Modellierung und Petrinetze

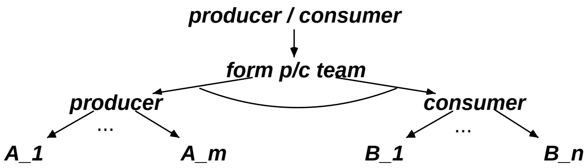
Reflexive Selbstorganisation in Multiagentensystemen

Michael Köhler

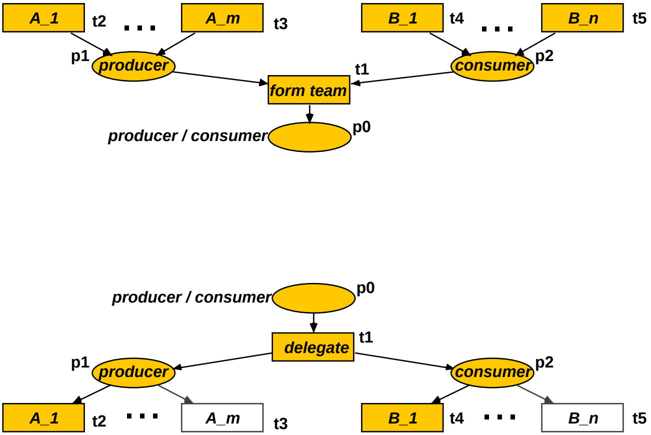
Department für Informatik
Universität Hamburg

24. Januar 2008

Producer/Consumer Szenario



Formation des Producer/Consumer-Teams



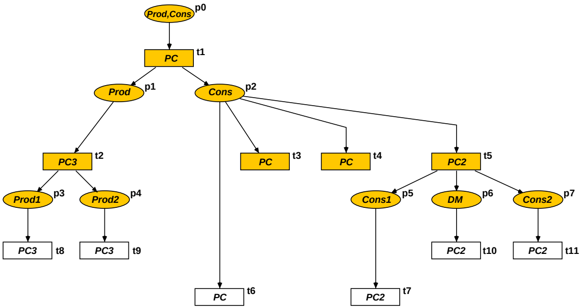
Delegationsnetze

Definition

Ein *Delegationsnetz* ist ein Petrinetz $N = (P, T, F)$, das $p^\bullet \neq \emptyset$ für alle $p \in P$ und $|^\bullet t| = 1$ für alle $t \in T$ erfüllt.

Eine Transition mit $t^\bullet \neq \emptyset$ heißt *delegativ*, eine Transition mit $t^\bullet = \emptyset$ heißt *ausführend*.

Tätigkeitspfade



Tätigkeitspfade sind Schaltfolgen $w \in T^+$, die das Netz von einer Markierung m in die leere Markierung $\mathbf{0}$ überführen.

$$t_1 t_2 t_8 t_9 t_6, \quad t_1 t_2 t_8 t_9 t_3, \quad t_1 t_2 t_8 t_9 t_4 \quad \text{und} \quad t_1 t_2 t_8 t_9 t_5 t_7 t_{10} t_{11}$$

Die Menge der Tätigkeitspfade aus einer Markierung m ist:

$$TP(m) := \{w \in T^* \mid m \xrightarrow{w} \mathbf{0}\} \tag{1}$$

Bearbeitbare Markierungen

Ist jede erreichbare Markierung in die leere Markierung überführbar?

Definition

Sei $N = (P, T, F)$ ein P/T-Netz.

- Die Markierung m heißt *bearbeitbar*, wenn $\mathbf{0} \in RS(m)$ gilt.
- Das Netz N heißt *bearbeitbar*, wenn alle Markierungen m dies sind.
- Die Markierung m heißt *sicher bearbeitbar*, wenn für alle $m' \in RS(m)$ auch $\mathbf{0} \in RS(m')$ gilt.
- Das Netz N heißt *sicher bearbeitbar*, wenn alle Markierung dies sind.

Bearbeitbarkeit zu entscheiden erscheint schwer, wemm dafür der Erreichbarkeitsgraph konstruiert werden müsste.
Geht es besser?

Linearität von Erreichbarkeitsmengen I

Multimengenaddition $+$ auf Mengen von Multimengen:

$$A + B := \{m_1 + m_2 \mid m_1 \in A \wedge m_2 \in B\}$$

Theorem

Sei N ein Delegationsnetz, dann gilt:

$$RS(m_1 + m_2) = RS(m_1) + RS(m_2)$$

Die Inklusion $RS(m_1 + m_2) \supseteq RS(m_1) + RS(m_2)$ folgt aus der Monotonieeigenschaft der Petrinetze.
Nehmen wir an, es gäbe eine Markierung $m \in RS(m_1 + m_2)$, für die $m \not\in RS(m_1) + RS(m_2)$ gilt.
Dann gäbe es eine Markierung $m' = m'_1 + m'_2$ mit $m'_i = m'_1 \in RS(m_i)$ mit $i = 1, 2$, die eine Transition t aktiviert, die weder in m'_1 noch in m'_2

Linearität von Erreichbarkeitsmengen II

aktiviert ist, denn gäbe es kein solches m', dann könnte auch kein m erreicht werden.
Wegen der Bedingung $|{}^\bullet t| = 1$ kann es für Delegationsnetze eine solche Transition nicht geben.
Also gilt $RS(m_1 + m_2) \subseteq RS(m_1) + RS(m_2)$.
Die erreichbaren Markierungen $RS(\sum_{i=1}^n p_i)$ sind daher bereits durch die elementaren Mengen $RS(\{p_i\})$ charakterisiert.

Linearität für Schaltfolgen

Analog ergibt sich eine Linearität für die Schaltfolgen:

Theorem

Sei N ein Delegationsnetz, dann gilt:

$$FS(m_1 + m_2) = FS(m_1) \sqcup FS(m_2)$$

Jede Schaltfolge von m_1 kann beliebig mit denen von m_2 gemischt werden, um eine Schaltfolge von $m_1 + m_2$ zu erhalten, denn wegen $|{}^\bullet t| \leq 1$ aktiviert eine Markierungssumme $m_1 + m_2$ keine Transitionen, die nicht bereits in m_1 oder in m_2 aktiviert gewesen sind.
Umgekehrt lässt sich jede Schaltfolge von $m_1 + m_2$ zerlegen, da jede Marke unabhängig von den anderen bearbeitet wird.

