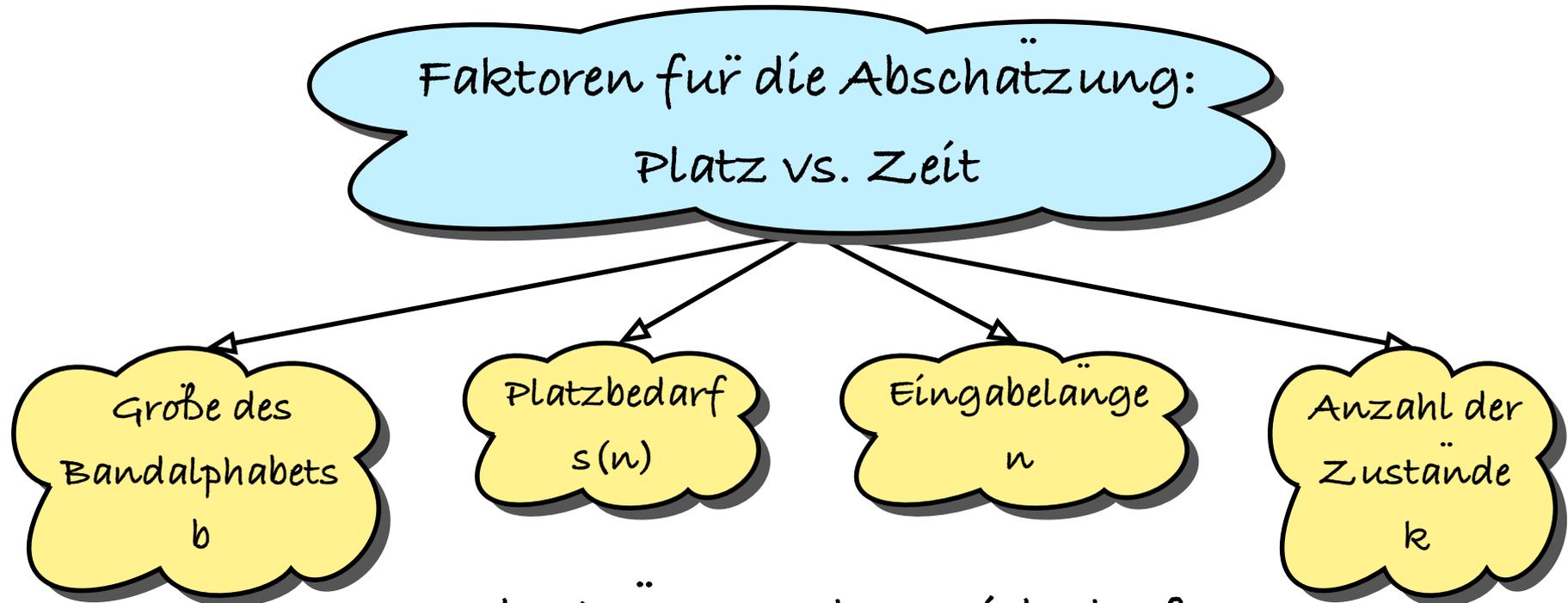


# Band- vs. Zeitbedarf



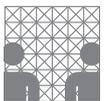
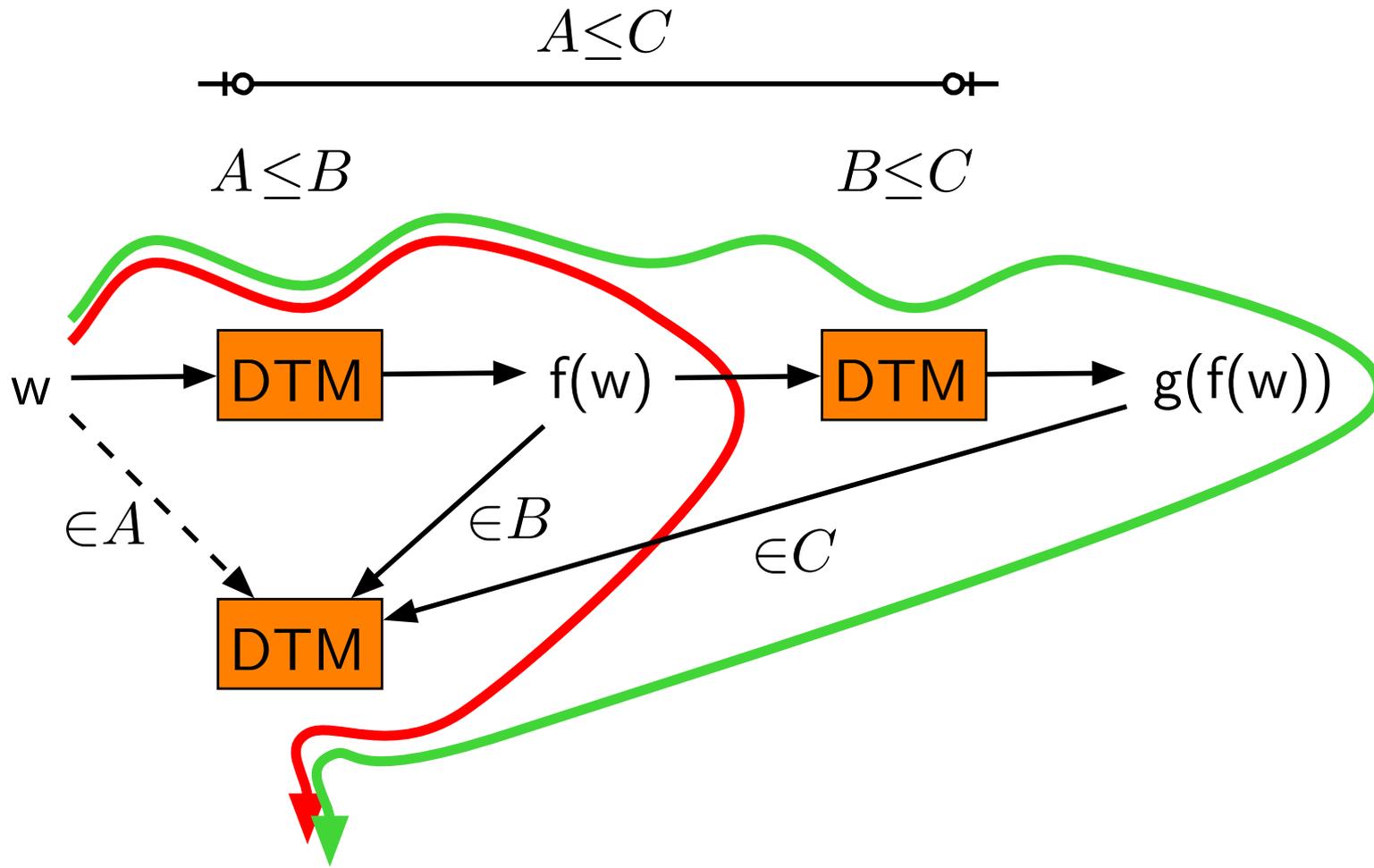
Abschätzung des Zeitbedarfs:

$$n \cdot s(n) \cdot k \cdot b^{s(n)} \in O(c^{s(n)})$$



# Transitivität von Reduktionen

Allgemein:



# Transitivität von Reduktionen

- generelles Problem bei Komplexitätsbeschränkung für die Reduktion:
  - Wie groß wird das Zwischenergebnis?
- **Polynomialzeitreduktion:**
  - $|f(w)|$  ist maximal  $p(|w|)$  für ein Polynom  $p \in O(t_f)$ .
  - Platz auf Arbeitsbändern ist **nicht** begrenzt.
  - $g(f(w))$  wird in Polynomzeit (in Abhängigkeit von  $|f(w)|$ ) berechnet, also existiert Polynom  $q \in O(t_g)$  und insgesamt wird  $q(p(|w|))$  Zeit benötigt.
  - Dies ist wiederum ein Polynom!



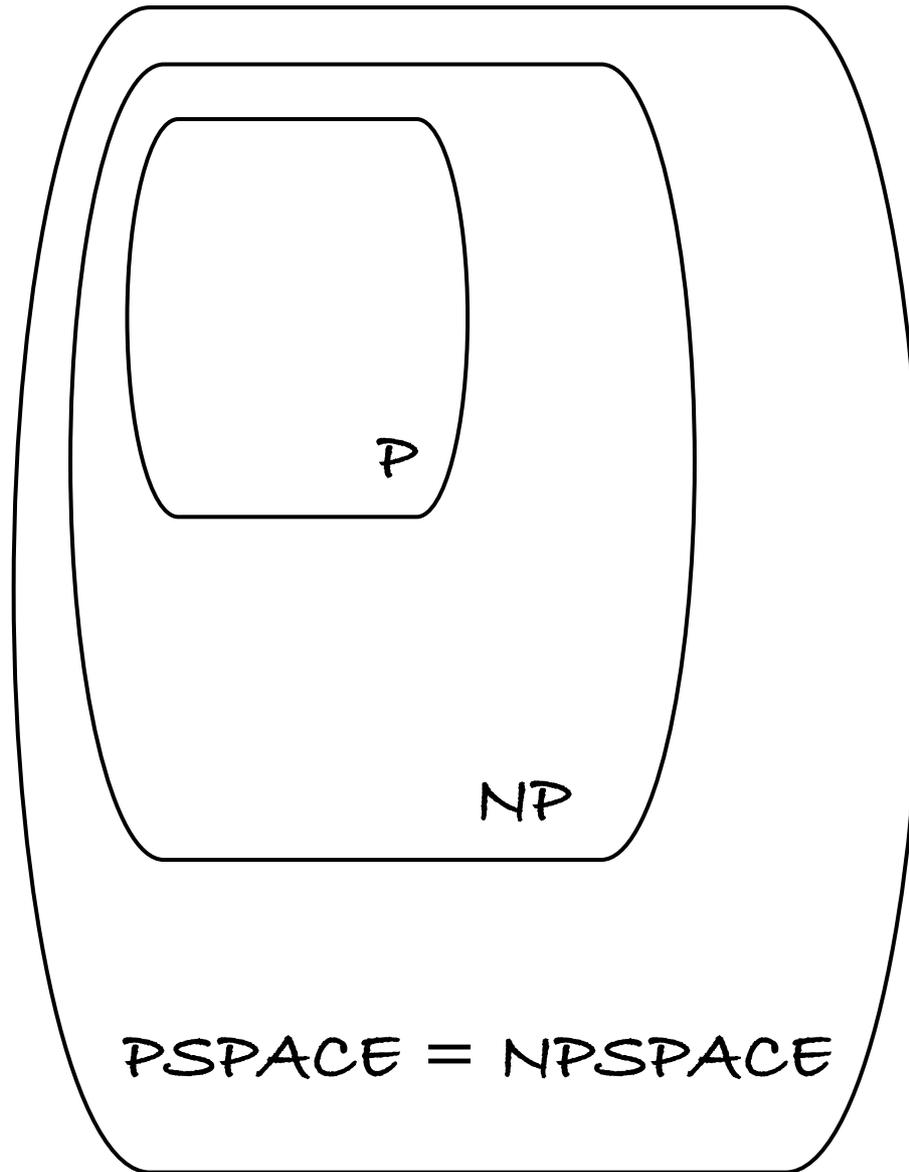
# Transitivität von Reduktionen

## ■ logarithmische-Platz-Reduktion:

- Zwischenergebnis  $f(w)$  kann die logarithmische Länge bzgl. der Eingabelänge  $|w|$  überschreiten!
- $c^{\log(n)} \notin O(\log(n))$
- $f(w)$  ist somit nicht mehr auf einem Arbeitsband speicherbar!!
- Es muss **grundlegend anders** gearbeitet werden:
  - Nur das gerade benötigte Symbol der Ausgabe generieren!
  - Speicherung der Position des Symbols in log-Platz (binär)
  - Rechenzeit ist unbegrenzt!



