



Epistemische Logiken

*Im Rahmen des Projektseminars
„Logiken für Multiagentensysteme“*

03.11.2003

Rene Werner & Jan Meier

Übersicht

1. Einführung
2. Modallogik
3. Meta-Sprache
4. Ausblick

Übersicht

1. Einführung

1.1. Begriffsdefinition

1.2. Integration in ein formal-logisches System

1.3. Lösungsansätze

1.4. Mögliche Welten

2. Modallogik

3. Meta-Sprache

4. Ausblick

1.1 Begriffsdefinition

Ziel: Repräsentation von Wissen im Rahmen von Multiagentensystemen

„Part of the difficulty [...] is that there is no agreement on exactly what the properties are or should be.“

Quelle: [1]

1.1 Begriffsdefinition

Ziel: Repräsentation von Wissen im Rahmen von Multiagentensystemen

„...two very different but related views of knowledge or belief. First, we can think of knowledge (or belief) as a collection of propositions held by an agent to be true. Second, we can think in terms [of] different possible ways the world could be, and knowledge (or belief) as a classification of these into two groups, those, that are considered incorrect, and those that are candidates for the way the world really is.“

Quelle: [3]

1.1 Begriffsdefinition

Ziel: Repräsentation von Wissen im Rahmen von Multiagentensystemen

Belief: Annahmen; Wissen oder Glauben des Agenten zu einem bestimmten Zeitpunkt

1.2 Integration

Janine believes Cronos is the father of Zeus.

Aussage in der Prädikaten ausdrücken:

Bel (Janine, Father (Zeus, Cronos)).

1.2 Integration

Janine believes Cronos is the father of Zeus.

Aussage in der Prädikaten ausdrücken:

Bel (Janine, Father (Zeus, Cronos)).

Probleme:

1. Der Ausdruck ist syntaktisch nicht korrekt, da Father (Zeus, Cronos) nicht, wie in der Prädikatenlogik gefordert, ein Term ist, sondern selbst ein Prädikat ist.

1.2 Integration

Janine believes Cronos is the father of Zeus.

Aussage in der Prädikaten ausdrücken:

Bel (Janine, Father (Zeus, Cronos)).

Probleme:

1. Der Ausdruck ist syntaktisch nicht korrekt, da Father (Zeus, Cronos) nicht, wie in der Prädikatenlogik gefordert, ein Term ist, sondern selbst ein Prädikat ist.
2. Referenzielle Transparenz: mit (Zeus=Jupiter) würde Bel (Janine, Father(Jupiter, Cronos)) folgen. Wir benötigen aber referenzielle Intransparenz!

1.3.1 Lösungsansätze

- Syntaktische Ebene
 - Modallogik
 - Meta-Sprache
- Semantische Ebene
 - Mögliche Welten
 - Andere Ansätze