Delegation als Grammatik I

Jeder Markierung m wird das folgende Wort zugeordnet:

$$\alpha(m) = A_{p_1}^{m(p_1)} \cdots A_{p_n}^{m(p_n)} \tag{2}$$

Definition

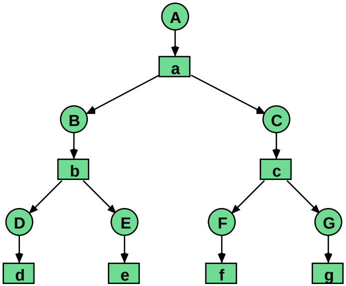
Sei $N = (P, T, F)$ ein Delegationsnetz. Dann ist die kontextfreie Grammatik $G(N, m) = (T_G, V_G, R_G, S)$ definiert als:

1. Die Menge der Terminale ist $T_G = \{a_t \mid t \in T\}$.
2. Die Menge der Variablen ist $V_G = \{A_p \mid p \in P\} \uplus \{S\}$.
3. Die Menge der Regeln ist gegeben als

$$R_G = \{S \to \alpha(m)\} \cup \{A_{p(t)} \to a_t A_{p_1} \cdots A_{p_n} \mid t \in T \wedge t^\bullet = \{p_1, \ldots, p_n\}\}.$$

4. Das Startsymbol ist S.

Delegation als Grammatik II



Die Grammatik $G(N, m)$ approximiert die Menge der Schaltfolgen, denn die Transitionen gleicher Schalttiefe werden nach Teilbäumen sortiert. So die Schaltfolge $w = abdcefg$ möglich, d.h. aber nicht ableitbar:

$$S \Longrightarrow aBC \Longrightarrow abDEC \Longrightarrow abDEcFG$$

Delegation als Grammatik III

Für unsere Zwecke ist dies aber keine gravierende Einschränkung, denn zu jeder Schaltfolge, die von $G(N, m)$ nicht erzeugt werden kann, existiert ein Schaltwort in $L(G)$, das sich nur bzgl. der Vertauschung nebnläufiger Ereignisse unterscheiden.

Theorem

Sei $N = (P, T, F)$ ein Delegationsnetz.

1. *Die Markierung m ist genau dann bearbeitbar, wenn alle Nonterminale A_p der kontextfreien Grammatik $G(N, m)$ mit $m(p) > 0$ produktiv sind.*
2. *Die Markierung m ist genau dann sicher bearbeitbar, wenn alle erreichbaren Variablen A_p der kontextfreien Grammatik $G(N, m)$ mit $m(p) > 0$ produktiv sind.*

Rollen/Dienst-Netze und Teams

Definition

Ein *R/D-Netz* $RD = (N, R, D)$ besteht aus den folgenden Komponenten:

1. $N = (P, T, F)$ ist ein Delegationsnetz.
2. $R : P \to \mathcal{R}$ ist die Rollenabbildung.
3. $D : T \to \mathcal{D}$ ist die Dienstnetzabbildung.

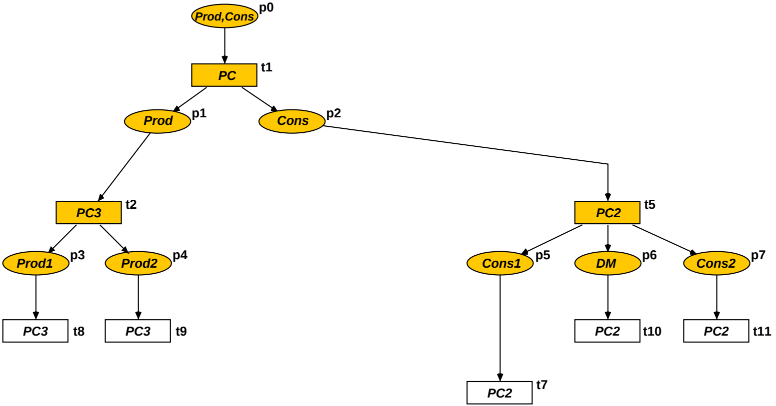
Ein R/D-Netz heißt *Teamnetz*, wenn gilt:

1. N ist ein stark zusammenhängendes Kausalnetz.
2. N besitzt genau einen minimalen Knoten: $|{}^{\circ}N| = 1$.

Für ein R/D-Netz $RD = (N, R, D)$ definieren wir die Menge der Stellen, die die Rolle R anstoßen können, als:

$$P_{RD}(R) = \{p \in P \mid R(p) = R, {}^{\bullet}p = \emptyset\} \tag{3}$$

Ein Teamnetz



Lemma

Elementare Eigenschaften von R/D-Netzen:

1. *R/D-Netze sind Free-Choice Netze.*
2. *Für alle Teamnetze gilt* $\forall p \in P : |p^\bullet| = 1$ *und* $\forall t \in T : |^\bullet t| = 1$.
3. *Alle minimalen Knoten sind Stellen und alle maximalen Knoten sind Transitionen:* $^\circ N \subseteq P$ *und* $N^\circ \subseteq T$.
4. *Jedes Teamnetz* N *besitzt genau einen Platz als minimalen Knoten* $^\circ N \subseteq P$.
5. *Wenn* p *eine Stelle des Teamnetzes* (N, R, D) *mit* $N = (P, T, F)$ *ist, dann ist auch das auf* $P_p = (\uparrow p \cap P)$ *und* $T_p = (\uparrow p \cap T)$ *eingeschränkte Netz ein Teamnetz:*

$$RD_{\Uparrow p} := (N_p, R_{|P_p}, D_{|T_p}) \quad mit \quad N_p = (P_p, T_p, F \cap (P_p \cup T_p)^2) \tag{4}$$

Für jedes $p \in P$ *bezeichnen wir* $RD_{\Uparrow p}$ *als das Subteam von RD.*

Zu (1): Dies gilt wegen der Bedingung $|{}^\bullet t| = 1$.
Zu (2): Teamnetze sind R/D-Netze, für die nach Definition $|p^\bullet| > 0$ gilt. Da Teamnetze Kausalnetze sind, gilt außerdem $|p^\bullet| \leq 1$. Insgesamt folgt $|p^\bullet| = 1$. Nach Definition gilt für R/D-Netze $|{}^\bullet t| = 1$.
Zu (3): Mit (2) gilt $|p^\bullet| = 1$, also können maximale Knoten keine Stellen sein. Wegen $|{}^\bullet t| = 1$ können analog minimale Knoten keine Transitionen sein.
Zu (4): N besitzt genau einen minimalen Knoten, der nach (3) eine Stelle ist.
Zu (5): N_p ist als Teilnetz wieder ein Kausalnetz mit p als der einzigen initialen Stelle.

