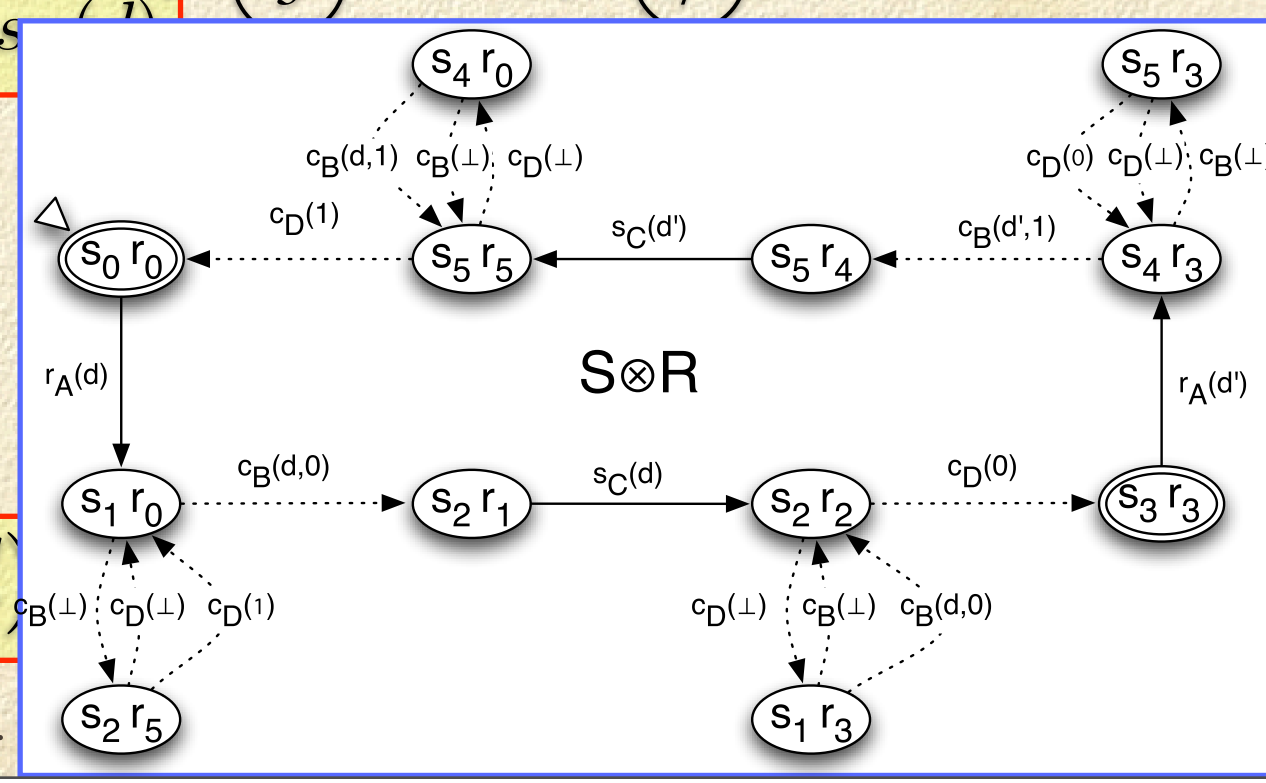




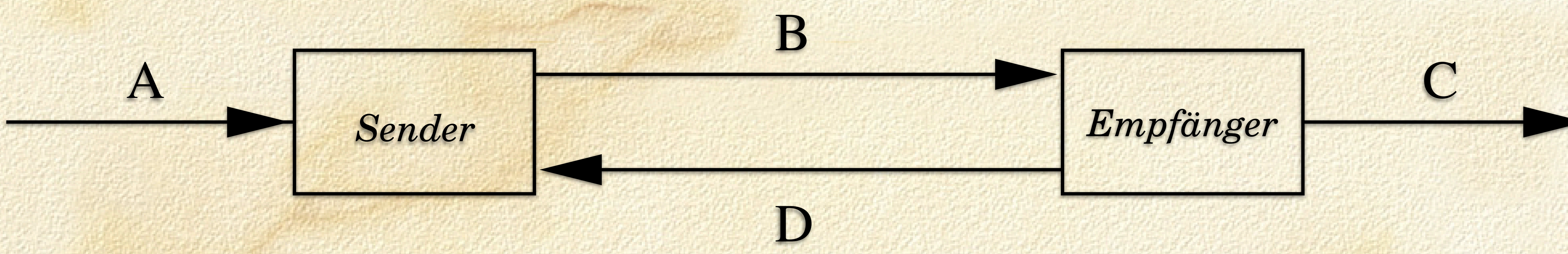


$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} r_A(d)$$





$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} r_A(d)$$



$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

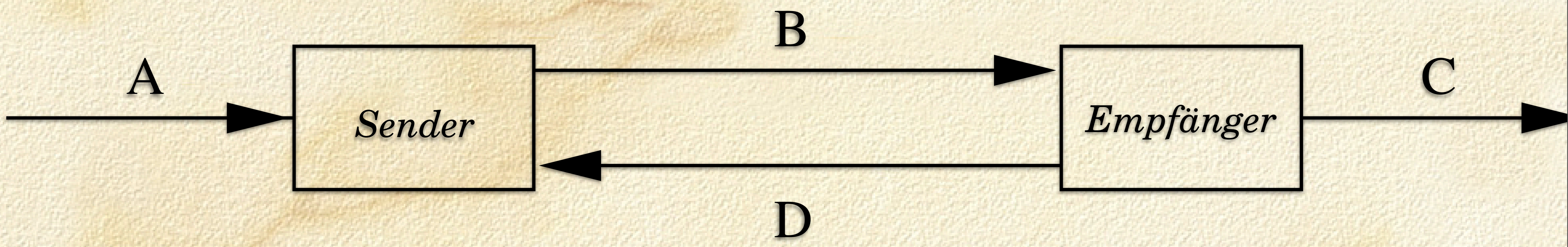
$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d,b) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4.49

a) Ersetzen Sie im Beweis des Alternierbitprotokolls die Spezifikation von U_{db} durch

$$U_{db} = (r_D(b) + r_D(\perp)) \cdot S_{1-b} + r_D(1-b) \cdot T_{db}.$$

Interpretieren Sie dies inhaltlich und formal für den Beweis.



$$\begin{aligned} S_b &= \sum_{d \in \Delta} r_{\mathrm{A}}(d) \cdot T_{db} \\ T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp)) \cdot U_{db} \\ U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b) \cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot T_{db} \end{aligned}$$