1.3.1 Lösungsansätze

	Modallogik	Meta-Sprache
Possible Worlds	 	
Andere Ansätze	 	 

1.4 Mögliche Welten

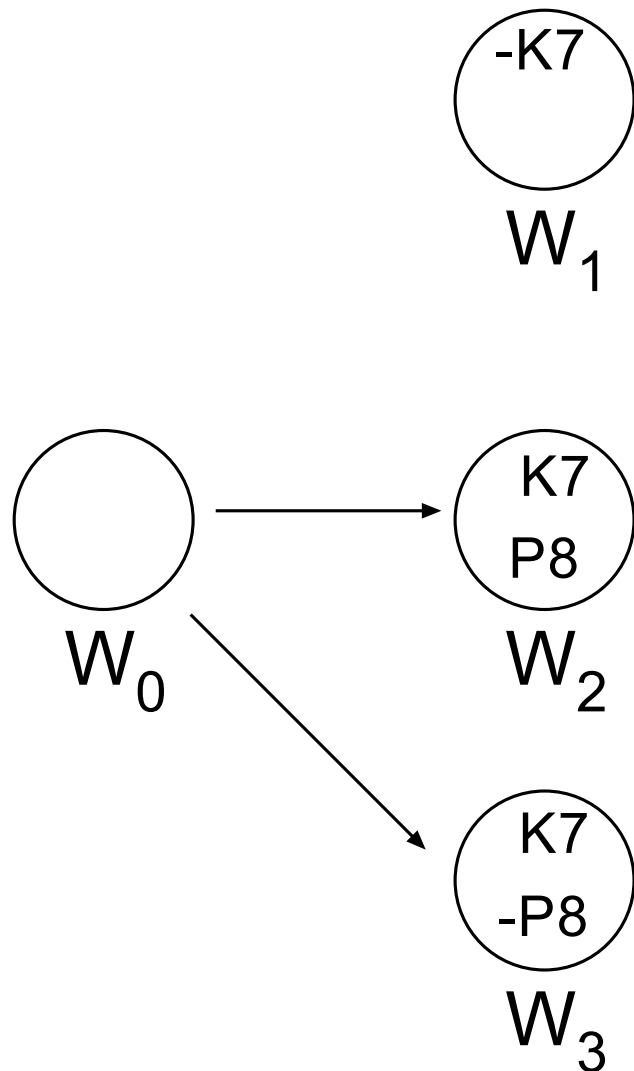
- Mögliche Welten von Hintikka
- Mit dieser Semantik können die Annahmen eines Agenten modelliert werden:
 - Wenn in jeder möglichen Welt „etwas“ wahr ist, dann weiß der Agent dieses „etwas“

1.4 Mögliche Welten

- Mögliche Welten von Hintikka
- Mit dieser Semantik können die Annahmen eines Agenten modelliert werden:
 - Wenn in jeder möglichen Welt „etwas“ wahr ist, dann weiß der Agent dieses „etwas“

Also: Durch die Semantik der Möglichen Welten wird das Wissen des Agenten dadurch beschrieben, bis zu welchem Maß er entscheiden kann, in welcher Welt er sich tatsächlich „befindet“.

1.4 Mögliche Welten: Beispiel



- Szenario: Ich spiele mit einem Agenten ein Kartenspiel
- Mit den Informationen, die er im Laufe des Spiels erhält, versucht er zu folgern, welche Karten ich auf der Hand halte.
- Ohne Betrug weiß er nie genau, welche Karten ich halte

Übersicht

1. Einführung
2. Modallogik
 - 2.1. Syntax, Semantik
 - 2.2. Modallogik als epistemische Logik
 - 2.3. Problem der „logischen Allwissenheit“
 - 2.4. Ausblick: Intentionen
3. Meta-Sprache
4. Ausblick

2.1.1 Syntax

• Vokabular:

- Vokabular der Aussagenlogik
- Modaloperatoren $\Box$, $\Diamond$

• Formeln:

- Atomare Formeln: $\text{At}(L_{ML}) = \text{At}(L_{AL})$
- $\text{For}(L_{ML})$ ist die kleinste Menge, so dass:
 1. $\text{At}_{ML} \subseteq \text{For}(L_{ML})$
 2. Falls $X \in \text{For}(L_{ML})$, dann $\neg X, \Box X, \Diamond X \in \text{For}(L_{ML})$
 3. Falls $\odot$ binärer Junktor, $X, Y \in \text{For}(L_{ML})$, dann $(X \odot Y) \in \text{For}(L_{ML})$

2.1.2 Semantik

Def. modallogisches Modell:

Ein **modallogisches Modell** ist ein Tripel $\langle W, R, \pi \rangle$ mit:

- $W \neq \emptyset$ („Menge von Welten“)
- $R \subseteq W \times W$ („Sichtbarkeitsrelation“)
- $\pi : W \rightarrow 2^{\text{At}(\mathcal{L}_{ML})}$

Die Semantik ist durch die **Erfüllbarkeitsrelation** $\models$ gegeben.