Wohlgeformte R/D-Netze

Ein R/D-Netz (N, R, D) ist *wohlgeformt*, wenn die folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. Rollenpartition: Die Rollenabbildung $R : P \to \mathcal{R}$ erfüllt die Zerlegungseigenschaft:
$$\forall t \in T : \forall p, p' \in t^\bullet : p \neq p' \Longrightarrow R(p) \cap R(p') = \emptyset$$
2. Delegation: Für alle Transitionen $t \in T_N$ mit $t^\bullet \neq \emptyset$ muss folgendes gelten:
$$\begin{array}{rcll} |t^\bullet| & > & 1 & \text{(Stotterfreiheit)} \\ R(t^\bullet) & \subseteq & R(D(t)) & \text{(Rollenkompatibilität)} \\ R(D_t) \setminus R({}^\bullet t) & = & R(D(t)) \setminus R(t^\bullet) & \text{(Kontext)} \\ \multicolumn{3}{c}{\langle\!\langle D_t ; R({}^\bullet t), R(t^\bullet) ; D(t) \rangle\!\rangle} & \text{(Verhaltensverfeinerung)} \end{array}$$
Hierbei bezeichnet $D_t := D^{\mathcal{D}}(R({}^\bullet t))$ das Referenzdienstnetz zur Rolle $R({}^\bullet t)$.
3. Ausführung: Für alle Transitionen $t \in T_N$ mit $t^\bullet = \emptyset$ muss gelten:
$$R(p(t)) \subseteq R(D(t)) \qquad \text{(Rollenkompatibilität)}$$

Verfeinerung I

Für einen Stellemenge C eines Teamnetzes (N, R, D) definiere die folgende Komposition:

$$D[C] := D[R(C)] := \Big\|_{p \in C} D({}^\bullet p)[R(p)] \tag{5}$$

Die für wohldefinierte Teamnetze lokal gefordert Rollenverfeinerung erweitert sich auf die gesamte Struktur.

Lemma

Sei (N, R, D) ein wohlgeformtes Teamnetz mit der initialen Stelle p_0. Dann gilt, dass das Dienstnetz $D[C]$ für jeden Stellenschnitt $C \neq \{p_0\}$ wohldefiniert ist, und die Rollen $R(C)$ eine Verfeinerung von $R(p_0)$ bilden:

$$\langle\!\langle D_0; R(p_0), R(p_0); D[C] \rangle\!\rangle \qquad \textit{mit } D_0 := D^{\mathcal{D}}(R(p_0))$$

Verfeinerung II

Beweis per Induktion über die Tiefe des Teamnetzes.
Induktionsanfang: Der Induktionsanfang bildet das kleinstmögliche Teamnetz, das aus einer Stelle p_0 besteht, die mit der einzigen Transition t mit einer Kante verbunden ist. Der einzige Schnitt ist $C = \{p_0\}$. Also muss nichts gezeigt werden.
Induktionsschritt: Für den Induktionsschritt nutzen wir aus, dass jedes Teamnetz N durch ein Netz N_0 gebildet wird, das aus einer einzigen Transition t mit ${}^\bullet t = \{p_0\}$ und $t^\bullet = \{p_1, \ldots, p_k\}$ besteht, und den Subteams $N_1, \ldots, N_k$, deren initiale Stelle jeweils die $p_1, \ldots, p_k$ sind. Jeder Stellenschnitt $C \neq \{p_0\}$ setzt sich aus Schnitten C_i der Subteams zusammen: $C = \bigcup_{i=1}^k C_i$.
Da die Subteams alle kleiner sind, gilt für sie die Induktionsannahme, d.h. alle $D[C_i]$ sind wohldefiniert und die $R(C_i)$ realisieren in $D[C_i]$ jeweils $R(p_i)$.

Verfeinerung III

Die $R(C_i)$ müssen disjunkt sein, denn wären sie dies nicht, dann würde eine ihnen gemeinsame Rolle R aufgrund der Zerlegungseigenschaft verschiedene Rollen verfeinern, was nicht sein kann. Die Komposition $D[C]$ ist damit wohldefiniert:

$$\begin{aligned} D[C] &= D\left[\bigcup_{i=1}^k C_i\right] = D\left[R\left(\bigcup_{i=1}^k C_i\right)\right] = D\left[\bigcup_{i=1}^k R(C_i)\right] \text{ mit Thm. \textbf{??}} \\ &= \Big\|_{i=1}^k D[R(C_i)] = \Big\|_{i=1}^k D[C_i] \end{aligned}$$

Der Dienst $D[C]$ realisiert die Rollen:

$$\bigcup_{i=1}^k R(p_i) = R\left(\bigcup_{i=1}^k \{p_i\}\right) = R(t^\bullet)$$

Verfeinerung IV

Nach Definition der Wohlgeformtheit gilt für t die Verhaltensverfeinerung, d.h. $R(t^\bullet)$ realisiert $R(^\bullet t) = R(p_0)$. Insgesamt gilt damit, dass $D[C]$ die Rolle $R(p_0)$ realisiert.
Diese Eigenschaft gilt offensichtlich auch, wenn (N, R, D) ein Subteam eines größeren R/D-Netzes ist, da jedes Subteam ebenfalls wohlgeformt ist.

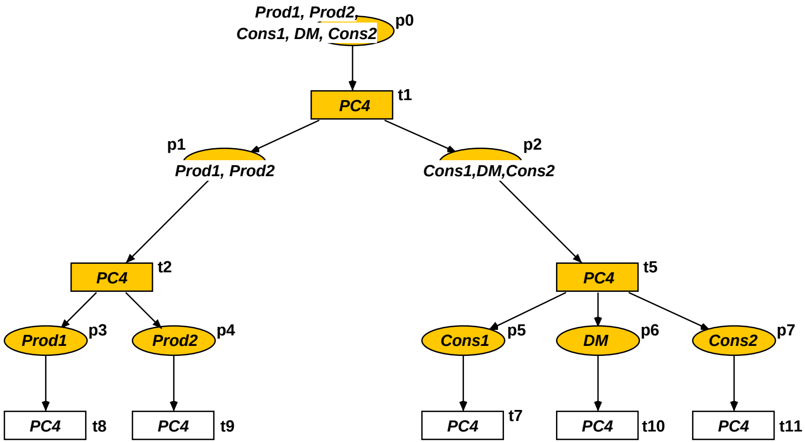
Dass $D[C]$ eine Verfeinerung ist, heißt insbesondere, dass die Menge der Kommunikationskanäle durch C disjunkt aufgeteilt wird.
Für wohlgeformte Teams ist es somit ausgeschlossen, dass sich Rollen zyklisch für ihre Arbeit heranziehen.