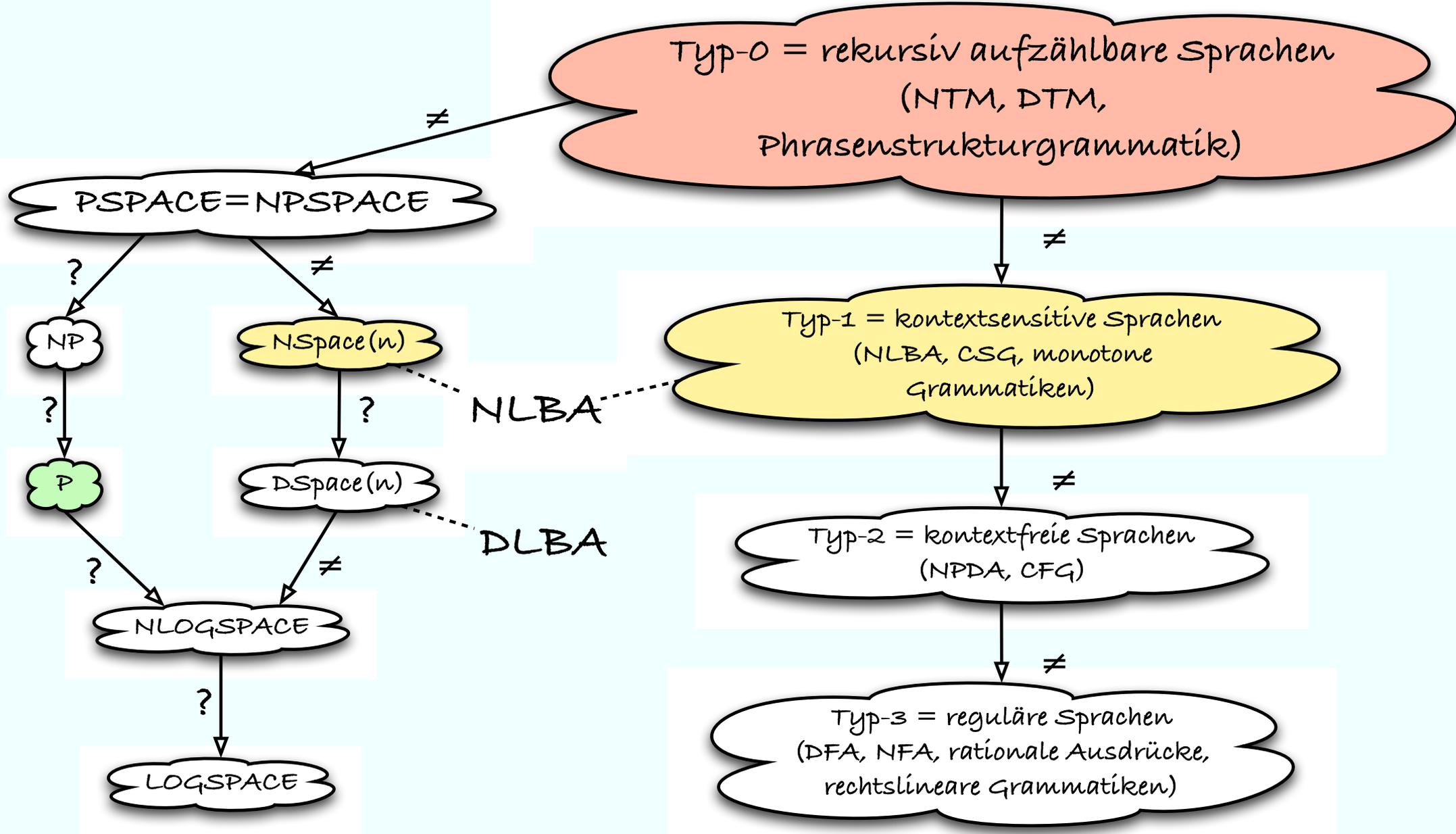
# Zusammenhänge



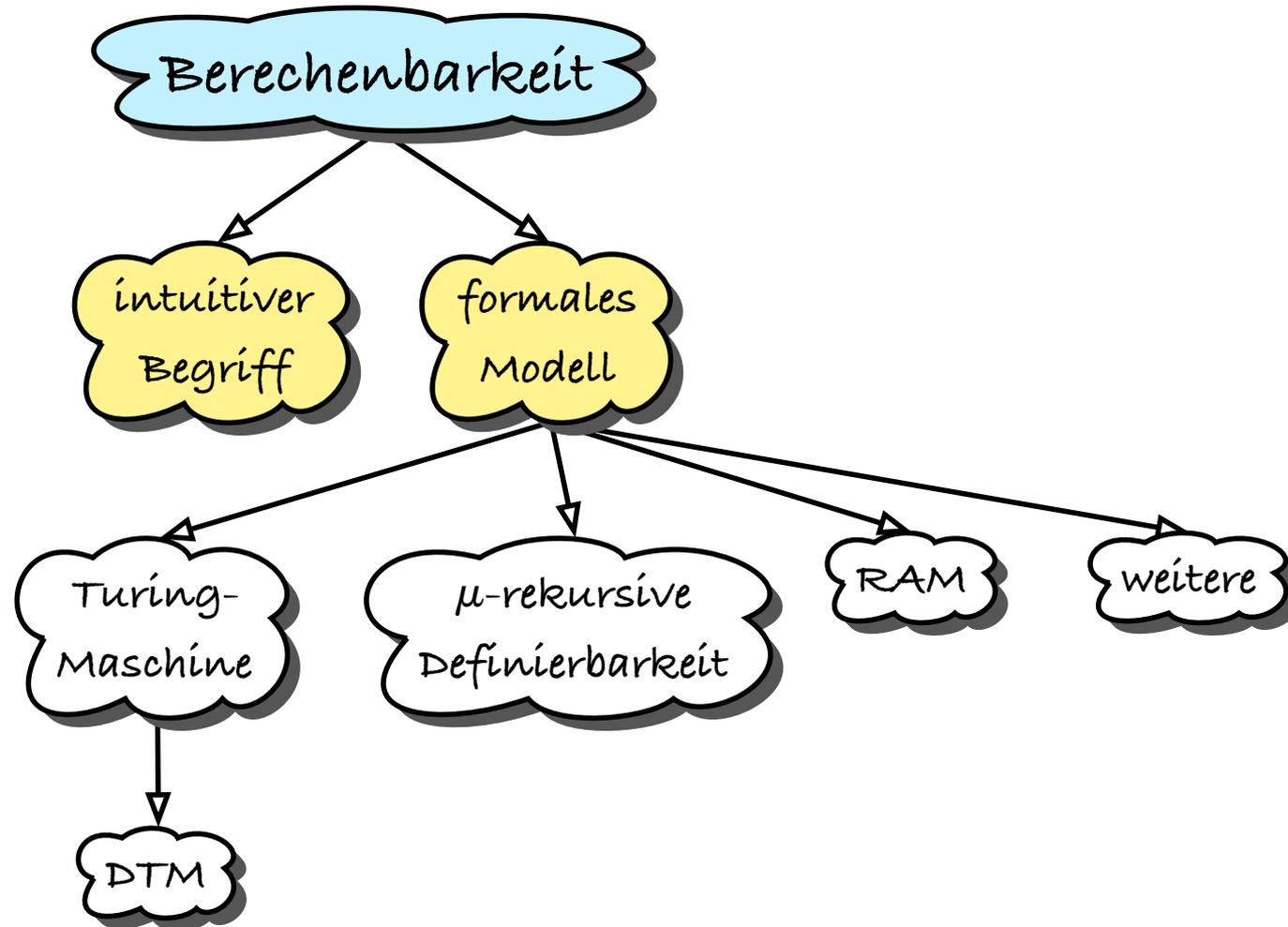
$\text{NSpace}(s(n))$   