Angestrebt ist eine Dualität von $\Box$ und $\Diamond$: $\Box\phi \Leftrightarrow \neg\Diamond\neg\phi$

2.1.2 Semantik: Erfüllbarkeitsrelation

$$\langle M, w \rangle \models \text{true}$$

$$\langle M, w \rangle \models p(\in \text{At}(M_L)) \quad :\Leftrightarrow \quad p \in \pi(w)$$

$$\langle M, w \rangle \models \neg \phi \quad :\Leftrightarrow \quad \langle M, w \rangle \not\models \phi$$

$$\langle M, w \rangle \models \phi \vee \psi \quad :\Leftrightarrow \quad \langle M, w \rangle \models \phi \text{ oder } \langle M, w \rangle \models \psi$$

$$\langle M, w \rangle \models \Box \phi \quad :\Leftrightarrow \quad \forall w' \in W. \text{ wenn } (w, w') \in R, \text{ dann } \langle M, w' \rangle \models \phi$$

$$\langle M, w \rangle \models \Diamond \phi \quad :\Leftrightarrow \quad \exists w' \in W. (w, w') \in R \text{ und } \langle M, w' \rangle \models \phi$$

2.1.2 Semantik: Kategorisierung

Semantische Kategorisierung:

- ϕ erfüllbar gdw. $\exists \langle M, w \rangle. \langle M, w \rangle \models \phi$
- ϕ gültig in $M = \langle W, R, \pi \rangle$ gdw. $\forall w \in W. \langle M, w \rangle \models \phi$
- $\models \phi$ gdw. ϕ gültig in allen Modellen

2.1.2 Semantik: Kategorisierung

Semantische Kategorisierung:

- ϕ erfüllbar gdw. $\exists \langle M, w \rangle. \langle M, w \rangle \models \phi$
- ϕ gültig in $M = \langle W, R, \pi \rangle$ gdw. $\forall w \in W. \langle M, w \rangle \models \phi$
- $\models \phi$ gdw. ϕ gültig in allen Modellen

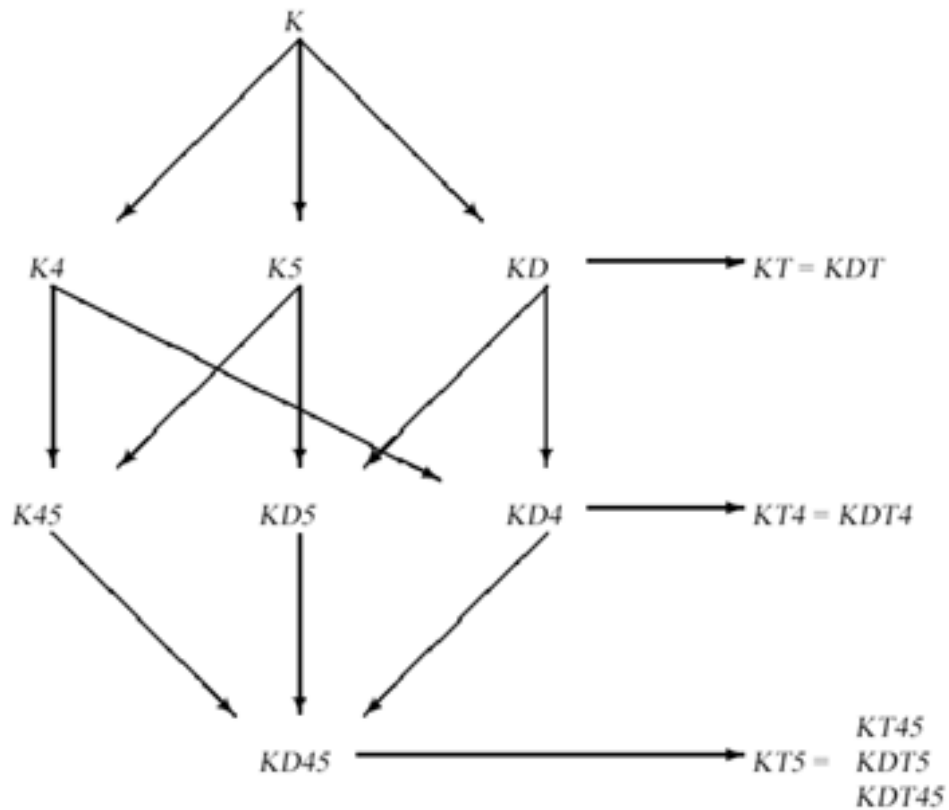
Eigenschaften der Modallogik:

1. $\models \Box(\phi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (\Box\phi \Rightarrow \Box\psi)$ (K-Axiom)
2. wenn $\models \phi$ dann $\models \Box\phi$ (Notwendigkeitsregel)

2.1.2 Semantik: Axiome

Axiom	Schema	Relation	
T	$\Box\phi \Rightarrow \phi$	reflexiv	$\forall w \in W. (w, w) \in R$
D	$\Box\phi \Rightarrow \Diamond\phi$	seriell	$\forall w \in W. \exists w' \in W. (w, w') \in R$
4	$\Box\phi \Rightarrow \Box\Box\phi$	transitiv	$\forall w, w', w'' \in R.$ $(w, w') \in R \wedge (w', w'') \in R$ $\Rightarrow (w, w'') \in R$
5	$\Diamond\phi \Rightarrow \Box\Diamond\phi$	euklidisch	$\forall w, w', w'' \in R.$ $(w, w') \in R \wedge (w, w'') \in R$ $\Rightarrow (w', w'') \in R$

2.1.3 Modale Systeme

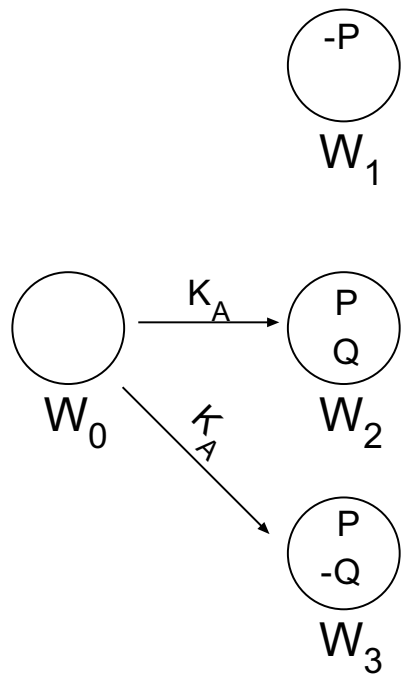


- $KT = T$
- $KT4 = S_4$
- $KT5 = S_5$

$$\text{Taut}(K) \subsetneq \text{Taut}(T) \subsetneq \text{Taut}(S_4) \subsetneq \text{Taut}(S_5)$$

2.2 Modallogik als epistemische Logik

- $\Box\phi$ wird interpretiert als „ ϕ is known“
(gem. Dualität von $\Box$ und $\Diamond$ wird im weiteren nur $\Box$ betrachtet)



A weiß P, ist sich
aber über Q nicht
im Klaren.

2.2 Modallogik als epistemische Logik

Multiagentensystem:

- Modell: $\langle W, R_1, R_2, \dots, R_n, \pi \rangle$
- $\Box \rightsquigarrow \{K_i\}$, wobei $i \in \{1, \dots, n\}$
- $K_i\phi$ bedeutet: „Agent i weiß ϕ “
 $\langle M, w \rangle \models K_i\phi$
gdw. $\forall w' \in W$. wenn $(w, w') \in R_i$, dann $\langle M, w' \rangle \models \phi$

etablierte Systeme: KD45, KT5 (= KDT45)

Unterschied:

Gültigkeit des **T-Axioms** ($K_i\phi \Rightarrow \phi$)