Theorem

Sei (N, R, D) ein wohlgeformtes Teamnetz mit der initialen Stelle p_0. Sei $p \in P$ eine Stelle mit $R(p) = R(p_0)$, dann gilt $p = p_0$.

Sei $C_0 = \{p_0\}$ und sei C_1 ein Stellenschnitt mit $p \in C$.
Nach Lemma 9 realisieren sowohl $D[C_0]$ als auch $D[C]$ die Rolle $R(p) = R(p_0)$. Sie besitzen somit auch die gleichen externen Kommunikationskanäle.
Daraus folgt, dass $D[R(\{p\})]$ und $D[R(C \setminus \{p\})]$ keinerlei Kommunikationskanäle teilen.
Da nach Definition jedes Dienstnetz D für jedes Rollenzerlegung $R, (R(D) \setminus R)$ mit $R \neq \emptyset$ und $(R(D) \setminus R) \neq \emptyset$ interne Kanäle besitzen muss, ist dies nur möglich, wenn $C = \{p\}$ gilt. Dann muss aber $p = p_0$ gelten, da wohlgeformte Teamnetze nicht stottern.

Homogene Teams I



Ein besonderer Fall liegt vor, wenn das Teamnetz homogen ist, d.h. wenn alle Dienstnetze $D(t)$ identisch sind.

Homogene Teams II

Sie haben die Eigenschaft, die zu implementierenden Rollen nur aufzuteilen, nicht aber zu verfeinern.

Lemma

Ein R/D-Netz (N, R, D) *heißt homogen, wenn* $D(t_1) = D(t_2)$ *für alle* $t_1, t_2 \in T_N$ *gilt. Wenn* (N, R, D) *ein wohlgeformtes Teamnetz ist, dann gilt für alle Transitionen* $t \in T$*, dass* $\{R(p) \mid p \in t^\bullet\}$ *eine Mengenpartition von* $R({}^\bullet t)$ *gilt.*

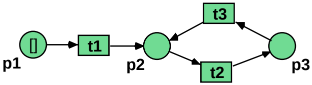
Da (N, R, D) ein wohlgeformtes Teamnetz ist, gilt die Verhaltensverfeinerung $\langle\!\langle D_t; R({}^\bullet t), R(t^\bullet); D(t)\rangle\!\rangle$. Draus folgt insbesondere $R({}^\bullet t) = R(t^\bullet)$. Mit der Zerlegungseigenschaft folgt zudem noch, dass $\{R(p) \mid p \in t^\bullet\}$ disjunkte Menge sind.

Prozesse von Delegationsnetzen I

Bezeichne $\mathcal{K}^{pg}(N, m)$ die Menge aller Prozesse von (N, m) unter der Fortschrittsannahme.

Hierbei steht noch nicht fest, ob für ein gegebenes Delegationsnetz ein endlicher Prozess unter der Fortschrittsannahme überhaupt existiert.

So könnte es sein, dass unter der Fortschrittsannahme keine endlichen Prozesse generiert werden:



Prozesse von Delegationsnetzen II

Theorem

Sei N ein Delegationsnetz.

1. *Ein Prozess $(K, \phi) \in \mathcal{K}^{pg}(N, m)$ besteht aus $|m|$ disjunkten Teilprozessen.*
2. *Die Prozesse $(K, \phi) \in \mathcal{K}^{pg}(N, m)$ von Delegationsnetzen sind Bäume.*
3. *Jeder Prozess korrespondiert zu einem Ableitungsbaum in $G(n, m)$.*

Dies folgt aus der Linearitätseigenschaft, denn jede Marke wird disjunkt entwickelt.
Prozesse sind als Kausalnetze bereits azyklisch, im allgemeinen aber keine Bäume. Die Baum-Eigenschaft folgt aus der Struktur der Transitionen, genauer aus $|^\bullet t| = 1$.
Da die Struktur der Grammatik $G(N, m)$ das Netz direkt abbildet, korrespondieren Prozesse und Ableitungsbäume.

Theorem

Sei N ein Delegationsnetz in der Markierung m und sei $(K, \phi) \in \mathcal{K}^{pg}(N, m)$ ein Prozess, dann gilt:

1. $\phi(K^\circ) \subseteq T$.
2. *Jede Folge $\phi(w)$ mit $({}^\circ K \cap B) \xrightarrow{w} (K^\circ \cap B)$ ist ein Tätigkeitspfad.*
3. *Mindestens eine Schaltfolge $\phi(w)$ mit $({}^\circ K \cap B) \xrightarrow{w} (K^\circ \cap B)$ wird von der Grammatik $G(N, m)$ erzeugt.*
4. *$\mathcal{K}^{pg}(N, \{p\})$ ist genau dann eine nicht-leere Menge, wenn A_p produtiv in $G(N, m)$ ist.*

1. $\phi(K^\circ) \subseteq T$ ist äquivalent zu $K^\circ \subseteq E$. Da N keine Senken besitzt ($p^\bullet \neq \emptyset$), gibt es zu jeder Stelle mindestens eine Transition im Nachbereich. Wäre eine Stelle b in K°, dann wäre eine dieser Transition aktiviert – im Widerspruch zu der Annahme, dass K ein Prozess von (N, m) unter der Fortschrittsannahme ist.