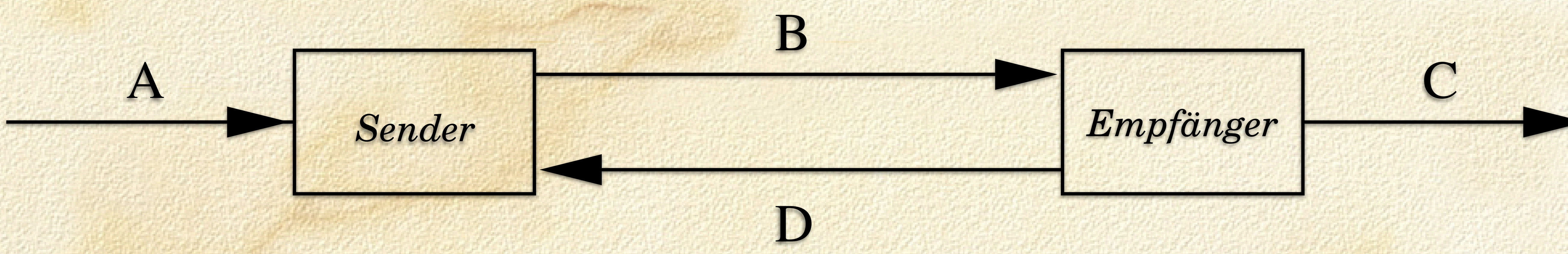
$$\begin{aligned} R_b &= \sum_{d \in \Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d,b) \cdot s_{\mathrm{C}}(d) \cdot Q_b \\ &\quad + r_{\mathrm{B}}(d, 1-b) \cdot Q_{1-b} \} + r_{\mathrm{B}}(\perp) \cdot Q_{1-b} \\ Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp)) \cdot R_{1-b} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.49

a) Ersetzen Sie im Beweis des Alternierbitprotokolls die Spezifikation von U_{db} durch

$$U_{db} = \boxed{(r_D(b) + r_D(\perp)) \cdot S_{1-b} + r_D(1-b) \cdot T_{db}.}$$

Interpretieren Sie dies inhaltlich und formal für den Beweis.



$$\begin{aligned} S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db} \\ T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db} \\ U_{db} &= \boxed{r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + r_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot T_{db}} \end{aligned}$$