2.2.1 Gemeinsames und verteiltes Wissen

- Allgemeines Wissen (E: everyone knows):

$$EK\phi := K_1\phi \wedge \dots \wedge K_n\phi$$

$$\langle M, w \rangle \models EK\phi \text{ gdw. } \langle M, w \rangle \models K_i\phi \ \forall i \in \underline{n}$$

2.2.1 Gemeinsames und verteiltes Wissen

- Allgemeines Wissen (E: everyone knows):

$$EK\phi := K_1\phi \wedge \dots \wedge K_n\phi$$

$$\langle M, w \rangle \models EK\phi \text{ gdw. } \langle M, w \rangle \models K_i\phi \ \forall i \in \underline{n}$$

- Gemeinsames Wissen (C: common):

$$CK\phi := EK\phi \wedge EK^2\phi \wedge \dots \wedge EK^k\phi \wedge \dots$$

$$\text{mit } EK^1\phi := EK\phi \text{ und } EK^{k+1}\phi := EK(EK^k\phi)$$

$$\langle M, w \rangle \models CK\phi \text{ gdw. } \langle M, w \rangle \models EK^k\phi \ \forall k \in \mathbb{N}^*$$

2.2.1 Gemeinsames und verteiltes Wissen

- Allgemeines Wissen (E: everyone knows):

$$EK\phi := K_1\phi \wedge \dots \wedge K_n\phi$$

$$\langle M, w \rangle \models EK\phi \text{ gdw. } \langle M, w \rangle \models K_i\phi \ \forall i \in \underline{n}$$

- Gemeinsames Wissen (C: common):

$$CK\phi := EK\phi \wedge EK^2\phi \wedge \dots \wedge EK^k\phi \wedge \dots$$

$$\text{mit } EK^1\phi := EK\phi \text{ und } EK^{k+1}\phi := EK(EK^k\phi)$$

$$\langle M, w \rangle \models CK\phi \text{ gdw. } \langle M, w \rangle \models EK^k\phi \ \forall k \in \mathbb{N}^*$$

- Verteiltes Wissen (D: distributed):

$$\langle M, w \rangle \models DK\phi \text{ gdw. } \langle M, w' \rangle \models \phi \ \forall w' \text{ mit } (w, w') \in (R_1 \cap \dots \cap R_n)$$

2.2.2 Einführung von Quantoren

- Erweiterung des Modells:

$\langle W, R, \pi \rangle \rightsquigarrow \langle W, R, D, I, \pi \rangle$ mit

- W, R wie bisher
- $D \neq \emptyset$, Domäne
- $I: \text{const} \rightarrow D$
- $\pi: \text{Pred} \times W \rightarrow 2^{D^n}$

- weiterhin:

$V: \text{Var} \rightarrow D$

Diese Folie wurde im Vortrag nicht verwendet.

2.2.2 Einführung von Quantoren

Die Semantik ist geg. durch:

$\langle M, V, w \rangle \models P(\theta_1, \dots, \theta_n)$ gdw. $\langle [\theta_1], \dots, [\theta_n] \rangle \in \pi(P, w)$

wobei:

$[\theta]_{I,V} :=$ falls $\theta \in \text{const}$ dann $I(\theta)$ sonst $V(\theta)$

Diese Folie wurde im Vortrag nicht verwendet.

2.2.2 Einführung von Quantoren

Die Semantik ist geg. durch:

$\langle M, V, w \rangle \models P(\theta_1, \dots, \theta_n)$ gdw. $\langle [\theta_1], \dots, [\theta_n] \rangle \in \pi(P, w)$

wobei:

$[\theta]_{I,V} :=$ falls $\theta \in \text{const}$ dann $I(\theta)$ sonst $V(\theta)$

ABER:

„It is known that there is a unicorn.“

Repräsentationsversuche:

$\exists x. \Box \text{Unicorn}(x)$

$\Box \exists x. \text{Unicorn}(x)$

Diese Folie wurde im Vortrag nicht verwendet.