2. Da $\phi^\sharp({}^\circ K) = m$ und $\phi(K^\circ) \subseteq T$ gilt haben wir $m = \phi^\sharp({}^\circ K) \xrightarrow{\phi(w)} \phi^\sharp(K^\circ \cap B) = \phi^\sharp(\emptyset) = \mathbf{0}$, d.h. das $\phi(w)$ ein Tätigkeitspfad ist.
3. Jede Ableitung in der Grammatik $G(N,m)$ beschreibt mindestens einen Ablauf in N, wenn auch nicht alle möglichen Permutationen nebenläufiger Ereignisse betrachtet werden.
4. Die Variable A_p ist genau dann produktiv, wenn $\mathbf{0}$ von $m = \{p\}$ erreichbar ist (s.o.). Dies gilt genau dann, wenn es einen Prozess $(K,\phi) \in \mathcal{K}^{pg}(N,m)$ gibt, der $\phi(K^\circ) \subseteq T$ erfüllt, was nach (1) genau dann gilt, wenn überhaupt ein Prozess existiert, d.h. wenn $\mathcal{K}^{pg}(N,m) \neq \emptyset$.

Bearbeitbarkeit in R/D-Netzen I

Theorem

Sei $RD = (N, R, D)$ ein R/D-Netz und m seine Markierung.

1. $TP(m)$ *ist genau dann nicht-leer, wenn m bearbeitbar ist.*
2. *Ist die Marking m sicher bearbeitbar, dann ist sie auch bearbeitbar.*
3. N *ist genau dann sicher bearbeitbar, wenn es bearbeitbar ist.*
4. *Die Markierung m ist in N bearbeitbar genau dann, wenn alle Markierungen $\{p\}$ mit $m(p) > 0$ bearbeitbar sind.*
5. *Es ist in $O(|N|)$ entscheidbar, ob die Markierung m bearbeitbar ist.*
6. *Es ist in $O(|N|)$ entscheidbar, ob die Markierung m sicher bearbeitbar ist.*
7. *Sind alle Stellen $p \in P$ bearbeitbar, dann ist N sicher bearbeitbar.*
8. *Ist N sicher bearbeitbar, dann ist N nicht (strukturell) lebendig.*

Bearbeitbarkeit in R/D-Netzen II

1. Direkt aus der Definition der Bearbeitbarkeit.
2. Folgt aus Definition mit $m \in RS(m)$.
3. Offensichtlich gilt, dass N bearbeitbar ist, wenn es sicher bearbeitbar ist. Ist N bearbeitbar, dann folgt für alle Markierungen, also insbesondere auch für die erreichbaren Markierungen $m' \in RS(m)$ Bearbeitbarkeit. Also folgt, dass N sicher bearbeitbar ist, wenn es bearbeitbar ist.
4. Mit der Linearitätseigenschaft $RS(m_1 + m_2) = RS(m_1) + RS(m_2)$ der Delegationsnetze folgt:

$$RS(m) = RS\left(\sum_{p \in P} m(p) \cdot p\right) = \sum_{p \in P} m(p) \cdot RS(\{p\})$$

   Also sind die erreichbaren Markierungen durch die Mengen $RS(\{p\})$ charakterisiert.

Bearbeitbarkeit in R/D-Netzen III

5. Mit (3) ist die Markierung m bearbeitbar genau dann, wenn alle Markierungen $\{p\}$ mit $m(p) > 0$ bearbeitbar sind. Die Nullmarkierung $\mathbf{0}$ ist von $m = \{p\}$ in N genau dann erreichbar, wenn das Nonterminal A_p der kontextfreien Grammatik $G(N, m)$ produktiv ist (s.o.). Um Produktivität zu entscheiden, sind die Mengen $PV_n(G)$ zu bilden, wobei n höchstens bis zur Anzahl der Nonterminale wächst. In $G(N, m)$ gibt es zu jeder Stelle p genau ein Nonterminal A_p. Bei der Konstruktion von $PV_n(G)$ sind alle Regeln zu beachten. In $G(N, m)$ gibt es zu jeder Transition t genau eine Regel. Also ist der Aufwand von der Ordnung $|P| \cdot |T| = |N|$.

6. Mit (3) ist die Markierung m sicher bearbeitbar genau dann, wenn alle Markierungen $\{p\}$ mit $m(p) > 0$ sicher bearbeitbar sind. Die Markierung $m = \{p\}$ ist genau dann sicher bearbeitbar, wenn alle erreichbaren Variablen A_p der kontextfreien Grammatik $G(N, m)$ produktiv sind (s.o.). Die produktiven Variablen $PV_n(G)$ sind nach (4) mit $O(|N|)$ Zeitaufwand zu berechnen. Die erreichbaren Variablen sind durch die Konstruktion der monoton wachsenden Folge $RV_n(G)$ zu bilden, wobei n höchstens bis zur Anzahl der Nonterminale wächst. Analog zu der Menge der produktiven Variablen ist der Konstruktionsaufwand von der Ordnung $|P| \cdot |T| = |N|$. Insgesamt ist der Zeitaufwand also von der Ordnung $O(|N|)$.
7. Sind alle Stellen $p \in P$ bearbeitbar, dann sind alle Markierungen bearbeitbar, insbesondere alle $m' \in RS(m)$.
8. Da stets die Nullmarkierung erreichbar ist, kann das Netz stets in einen Deadlock geraten, also ist es nicht lebendig. Da dies für jede Anfangsmarkierung gilt, ist die Eigenschaft sogar strukturell.

Bearbeitbarkeit in R/D-Netzen V

Dies zeigt die Eigenschaften.

Koordination von Teams I

Definition

Ein *koordinierendes Team* ist das Tupel (N, R, D, ψ), wobei gilt:

- (N, R, D) ist ein R/D-Netz.
- $\psi : T_G \to PF_{\mathcal{D}}$ ist die lokale Steuerung.

Ein koordinierendes Team (N, R, D, ψ) ist *wohlgeformt*, wenn (N, R, D) dies ist und die Steuerung realisierbar ist:

$$\forall t \in T : Proc(D(t), \psi(t)) \neq \emptyset$$

Die *globale Steuerung* $\hat{\psi}$ bezieht alle F-Vorgänger mit ein:

$$\hat{\psi}(t) := \bigwedge_{(t',t) \in F^*} \psi(t') \tag{6}$$

In einem Kausalnetz beschreibt $\hat{\psi}(t)$ also genau die Konjunktion aller lokalen Steuerungbedingungen von der Initialisierung des Teams bei p_0 bis hin zu t.