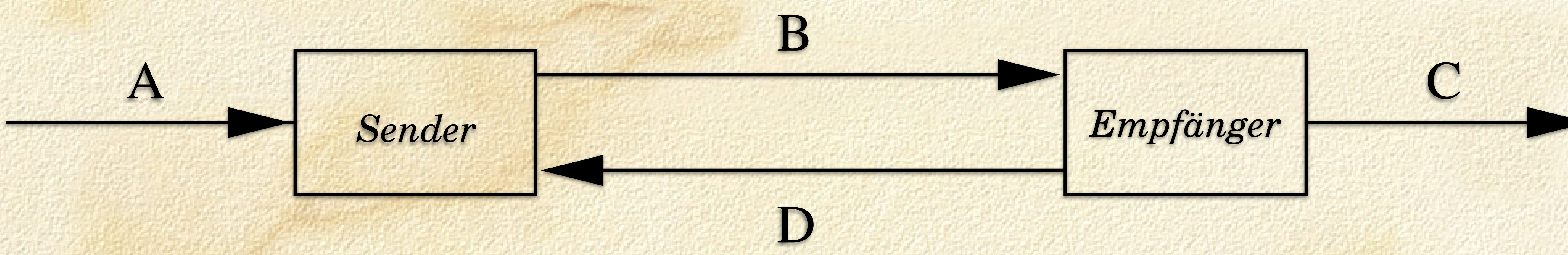
$$\begin{aligned} R_b &= \sum_{d\in\Delta} \{ r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b \\ &\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b} \} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b} \\ Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.49

a) Ersetzen Sie im Beweis des Alternierbitprotokolls die Spezifikation von U_{db} durch

$$U_{db} = \boxed{(r_D(b) + r_D(\perp))\cdot S_{1-b} + r_D(1-b)\cdot T_{db}.}$$

Interpretieren Sie dies inhaltlich und formal für den Beweis.



$$\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db}\\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b)+s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db}\\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b)+\boxed{r_{\mathrm{D}}(\perp)})\cdot T_{db}
\end{aligned}$$

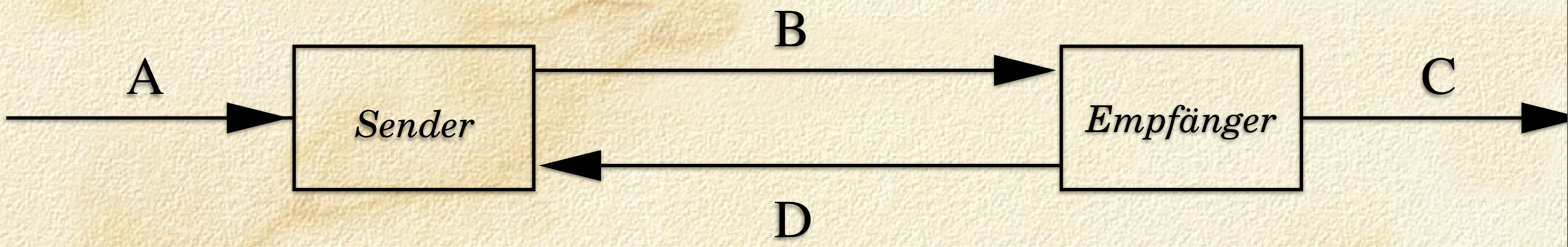
$$\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b\\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b}\\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b)+s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}$$

Aufgabe

a) Ersetzen Sie im Beweis des Alternierbitprotokolls die Spezifikation von U_{db} durch

$$U_{db} = (r_D(b) + \boxed{r_D(\perp)}) \cdot S_{1-b} + r_D(1-b)\cdot T_{db}.$$

Interpretieren Sie dies inhaltlich und formal für den Beweis.



$$
\begin{aligned}
S_b &= \sum_{d\in\Delta} r_{\mathrm{A}}(d)\cdot T_{db}\\
T_{db} &= (s_{\mathrm{B}}(d,b) + s_{\mathrm{B}}(\perp))\cdot U_{db}\\
U_{db} &= r_{\mathrm{D}}(b)\cdot S_{1-b} \;+\; (r_{\mathrm{D}}(1-b) + \boxed{r_{\mathrm{D}}(\perp)})\cdot T_{db}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_b &= \sum_{d\in\Delta}\{r_{\mathrm{B}}(d,b)\cdot s_{\mathrm{C}}(d)\cdot Q_b\\
&\quad + r_{\mathrm{B}}(d,1-b)\cdot Q_{1-b}\} + r_{\mathrm{B}}(\perp)\cdot Q_{1-b}\\
Q_b &= (s_{\mathrm{D}}(b) + s_{\mathrm{D}}(\perp))\cdot R_{1-b}
\end{aligned}
$$