2.3 LOP

„Problem of Logical Omniscience“:

K-Axiom (gültig in allen Modallogiken):

$$K_i(\phi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (K_i\phi \Rightarrow K_i\psi)$$

„Agentenwissen unter logischer Implikation abgeschlossen“

+

Notwendigkeitsregel (rule of necessitation):

$$\text{falls } \models \phi \text{ dann } \models K_i\phi$$

„Agenten kennen alle gültigen Formeln“

weiterer Aspekt: (In-)Konsistenz

2.3 LOP

„[Is] it the case, that you know what facts you know? Do you know what you don't know? Do you know only true things, or can something you „know“ actually be false?“

[J.Y. Halpern]

„Any one of these [problems] might cause one to reject a possible-world formalization as unintuitive at best and completely unrealistic at worst“

[Levesque]

„„Not' is not not“

[C.J.Date]

2.3.1 Ansatz Levesque

„Logic of explicit and implicit belief“

Idee:

- „explicit belief is not closed under logical consequence“
- „agents can be inconsistent without believing everything“
- „logically equivalent formulae are not equivalent as explicit beliefs“

⇒ Modaloperatoren: B (explicit belief), L (implicit belief)

2.3.1 Ansatz Levesque - Formalisierung

Definition Modell:

$\langle S, B, T, F \rangle$ mit

- S Situationen

- $B \subseteq S$

Menge der Situationen, die mit dem expliziten Glauben des Agenten kompatibel sind

- $T: \text{Prop} \rightarrow 2^S$

- $F: \text{Prop} \rightarrow 2^S$

2.3.1 Ansatz Levesque - Semantik

- $\langle M, s \rangle \models_T B\phi$
gdw. $\langle M, s' \rangle \models_T B\phi \ \forall s' \in B$
- $\langle M, s \rangle \models_F B\phi$
gdw. $\langle M, s \rangle \not\models_T B\phi$
- $\langle M, s \rangle \models_T L\phi$
gdw. $\langle M, s' \rangle \models_T B\phi \ \forall s' \in W(B)$
- $\langle M, s \rangle \models_F L\phi$
gdw. $\langle M, s \rangle \not\models_T L\phi$

$W: S \rightarrow 2^S$

$(s \text{ inkohärent} \Rightarrow W(s) = \emptyset)$

2.3.1 Ansatz Levesque - Anmerkungen

- $\models B\phi \Rightarrow L\phi$
- Umkehrung gilt nicht
- L hat Eigenschaften von $\Box$ in S_5 (KT5)

Kritikpunkte:

- Quantifikation nicht möglich
- u.U. nach wie vor Kenntnis aller aussagenlogischen Tautologien gegeben

2.3.2 Ansatz Fagin und Halpern

„Logic of general awareness“

Idee:

- Modaloperatoren: A („awareness“), L , B
- Agent glaubt ϕ , falls er sich ϕ bewußt („aware“) ist und ϕ wahr in allen epistemischen Alternativen ist:

$$B\phi := L\phi \wedge A\phi$$

- „intuitiver“ als Ansatz von Levesque

2.3.2 Ansatz Fagin und Halpern - Semantik

Definition Modell:

$\langle S, A, B, \pi \rangle$ mit

- S Zustände
- $A: S \rightarrow 2^{\text{For(LGA)}}$
- $B \subseteq S \times S$ (transitiv, seriell, euklidisch)
- $\pi: S \rightarrow 2^{\text{Prop}}$

Semantische Regeln für A und L -Operator:

$\langle M, s \rangle \models L\phi$ gdw. $\langle M, s' \rangle \models L\phi \ \forall s' \in S$ mit $(s, s') \in B$

$\langle M, s \rangle \models A\phi$ gdw. $\phi \in A(s)$

2.4 Ausblick: Intentionen

bisher: Modellierung von „beliefs/knowledge“

ABER:

Modellierung eines Agenten umfasst weitere Aspekte, z.B. den Zusammenhang von „beliefs“, „goals“, „actions“ und „intentions“

2.4 Ausblick: Intentionen

bisher: Modellierung von „beliefs/knowledge“

ABER:

Modellierung eines Agenten umfasst weitere Aspekte, z.B. den Zusammenhang von „beliefs“, „goals“, „actions“ und „intentions“

hier exemplarisch:

„Logic of rational agency“ (Cohen und Levesque)

2.4 Intentionen - Logic of rational agency

„Logic of rational agency“, Idee:

Einführung von Modaloperatoren ($BEL \ x \ \phi$), ($GOAL \ x \ \phi$) und **Temporaloperatoren** ($HAPPENS$, $DONE$, ...), so dass es möglich ist, folgendes auszudrücken:

„Die Intention, eine Aktion α auszuführen, ist eine Art Verpflichtung („persistent goal“), α ausgeführt zu haben“

$(INTENTION \ x \ \alpha) :=$

$(PGOAL \ x \ [DONE \ x \ (BEL \ x \ (HAPPENS \ \alpha))]; \ \alpha]$

Übersicht

1. Einführung
2. Modallogik
3. Meta-Sprache
 - 3.1. Motivation
 - 3.2. Selbstreferenzierende Prädikatenlogik
 - 3.3. Hierachische Prädikatenlogik
 - 3.4. Ansatz von Konolige
4. Ausblick

3.1 Motivation

Bel (Janine, Father (Zeus, Cronos)) ist keine Formel in der Prädikatenlogik.

Ausweg: Einführen einer Objektsprache und die Meta-Sprache mit Termen erweitern die Formeln aus der Objektsprache beschreiben. Z.B:

Objektsprache	Metasprache
$\vee$	or
$\Rightarrow$	imp
$\vdots$	$\vdots$

3.2 Selbstreferenzierende Prädikatenlogik

Wenn für die Meta-Sprache und die Objektsprache die Sprache der Prädikatenlogik verwendet wird, spricht man von selbstreferenzierender Prädikatenlogik.

Problem: Wenn $\text{True}(\ulcorner \phi \urcorner) \Leftrightarrow \phi$ in einer Meta-Sprache enthalten ist, dann ist diese inkonsistent.

Lösung 1: Die Prädikate True und False werden so definiert, daß für keine Formel ϕ $\text{True}(\ulcorner \phi \urcorner)$ und $\text{False}(\ulcorner \phi \urcorner)$ gleichzeitig gelten darf.

3.2 Selbstreferenzierende Prädikatenlogik

Wenn für die Meta-Sprache und die Objektsprache die Sprache der Prädikatenlogik verwendet wird, spricht man von selbstreferenzierender Prädikatenlogik.

Problem: Wenn $\text{True}(\ulcorner \phi \urcorner) \Leftrightarrow \phi$ in einer Meta-Sprache enthalten ist, dann ist diese inkonsistent.

Lösung 1: Die Prädikate True und False werden so definiert, daß für keine Formel ϕ $\text{True}(\ulcorner \phi \urcorner)$ und $\text{False}(\ulcorner \phi \urcorner)$ gleichzeitig gelten darf.

Lösung 2: $\text{True}(\ulcorner \phi \urcorner) \Leftrightarrow \phi^*$, wobei $\phi^* = \phi$ mit $\neg \text{True}(\ulcorner \psi \urcorner)$ in ϕ zu $\text{True}(\ulcorner \neg \psi \urcorner)$ in ϕ^*

3.3 Hierachische Prädikatenlogik

$L_0 \text{ — } L_1 \text{ — } \dots \text{ — } L_k \text{ — } \dots$

Keiner der Sprachen L_k ist selbstreferenzierend

Problem 1: „A believes that everything B belives is true“ kann nicht repräsentiert werden.

Problem 2: Es wird für jede Sprache L_k ein True-Prädikat benötigt.