Teamdienste I

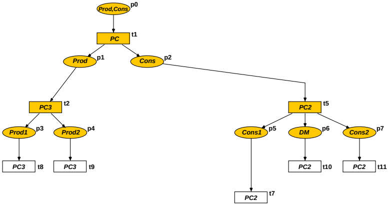
Jedes Teamnetz definiert durch seine maximalen Transitionen K° eine Interaktion.

$$D(G) := \Big\|_{t \in K^\circ} D(t)[R(p(t))] \tag{7}$$

Aus obigen Lemma folgt, dass $D(G)$ wohldefiniert ist, denn es gilt:

$$\|_{t \in K^\circ} D(t)[R(p(t))] D(G) := \|_{p \in {}^\bullet(K^\circ)} D({}^\bullet p)[R(p)]$$

Für homogene Dienstnetze sind alle Dienstnetze $D({}^\bullet p)$ identisch, so dass $D(G) = D(t)$ für jedes beliebige $t \in T$ gilt.



Teamdienste II

Für das obige Teamnetz ergibt sich somit der Teamdienst:

$$\begin{array}{rl} & D(t_8)[R(p_3)] \| D(t_9)[R(p_4)] \| D(t_{13})[R(p_9)] \| D(t_{10})[R(p_8)] \| D(t_{11})[R(p_7)] \\ = & PC_3[Prod_1] \| PC_3[Prod_2] \| PC_2[Cons_1] \| PC_2[DM] \| PC_2[Cons_2] \end{array}$$

Man beachte, dass diese Interaktion weder PC_2 noch durch PC_3 beschrieben wird, sondern eine Kombination aus beiden darstellt.
Ebenso ergibt sich die Teamsteuerung $\hat{\psi}(G)$ als:

$$\hat{\psi}(G) := \bigwedge_{t \in K^\circ} \hat{\psi}(t) \tag{8}$$

Rollenkomponenten und Teamdienste sind miteinander verträglich.

Lemma

Sei G ein Team, dann gilt für alle $t \in K^\circ$ und für beliebige Formeln $\phi \in PF_{\mathcal{D}}$:

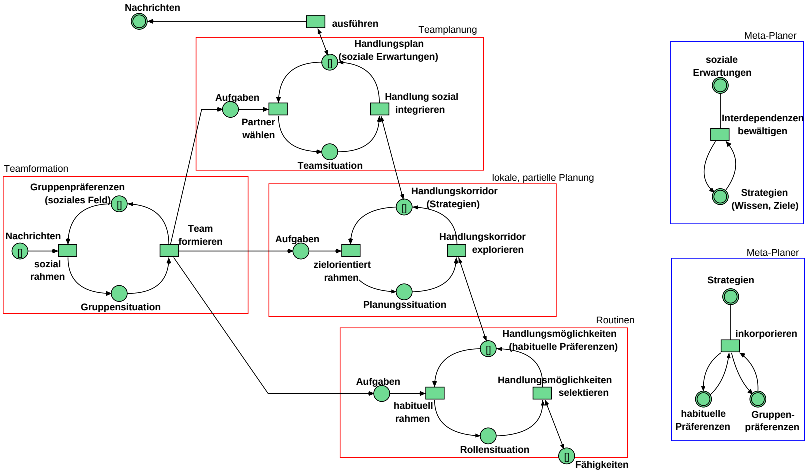
$$Proc(D(G), \phi) \subseteq Proc(D(G)) \subseteq Proc(D[R(p(t))])$$

Mit Theorem **??** folgt:

$$\begin{aligned} Proc(D(G)) &= Proc(\|_{t \in K_G{}^\circ} D[R(p(t))]) \\ &= \bigcap_{t \in K_G{}^\circ} Proc(D[R(p(t))]) \subseteq Proc(D[R(p(t))]) \end{aligned}$$

Die Inklusion $Proc(D(G), \phi) \subseteq Proc(D(G))$ ist offensichtlich.

SONAR-Agenten



Verhaltensregelmäßigkeit I

Jeder Agent hat eine Menge von Verhaltensregelmäßigkeiten (VR), mit denen er auf jede Rolle R reagieren kann:

$$\delta = (D, \{(R_1, A_1), \ldots, (R_n, A_n)\}) \in \mathcal{V}_R(\mathcal{D})$$

Für jedes $\delta = (D, \{(R_1, A_1), \ldots, (R_n, A_n)\}) \in \mathcal{V}(\mathcal{D})$ definiere die Projektionen:

$$D_\Delta(\delta) := D \qquad R_\Delta(\delta) := R_1 \cup \cdots \cup R_n \qquad \mathcal{A}_\Delta(\delta) := \{A_1, \ldots, A_n\} \tag{9}$$

Definition

Ein *Gruppennetz* $G = (N, R, D, \psi, A)$ besteht aus einem Teamnetz (N, R, D, ψ) und der Besetzung $A : (P \cup T) \to \mathcal{A}$ mit $A(p) = A(t)$ für alle $p \in t^\bullet, t \in T$.
Sei $\mathcal{G}$ eine Menge an Gruppennetze. Die Menge aller Profile ist definiert als $\mathcal{P}_\mathcal{G} := \bigcup_{G \in \mathcal{G}} P_G$ und die Menge aller Tätigkeiten ist $\mathcal{T}_\mathcal{G} := \bigcup_{G \in \mathcal{G}} T_G$.

Ein Gruppennetz G wird auch als $A(p_0)$-*Team* bezeichnet.

Theorem

Jede Abbildung $A' : T \to \mathcal{A}$ eines Teamnetzes wird durch durch die Definition von $A(p_0)$ für den minimalen Knoten p_0 eindeutig zu einer Besetzung $A : (P \cup T) \to \mathcal{A}$ erweitert.

$A(p_0)$ ist definiert. Wir setzen $A(t) = A'(t)$ für alle $t \in T$ und $A(p) = A'(t)$ für alle $p \in t^\bullet$. Somit ist die Eigenschaft der Definition aus Def. 17 erfüllt. Aus der Tatsache, dass N ein Kausalnetz mit $N^\circ \subseteq T$ ist, folgt, dass A für alle Knoten aus $P \cup T$ definiert ist.