Aufgabe

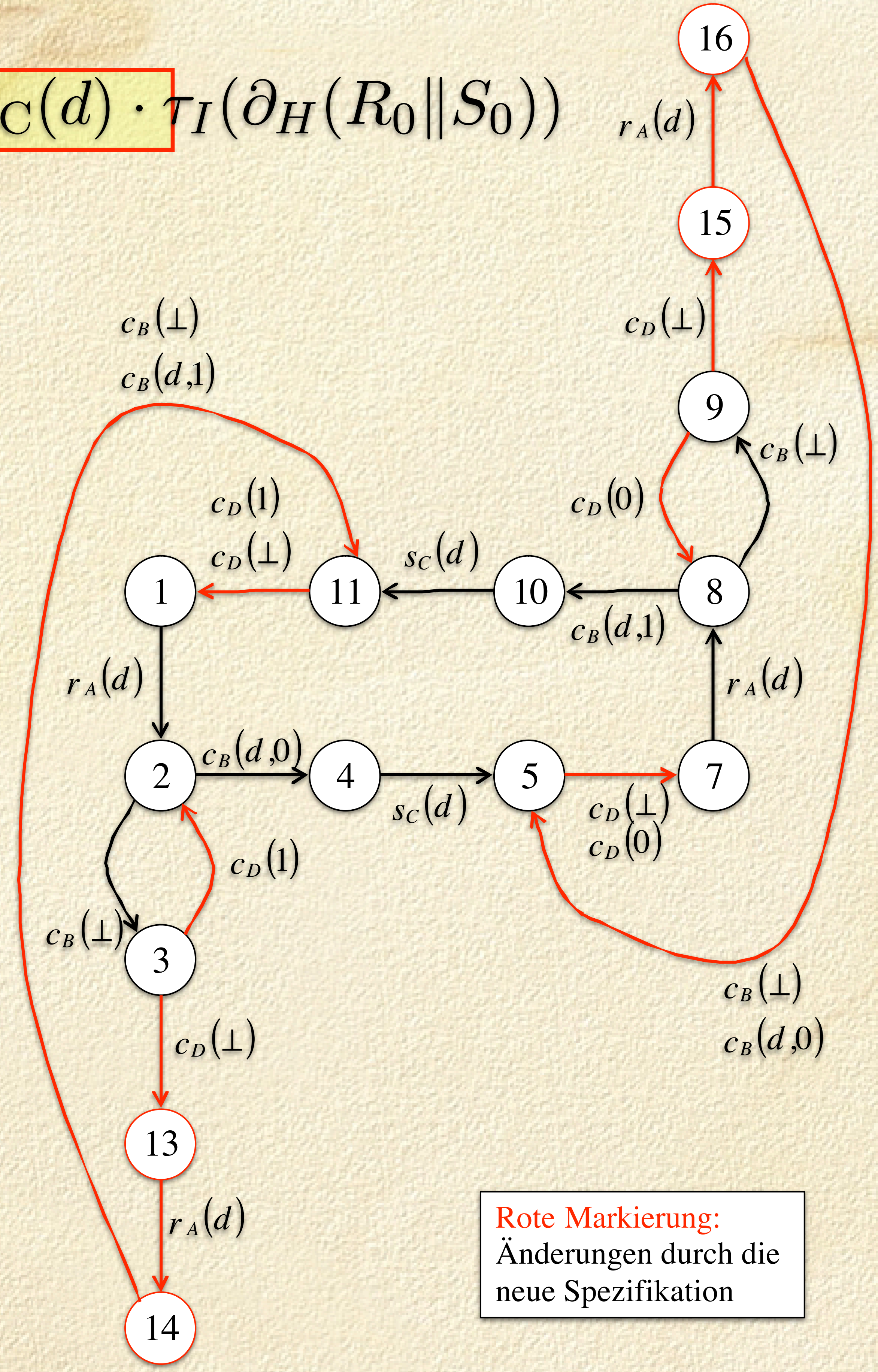
a) Ersetzen Sie im Beweis des Alternierbitprotokolls die Spezifikation von U_{db} durch

$$U_{db} = (r_D(b) + \boxed{r_D(\perp)})\cdot S_{1-b} + r_D(1-b)\cdot T_{db}.$$

Interpretieren Sie dies inhaltlich und formal für den Beweis.