 $\in \text{DSPACE}(s(n)^2)$



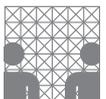
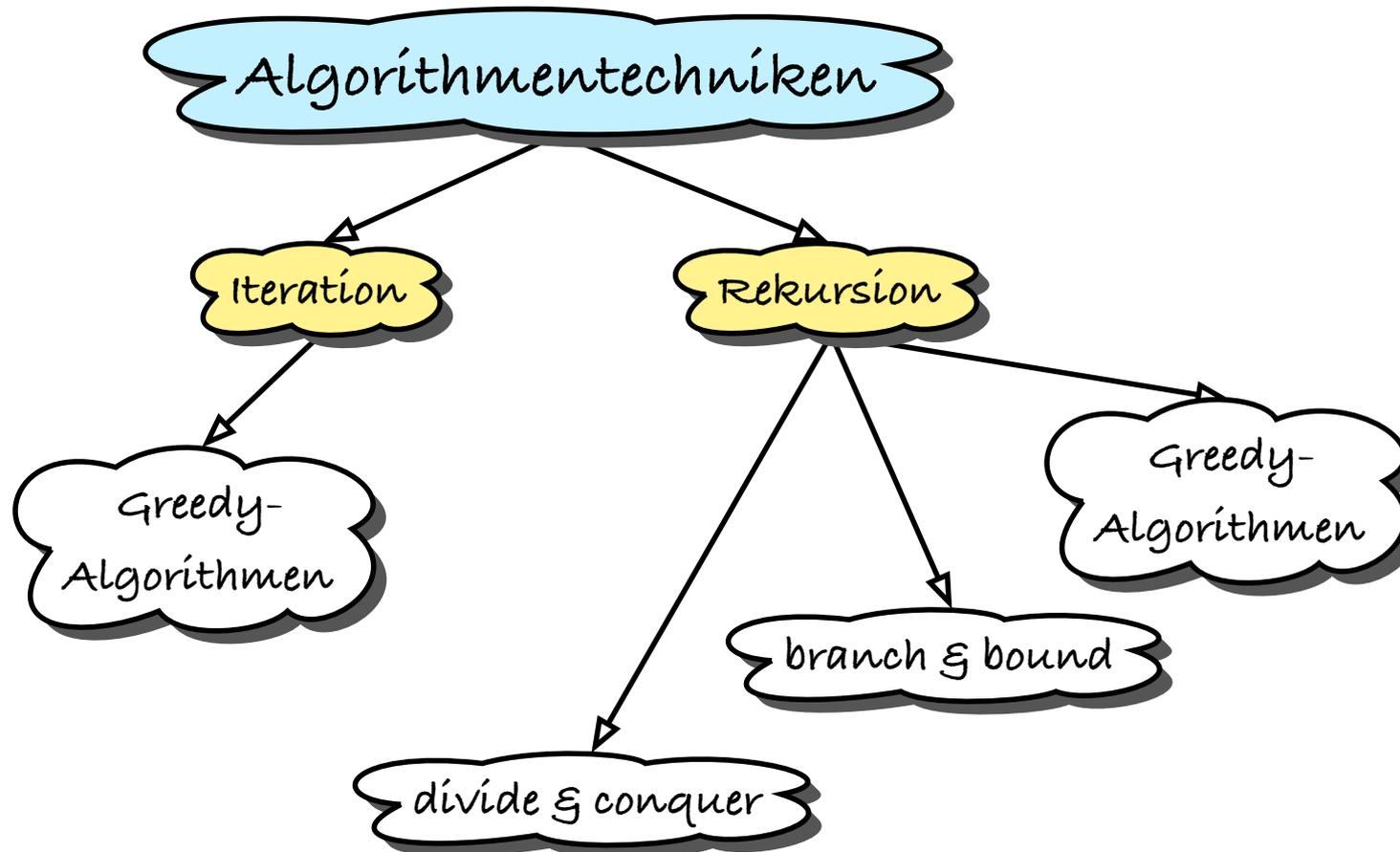
# Zusammenhänge