Ein SONAR-*Agent*

$$(\rho, \gamma, \Delta, \delta, \pi, \beta^1, \beta^2)$$

besteht aus folgenden Komponenten:

1. $\rho : \mathcal{D} \to \mathcal{R}$ sind die Fähigkeiten, die $\rho(D) \subseteq R(D)$ für alle $D \in \mathcal{D}$ erfüllen.
2. $\gamma : \mathcal{R} \to \mathcal{G}$ ist die Teamgenerationsfunktion.
3. $\Delta : \mathcal{G} \to \mathcal{P} \to 2^{\mathcal{V}(\mathcal{D})}$ ist eine Selektionsfunktion der Verhaltensregelmäßigkeit.
4. $\delta : \mathcal{G} \to 2^{\mathcal{V}(\mathcal{D})} \to \mathcal{P}_{\mathcal{G}} \to \mathcal{V}(\mathcal{D})$ ist eine Selektionsfunktion des Handlungskorridors.
5. $\pi : \mathcal{G} \to \mathcal{D} \to \mathcal{P}_{\mathcal{G}} \to Proc(\mathcal{D}, \mathcal{R})$ ist eine Selektionsfunktion der sozialen Integration.
6. β^1 ist der Meta-Planer der Inkorporierung.
7. β^2 ist der Meta-Planer der Interdependenzbewältigung.

Die Menge aller SONAR-Agenten wird mit $\mathcal{S}$ bezeichnet.

Teamwork

Teamformation

$G = \gamma(R_0)$

Teamplanung

$\pi_G \in \mathit{Teampläne}(G)$

lokaler Handlungskorridor

$\mathit{Proc}(D[R_G(p)], \hat{\psi}_G(p^\bullet))$

Verhaltensregelmäßigkeiten

$\Delta(G)(p)$

Teamformation

Die Teamaktivität geht vom Agenten $A_0 \in \mathcal{A}$ aus, der die Teamaktivität anstößt.
Das koordinierte Team, das A_0 generiert, muss ein A_0-Team sein. Es hat die Aufgabe die Rolle R_0 auszufüllen.

$$G_0 = \gamma(R_0) = (K_G, R_G, D_G, \psi_G, A_G) \quad \text{mit} \quad K_G = (P_G, T_G, F_G)$$

Das Team $\gamma(R_0)$ muß für alle $R_0 \in \mathcal{R}$ ein R_0-Team sein:

$$\forall R \in \mathcal{R} : R_G({}^\circ K_{\gamma(R)}) = R \tag{10}$$

Lokale Teamplanung I

Nach der Formation des Teams G berechnen alle Agenten, die einer finalen Transitionen des Teams zugeordnet sind, ihre Aufgabe. Stellen:

$$^\bullet(K^\circ \cap A_G^{-1}(A))$$

Diese Agenten realisieren den Teamdienst $D(G)$.

1. Jeder Agent wählt anhand seiner habituellen Präferenzordnung Δ eine Menge passender Verhaltensregelmäßigkeiten:

$$\Delta := \Delta(G)(p) \subseteq \mathcal{V}(\mathcal{D})$$

2. Die Handlungsmöglichkeiten werden durch die Strategie δ zum Handlungskorridor:

$$\delta := \delta(G)(\Delta)(p)$$

Lokale Teamplanung II

3. Um Handlungen sozial zu integrieren, muss ein Plan, d.h. ein Prozess π der Komponenten

$$D[R_G(p)] \quad \text{mit} \quad D := D_\Delta(\delta)$$

ausgewählt werden, der die Teamsteuerung $\hat{\psi}_G(p^\bullet)$ respektiert:

$$\pi(G)(D)(p) \in Proc(D[R_G(p)], \hat{\psi}_G(p^\bullet))$$

$\pi(G)(D)(p)$ muss zu den Plänen aller anderen Teammitglieder passen. Es muss ein gemeinsamer Teamplan π_G ausgehandelt werden.

Rekonfiguration der Agenten

Meta-Planer reorganisieren den Planungsprozess, indem sie die Konfiguration $(\rho, \gamma, \Delta, \delta, \pi)$ des Agenten modifizieren.
Dies ist beispielsweise dann nötig, wenn der Teamplanungsprozess keine Übereinkunft liefert.
Die Transition inkorporieren modifiziert die Rollenfähigkeiten ρ, die Verhaltensregelmäßigkeiten Δ und die Teamformation γ:

$$\beta^1 : \rho \mapsto \rho', \gamma \mapsto \gamma', \Delta \mapsto \Delta'$$

Die Transition Interdependenzen bewältigen modifiziertdie Strategien δ und die Planung π :

$$\beta^2 : \delta \mapsto \delta', \pi \mapsto \pi'$$

Inkorporation verändert die die grundlegenden Verhaltensregelmäßigkeiten. Diese Parameter wirken sehr früh und sehr grundsätzlich auf den gesamten Interaktionsprozess ein.
Für eine Interdependenzbewältigung werden dagegen die nachgelagerten Phasen des Planungsprozesses modifiziert.

Definition

Sei $\mathcal{A}$ die Menge aller Agentennamen. Ein SONAR-*MAS* ist ein Tupel

$$MAS = (\mathcal{A}_\mu, \mu),$$

wobei gilt:

- $\mathcal{A}_\mu \subseteq \mathcal{A}$ ist eine endliche Menge an Agentennamen.
- $\mu : \mathcal{A}_\mu \to \mathcal{S}$ weist jedem Agentennamen einen SONAR-Agenten zu.

Die *MAS-Grundstruktur* besteht aus den vorhandenen Agenten:

$$\mathcal{S}_{MAS} := \{\mu(A) \mid A \in \mathcal{A}_\mu\} \tag{11}$$

Akzeptierte Teams

Definition

Sei ein MAS $(\mathcal{A}_\mu, \mu)$ und ein Team $G = (K_G, R_G, D_G, A_G)$ mit $K_G = (P, T, F)$ gegeben. Das MAS *akzeptiert* G, wenn gilt

1. Die Teamattribute (Dienste, Rollen und Agenten) passen zu den individuellen Präfenzen der Agenten:

$$\forall (p,t) \in F_G : \forall \Delta : \delta_{A(t)}(G)(\Delta)(p) = (D_G(t), \{(R_G(p'), A_G(p'^{\bullet})) \mid p' \in t^{\bullet}\})$$

2. Das von $A_G(t)$ generierte Team $\gamma_{A_G(t)}(R_G(p))$ ist mit dem Subteam $G_{\Uparrow p}$ identisch:

$$\forall (p,t) \in F_G : \gamma_{A_G(t)}(R_G(p)) = G_{\Uparrow p}$$

Die Menge aller vom MAS akzeptierten Teams bezeichnen wir mit $\mathcal{G}_{akz}(\mathcal{A}_\mu, \mu)$.