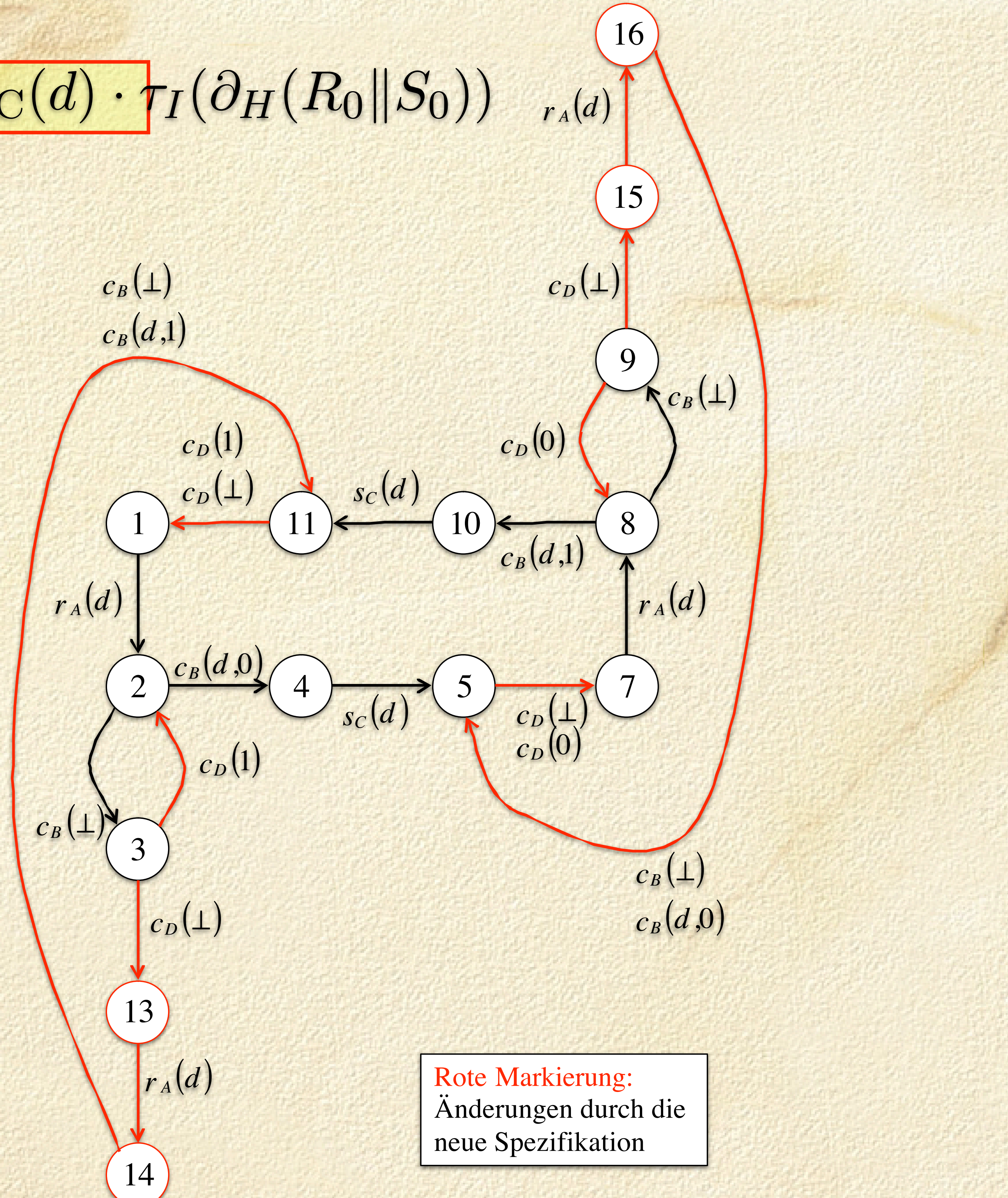
Fehlermeldung von Kanal D wird ignoriert!

$$\tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0)) = \sum_{d \in \Delta} \boxed{r_A(d) \cdot s_C(d) \cdot} \tau_I(\partial_H(R_0 \| S_0))$$