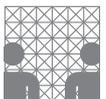
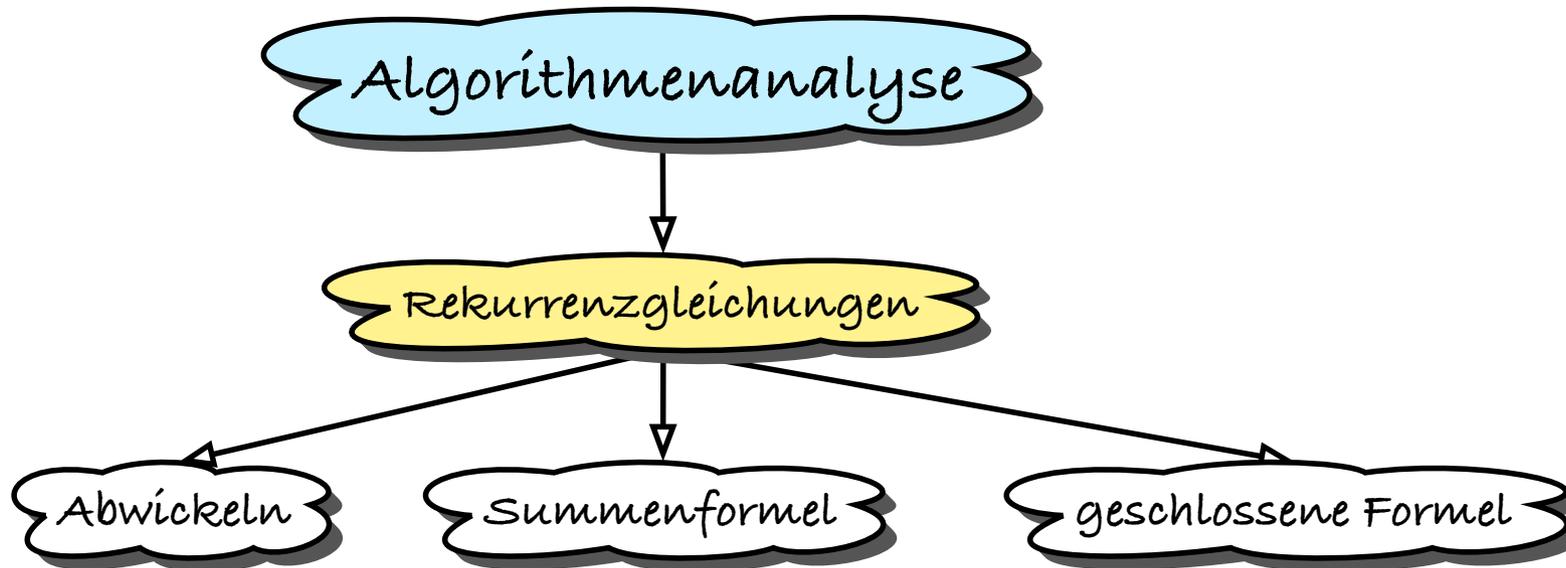
# Berechenbarkeit