Anpassung der Teamplanung I

Was tun, wenn ein Team nicht akzeptiert wird?

1. Ist keines dieser Teams akzeptierbar, so muss die Planung einiger (oder aller) Agenten nachkorrigiert werden, solange bis mindestens ein akzeptables Team existiert.
2. Erfüllt dann keines dieser Teams die Teamsteuerung, so muss die lokale Steuerung ψ verschärft werden, bis die globale Steuerung Korrektheit garantiert – im Extremfall solange, bis die Korrektheit schon lokal erzwungen wird.

Wohlgeformte Teamplanung I

Die einzelnen Pläne $\pi_A(G)(D)(p)$ der Agenten $A = A_G(t)$ für $(p,t) \in F_G$ müssen miteinander konsistent sein.
Ein Teamplan π_G ist ein Prozess des Teamnetzes $D(G)$, der zum einen die Steuerbedingung $\hat{\psi}(G)$ des Teams erfüllt und zum anderen einen korrekten Ablauf von $D(G)$ beschreibt:

$$\begin{aligned} Teamplane(G) := \{ \quad & \pi_G \in Proc(D(G)) \mid \forall D \in \mathcal{D} : \forall t \in {K_G}^\circ : \\ & \pi_{A_G(t)}(G)(D)(p(t)) = \pi_G \wedge \pi_G \models \hat{\psi}_G(t) \wedge \\ & \phi({\pi_G}^\circ) = M_f \wedge \pi(M_f) = m_f \; \} \end{aligned} \tag{12}$$

Wohlgeformte Teamplanung II

Definition

Ein MAS $(\mathcal{A}_\mu, \mu)$ ist *wohlgeformt*, wenn für jeden Agent $A \in \mathcal{A}_\mu$ folgendes gilt:

1. A kennt nur Teampartner, die in $\mathcal{A}_\mu$ enthalten sind:

$$\bigcup\{\mathcal{A}_\Delta(\delta) \mid G \in \mathcal{G}, p \in P_G, \delta \in \Delta_A(G)(p)\} \subseteq \mathcal{A}_\mu$$

2. A vefügt über die benötigten Fähigkeiten:

$$\forall G \in \mathcal{G} : \forall p \in P_G : \forall \delta \in \Delta_A(G)(p) : R_\Delta(\delta) \subseteq \rho(D_\Delta(\delta))$$

3. In jeder Gruppe existiert ein gemeinsamer Teamplan π_G:

$$\forall G \in \mathcal{G} : \exists \pi_G \in Teamplane(G)$$

Teamplanung und wohlgeformte MAS

Theorem

Wenn $(\mathcal{A}_\mu, \mu)$ ein wohlgeformtes MAS ist, dann generiert jedes Team G nur solche Teampläne $\pi_G \in Proc(D(G))$, die die Teamsteuerung $\hat{\psi}(G)$ erfüllen.

Da das MAS wohlgeformt ist, existiert für jeden Gruppe ein gemeinsamer Teamplan π_G mit $\pi_A(G)(D)(p) = \pi_G$, der die Steuerbedingung erfüllt. Außerdem gilt $\pi_A(G)(D)(p) \in Proc(D[R_G(p)])$ nach Definition der Selektionsfunktion. Für alle Teampläne gilt:

$$\begin{array}{lcl}
 & & \forall t \in K_G{}^\circ : \pi_G \models \hat{\psi}_G(t) \wedge \pi_G \in Proc(D[R_G(p)]) \\
 & \iff & \forall t \in K_G{}^\circ : \pi_G \in Proc(D_G[R_G(p(t))], \hat{\psi}_G(t)) \\
 & \iff & \pi_G \in \bigcap_{t \in K_G{}^\circ} Proc(D_G[R_G(p(t))], \hat{\psi}_G(t)) \\
\text{mit Thm. } \mathbf{??} & \iff & \pi_G \in Proc(\|_{t \in K_G{}^\circ} D_G[R_G(p(t))], \bigwedge_{t \in K_G{}^\circ} \hat{\psi}_G(t)) \\
 & \iff & \pi_G \in Proc(D(G), \hat{\psi}(G))
\end{array}$$

Als Teamplan muss π_G auch maximal sein, d.h. er muss den Dienst bis in die finale Markierung bringen: $\phi(\pi_G{}^\circ) = M_f$.

Teamplanung und korrekte Dienste I

Besonders praktisch sind solche Dienstnetze $D(G)$ des Teams G, die sogar unter der Steuerung $\hat{\psi}(G)$ noch schwach-korrekt sind, denn dann kann jedes Prozessanfangsstück eines gemeinsamen Teamplans stets zu einem terminierenden Prozess vervollständigt werden, da ein korrektes Dienstnetz in jeder erreichbaren Markierung nach Definition korrekt terminieren kann:

$$\begin{aligned}\forall M \in RS(D \times \psi, M_0): \quad & \pi(M) \geq m_f \Longrightarrow \pi(M) = m_f \land \\ & \exists M' \in RS(D \times \psi, M) : \pi(M') = m_f\end{aligned}$$

Ist $(D(G) \times \hat{\psi}(G))$ ein schwach-korrektes Dienstnetz, dann ist es also nicht notwendig, den Teamplan vorab gemeinsam festzulegen, da ja keine Aktion der Teammitglieder in eine Verklemmung führen kann. Die Verhandlungsphase der Teamplanung zur Festlegung von π_G kann daher entfallen.

Teamplanung und korrekte Dienste II

Da manche Teampläne aber besser als andere sein können, kann eine Verhandlung dennoch sinnvoll sein.

Wir definieren ein Teamnetz G als wohlkoordiniert, wenn der von ihm generierte Dienst $D(G)$ unter der Steuerung $\hat{\psi}(G)$ die Möglichkeit zur korrekten Termination besitzt.

Definition

Eine Gruppe G heißt *wohlkoordiniert*, wenn $(D(G) \times \hat{\psi}(G))$ ein schwach-korrektes Dienstnetz ist. Ein wohlgeformtes MAS $(\mathcal{A}_\mu, \mu)$ heißt *wohlkoordiniert*, wenn alle $G \in \mathcal{G}$ wohlkoordiniert sind.

Designelemente in SONAR