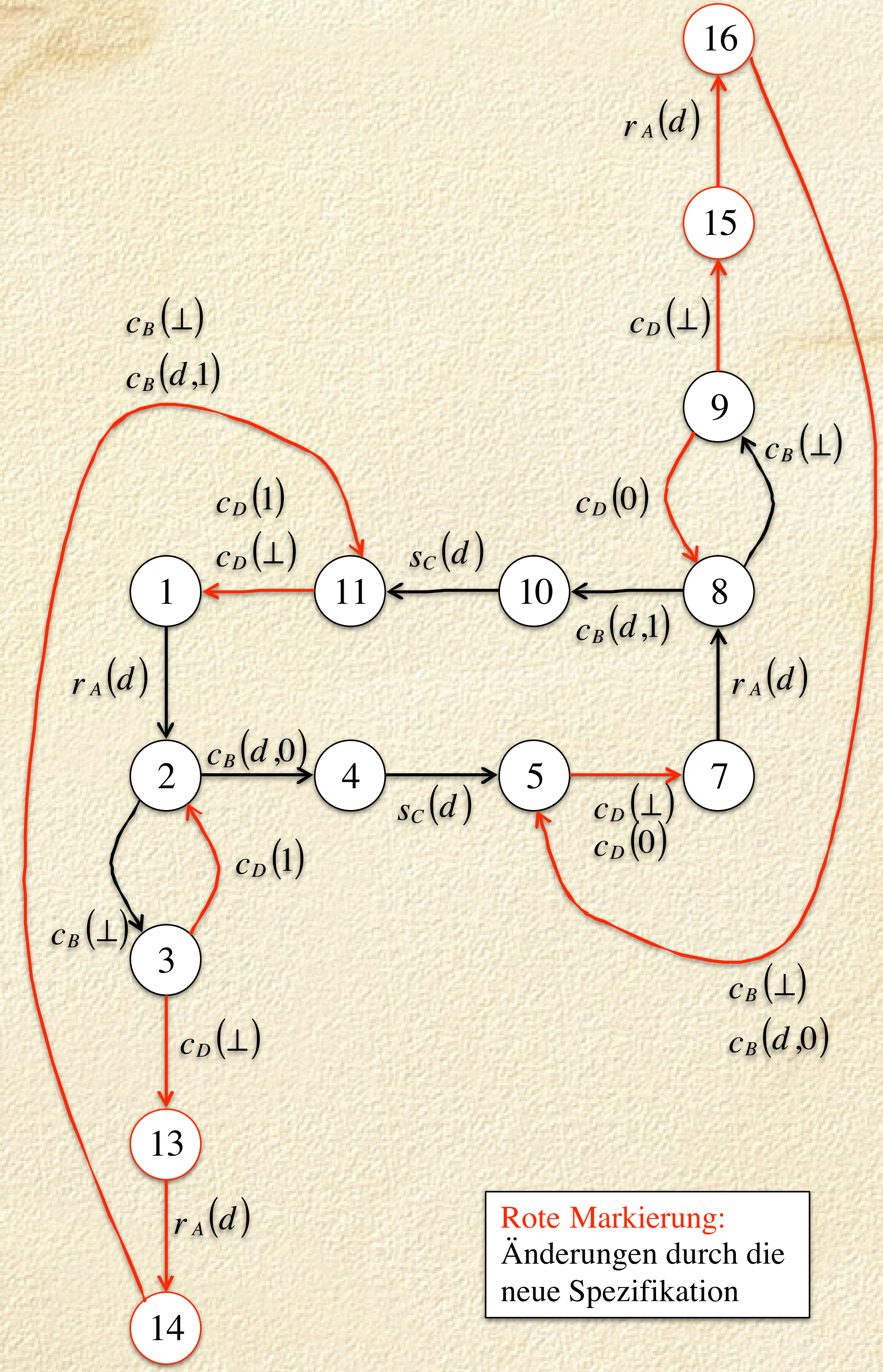


Thursday, January 13, 2011

$$\tau_I(\partial_H(R_0\|S_0)) = \sum_{d\in\Delta} \boxed{r_A(d)\cdot s_C(d)\cdot} \tau_I(\partial_H(R_0\|S_0))$$



Fehlermeldung von Kanal D wird ignoriert!



Rote Markierung:
Änderungen durch die neue Spezifikation

Fehlermeldung von Kanal D wird ignoriert!