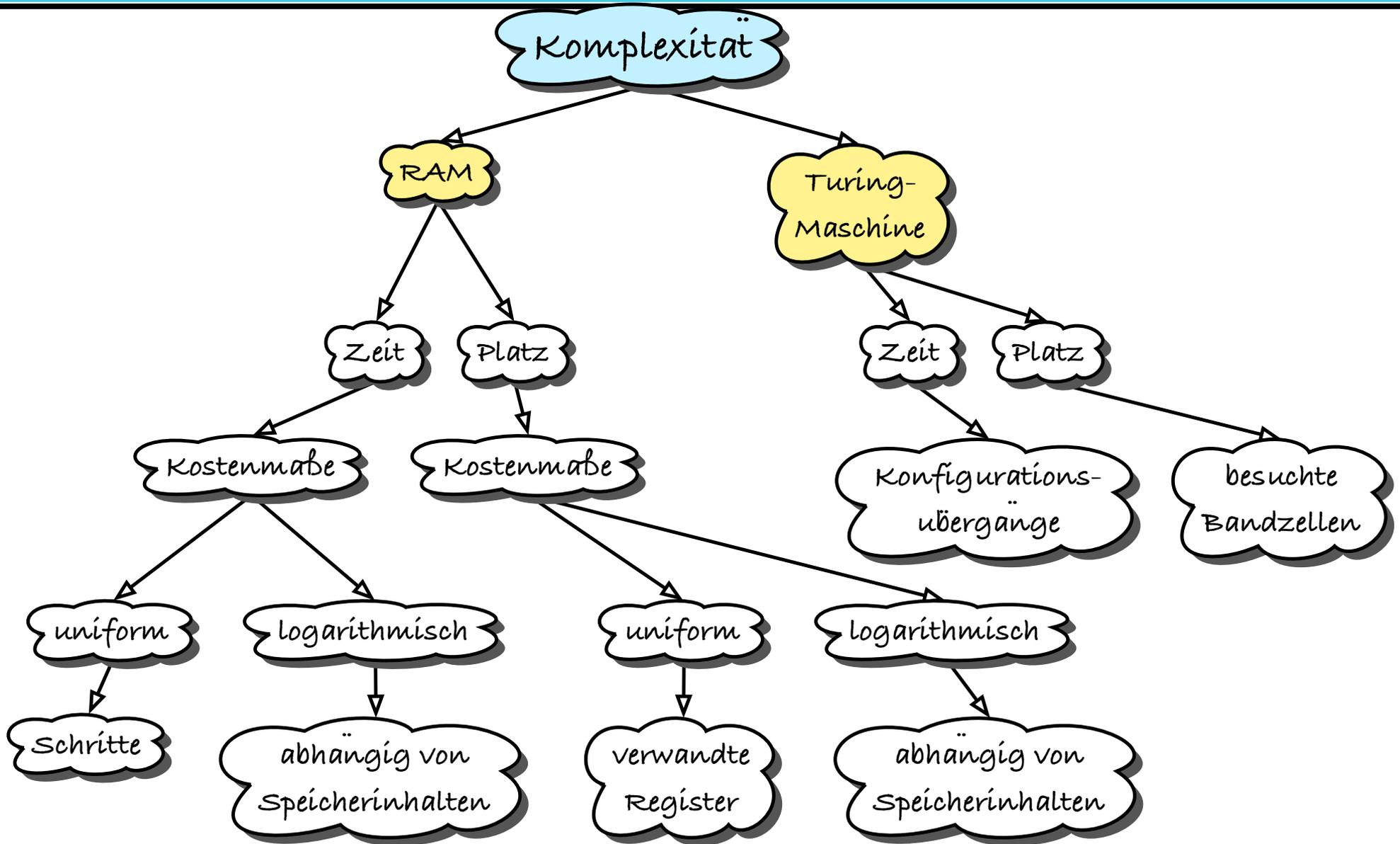
# Algorithmentechniken



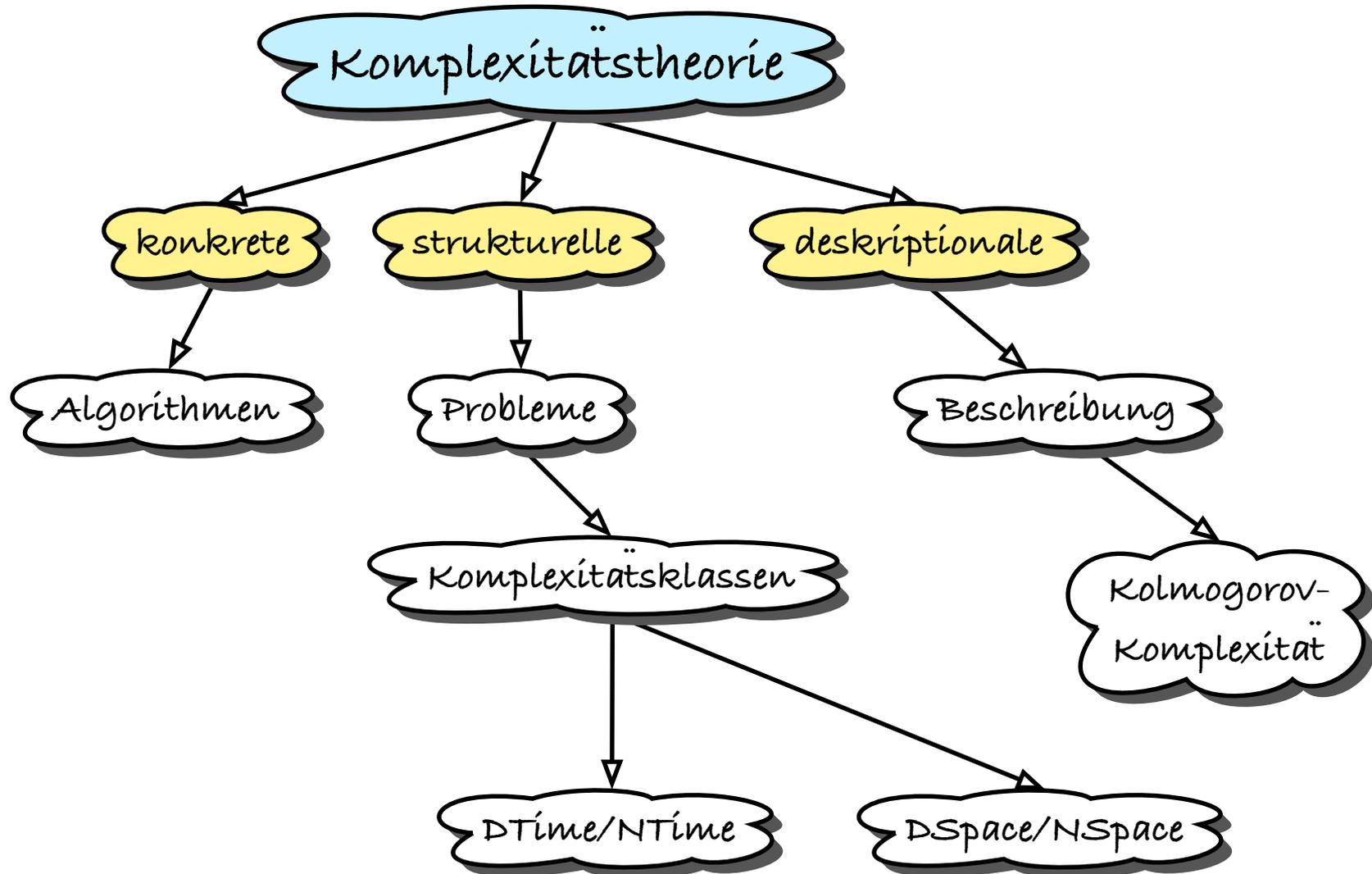
# Algorithmenanalyse



# Komplexität



# Überblick: Komplexitätstheorie

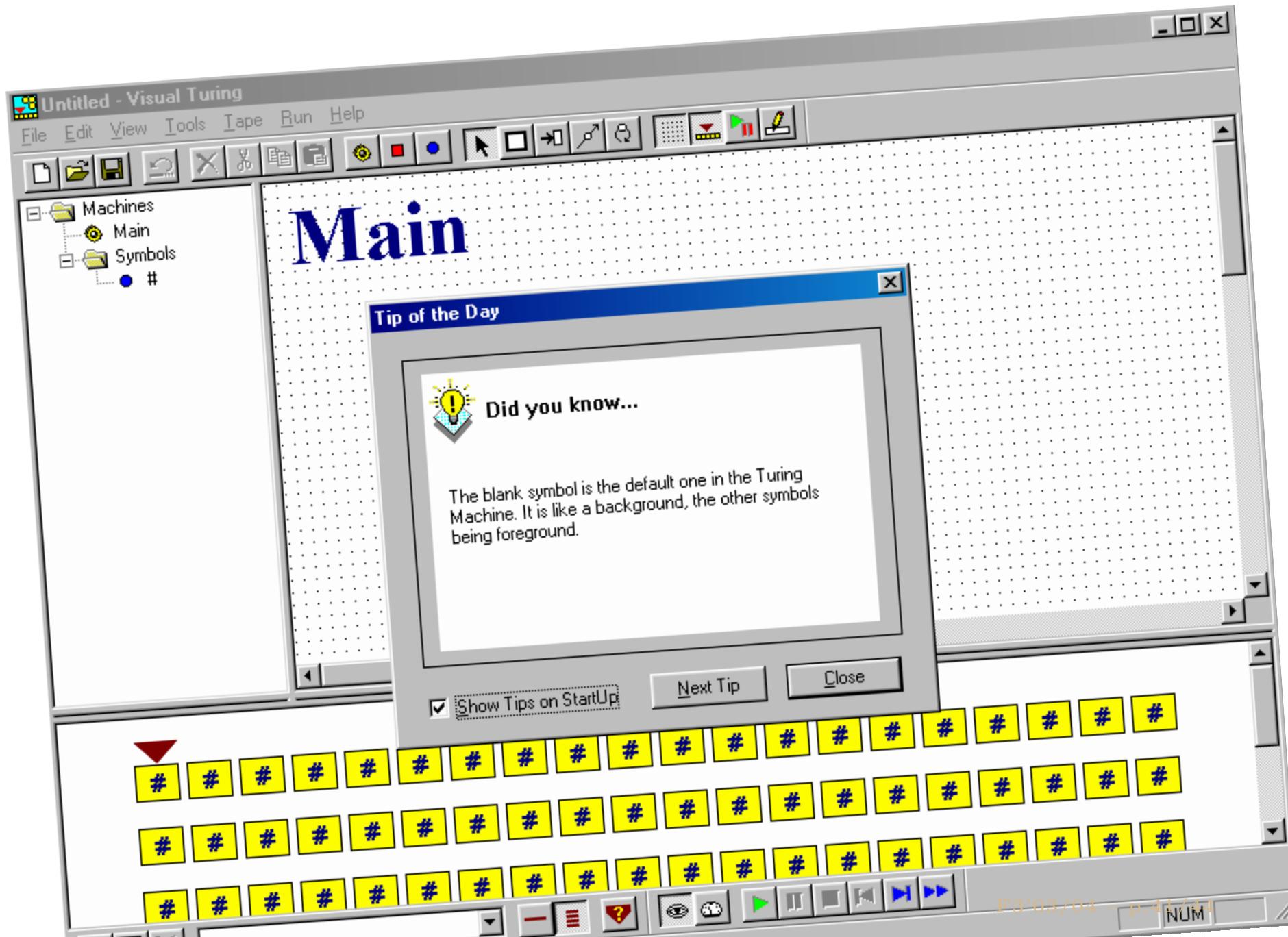


# Was fehlt noch?!

- parallele und verteilte Berechnungsmodelle
- parallele Komplexität
- probabilistische Berechnungsmodelle (probabilistische TM, probabilistischer endlicher Automat)
- formale Ansätze zur Verifikation (unter Verwendung von speziellen Logiken)
- zu finden in F4, PNL, AUK, ...



# ... übrigens



# ... übrigens

The screenshot displays the Visual Turing software interface for a Turing Machine simulation. The window title is "Step 2 Copying strings - Visual Turing". The interface includes a menu bar (File, Edit, View, Tools, Tape, Run, Help), a toolbar, and a left-hand pane titled "Machines" containing a tree view with "Main", "alpha", "Left #", "Right #", and "Symbols" (containing "# Blank", "a", and "b").

The main workspace shows a state transition diagram for the "Main" machine. The diagram starts with a "Left #" state, moves to a state "R" (highlighted with a hand icon), and then branches based on the input symbol. One path leads to a state "alpha" (highlighted with a pencil icon), which then moves to "Left #" states. Another path leads to a state "# Blank" (highlighted with a pencil icon), which then moves to "Right #" states. A third path leads to a state "=#" (highlighted with a pencil icon), which then moves to a "Right #" state. The diagram uses various icons: a hand for state "R", a pencil for states "alpha" and "# Blank", and a gear for states "Left #" and "Right #".