3.3 Hierarchische Prädikatenlogik

$L_0 \text{ — } L_1 \text{ — } \dots \text{ — } L_k \text{ — } \dots$

Keiner der Sprachen L_k ist selbstreferenzierend

Problem 1: „A believes that everything B believes is true“ kann nicht repräsentiert werden.

Problem 2: Es wird für jede Sprache L_k ein True-Prädikat benötigt.

Fazit: Meta-Sprachen haben eine unhandliche Notation, sind unintuitiv und komplex.

3.4 Ansatz von Konolige

- Axiome des True-Prädikats:

$$\forall f. \neg \text{True}(f) \Leftrightarrow \text{True}(\text{not}(f))$$

$$\forall f \forall g. \text{True}(f) \vee \text{True}(g) \Leftrightarrow \text{True}(\text{or}(f, g))$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

- Theorie: Formeln der Objektsprache. Der Agent nimmt ϕ an, wenn ϕ aus der Theorie beweisbar ist.

- $\text{Fact}(t, f)$: f gehört zur Theorie t

- „Common fact“:

$$\forall f. \text{CFACT}(f) \Leftrightarrow \forall a. \text{Fact}(\text{th}(a), f) \wedge \text{True}(f)$$

3.4 Ansatz von Konolige

- Axiome des Pr-Prädikats (provability):

$$\forall t \forall f \forall g. \text{Pr}(t, \text{imp}(f, g)) \wedge \text{Pr}(t, f) \Rightarrow \text{Pr}(t, g)$$

$$\forall t \forall f. \text{Pr}(t, f) \Rightarrow \text{Pr}(t, f)$$

- $\forall a \forall f. \text{Bel}(a, f) \Leftrightarrow \text{Pr}(\text{th}(a), f)$

- Wissen ist als wahre Annahme definiert.

3.4 Ansatz von Konolige (Erweiterungen)

- 2 Funktionen werden eingeführt, die die vorhergenannten Probleme beheben sollen
- Verschachtelte Annahmen, d.h. Annahmen über Annahmen machen
- Situationen: sich verändernde Welten können in die Meta-Sprache übernommen werden
- Aber auch hier gibt es Ansätze zur Kritik.

Übersicht

1. Einführung
2. Modallogik
3. Meta-Sprache
4. Ausblick
 - 4.1. Nichtmonotone Logiken
 - 4.2. Diskussion

4.1 Nichtmonotone Logiken

Nichtmonotones Schließen:

Kenntnis weiterer Fakten kann vorher abgeleitete Fakten unableitbar machen. Das bedeutet, daß Aussagen, für die keine Ableitung existiert, später eventuell abgeleitet werden können.

Bei monotonen Logiken ist man sicher, daß unableitbarere Aussagen immer falsch bleiben werden.

4.2 Diskussion

- In welcher Weise hilft uns die Semantik der Möglichen Welten bzw. die Modallogik für das Siedler-Spiel?

Literaturverzeichnis

- [1] **Halpern, J.Y., Moses, Y.** 1996.: *A guide to completeness and complexity for modal logics of Knowledge and belief.*
<http://www.cs.cornell.edu/home/halpern/papers/guide.pdf>. 01.11.2003
- [2] **Habel, C., Eschenbach, C.** 2003.: *Prüfungsunterlagen LOS — Logik & Semantik* Fachbereich Informatik, Universität Hamburg.
- [3] **Levesque, H., Lakemeyer, G.** 2000.: *The Logic of Knowledge Bases.* MIT Press.
- [4] **Poole, D., Mackworth, A., Goebel, R.** 1998.: *Computational Intelligence — A Logical Approach.* Oxford University Press.
- [5] **Wooldridge, M.J.** 1992.: *The Logical Modelling of Computational Multi-Agent Systems.* <http://www.csc.liv.ac.uk/~mjw/pubs/thesis.pdf>.
31.10.2003