Below the diagram, a text box explains the machine's function: "This program shows how can a Turing Machine copy a string. It performs the following function : having an input string like #,s1,s2,...,sn,# with the head on the latter blank, it copies the string and the tape become like that : #s1,s2,...,sn,#s1,s2,...,sn,#. Formally, this machine transforms #w# into #w#w#, where w is a string. This copy machine can be found in the machines library - the 'Machines Library.tur' file. Resolution recommended : 800 x 600 - maximized."

The bottom section of the interface shows a tape simulation. The tape consists of three rows of yellow cells. The first row contains the string "# a b b b a b b # # # # # # # # # # #". A red arrow points to the first blank cell (the 9th cell). The second and third rows are filled with blank cells ("#").

The bottom status bar shows "Demo tape 1" and a set of control buttons (stop, play, pause, etc.). The system tray in the bottom right corner shows the date "P3'03/04" and the time "15:40/44".





Know-how  Optimierung

Dr. Armin Scholl, Gabriela Krispin,  
Robert Klein, Prof. Wolfgang Domschke

## Besser beschränkt

Clever optimieren mit *Branch and Bound*

Ob schnellste Route,  
profitabelste  
Investition oder  
geringster Verschleiß:  
Bäume und  
Schranken helfen,  
optimale Lösungen  
zu finden.

 Optimierung

Bei der Fahrt ins Wochenende ist die Lage noch übersichtlich. Viele Wege führen zum Ziel, aber nur wenige kommen ernsthaft in Frage. Eine zumindest nahezu optimale Route findet der Ausflügler ohne Mühe auf der Karte.

Leider sind viele Optimierungsaufgaben aus der Geschäftswelt wesentlich komplexer, sei es bei der Steuerung von Produktionsanlagen oder bei der Auswahl von gewinnträchtigen Investitionen. Die Anzahl der Alternativen bei solchen kombinatorischen Optimierungsproblemen ist riesig und wächst exponentiell mit zunehmendem Umfang der Aufgabe. Das vollständige Enumerieren (Aufzählen) kommt dann nicht mehr in Frage. Meistens begnügt man sich mit einer nicht optimalen Lösung der Aufgabe. Das muß aber nicht sein – Branch and Bound zeigt, wie es besser geht.

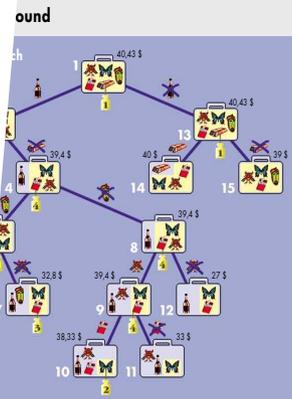
Eine geschickte Anwendung kann zu sehr schnellen Optimierungsalgorithmen führen. In vielen Bereichen ist Branch and Bound daher zur Standardtechnik geworden, etwa in der Logistik bei der Transport-, Touren- und Standortplanung [1]. Andere wichtige Anwendungsfelder sind Produktions-, Projekt- und Investitionsplanung [2].

### Geheimdiplomatie

Dankbares Beispiel ist wieder der deutsche Diplomat Herbert B., der schon bei der Vorstellung des Optimierungsverfahrens *Tabu Search* [3] gute Dienste leistete. Da das Auswärtige Amt den Fall totschweigend, gehen wir davon aus, daß er bei Dienstreisen ins Ausland immer noch gerne Nebengeschäfte tätigt. Jüngst war er wieder in Rio und stand vor der Entscheidung, seinen Zweitkoffer möglichst profitabel mit Schmuggelwaren zu füllen –

ke vielversprechend erscheinen. Einen sehr einfachen logischen Test hat Kuno intuitiv angewendet, als er die Knoten 6 und 10 nicht mehr verzweigt hat. Obwohl sie einen guten Schrankenwert aufweisen, konnte er feststellen, daß kein noch nicht fest eingepackter Gegenstand mehr dazugepackt werden kann – der Koffer ist voll.

Wenn sich eine Teilaufgabe nicht ausloten läßt, kann man versuchen, eine zulässige Lösung für diese Teilaufgabe zu bestimmen. Dazu verwendet man sogenannte *Heuristiken*, die einer Aufgabe mit einfachen Faustregeln zu Leibe rücken. Wenn man Glück hat, ergibt sich dabei eine neue bisher beste Lösung. Dies hilft beim



en könnte. Er setzt dieses Vorgehen fort und besucht die Koffer in der Reihenfolge ihrer Nummern. Bei Koffer 6 ergibt sich zwar eine Schranke, die höher als der bisher höchste Gewinn von 35 Dollar ist. Doch Kuno stellt fest, daß zu den bereits eingepackten Gegenständen keiner mehr paßt. Diese Kombination bringt 34 Dollar Gewinn, also keine Verbesserung. Koffer 7 kann er auch ausloten, weil die Schranke kleiner als 35 Dollar ist. Koffer 10 ist durch die eingepackten Gegenstände bereits voll. In Koffer 11 und 12 finden sich beim Beschränken

zulässige Kombinationen. In allen Fällen ist der Gewinn zu gering, und es wird ausgelotet. Erst in Koffer 14 ergibt sich bei Berechnung der Schranke die Kombination *Amulett, Schmetterling, Zigaretten, Kupfer* mit einem Gewinn von 40 Dollar. Diese Kofferbeladung merkt sich Kuno als neue bisher beste. Nach Betrachten von Koffer 15 sind sämtliche Teilaufgaben voll verzweigt oder ausgelotet. Daher weiß Kuno, daß die zuvor ermittelte Lösung mit einem Gewinn von 40 Dollar optimal ist, und beendet völlig erschöpft seine Bemühungen.

c't 1997, Heft 10



Zum Abschluß  
kommt ihr zu Wort ...



- Waren die Folien lesbar?
- Zu viel / zu wenig Inhalt?
- Kritik an den Aufgaben?
- sonstiges zu kritisieren ...

