Formale Grundlagen der Informatik 1
Kapitel 2
Endliche Automaten und reguläre Sprachen

Frank Heitmann
heitmann@informatik.uni-hamburg.de

13. April 2015

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabet und Wörter - Zusammengefasst

Die wichtigsten Dinge zu Alphabeten und Wörtern:

- Σ für eine Menge von Symbolen (ein Alphabet), z.B. $\Sigma = \{a, b, c\}$ oder $\Sigma = \{0, 1\}$.
- λ oder ϵ für das leere Wort.
- Das leere Wort ist *nie in einem Alphabet* Σ!
- Konkatenation:
  - Von Symbolen oder Worten: $a \cdot b = ab$, $ab \cdot cd = abcd$
  - Von Wortmengen: $\{a, ac\} \cdot \{\lambda, c\} = \{a, ac, acc\}$
- R^2, R^3 oder auch Σ^2, Σ^3 und w^2, w^3 usw. für mehrfach Hinterinanderausführen von $\cdot$.
- Sonderfall: $R^0 = \{\lambda\}$ und auch $w^0 = \lambda$ (w ein Wort)
- R^+ für alle Worte, die sich durch beliebiges Aneinanderreihen von Worten aus R bilden lassen.
- R^* wie R^+, aber λ kommt noch hinzu.

Alphabete und Wörter - Noch zwei Notationen

Noch zwei Notationen:

Definition/Notation

Sei Σ ein Alphabet, $x \in \Sigma$ ein Symbol und $w \in \Sigma^*$ ein Wort.

1. Mit $|w|$ ist die Länge von w gemeint, also z.B. $|001| = 3$ und $|00111| = 5$. Außerdem ist $|\lambda| = 0$.
2. Mit $|w|_x$ ist die Anzahl der x in w gemeint. Z.B. ist mit $\Sigma = \{0, 1, 2\}$

$$|2202|_2 = 3, \quad |2202|_1 = 0 \quad \text{und } |2202|_0 = 1.$$

Alphabete, Wörter und Sprachen

Definition

1. Betrachten wir Σ^* für ein Alphabet Σ, so ist Σ^* die **Menge aller endlichen Wörter** (über dem Alphabet Σ).
2. Jede (Teil-)Menge $L \subseteq \Sigma^*$ heißt **formale Sprache**.

Das Ziel

Ziel ist es nun einen Automaten zu haben, der bestimmte Wörter akzeptiert (und alle anderen nicht). Ein Automat akzeptiert damit eine formale Sprache!

Das Ziel 2

Normalerweise ist eine Sprache M *gegeben* und ein Automat A wird dazu *konstruiert*. Zu zeigen ist dann stets $L(A) = M$.

Alphabete, Wörter und Sprachen

Definition

1. Betrachten wir Σ^* für ein Alphabet Σ, so ist Σ^* die **Menge aller endlichen Wörter** (über dem Alphabet Σ).
2. Jede (Teil-)Menge $L \subseteq \Sigma^*$ heißt **formale Sprache**.

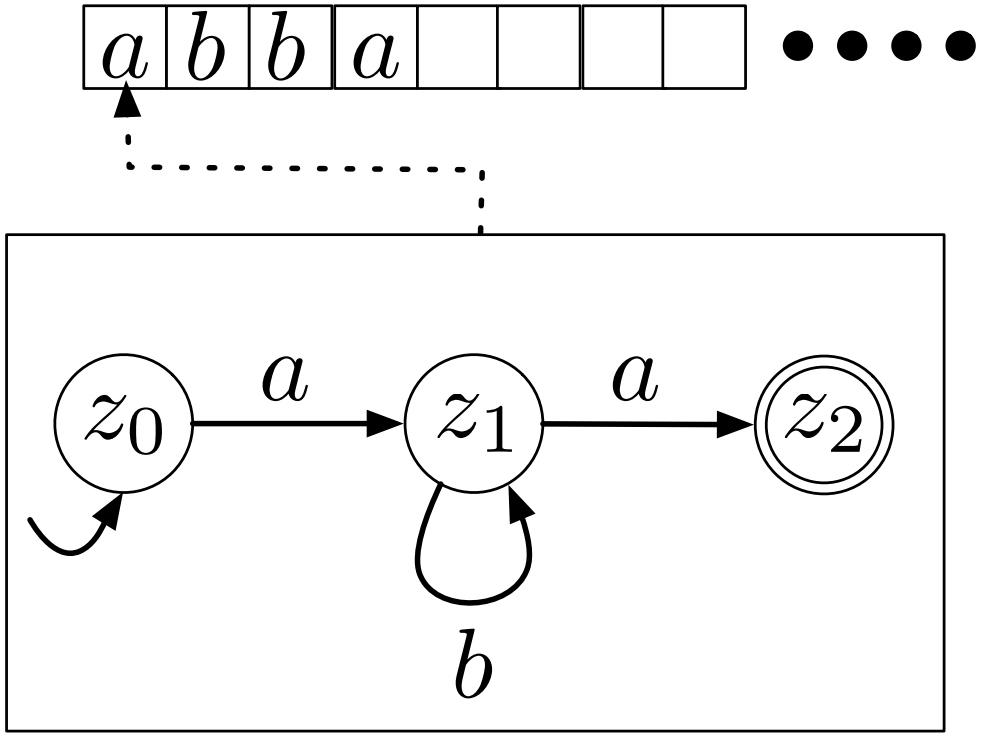
Das Ziel

Ziel ist es nun einen Automaten zu haben, der bestimmte Wörter akzeptiert (und alle anderen nicht). Ein Automat akzeptiert damit eine formale Sprache!

Das Ziel 2

Normalerweise ist eine Sprache M *gegeben* und ein Automat A wird dazu *konstruiert*. Zu zeigen ist dann stets $L(A) = M$.

Endliche Automaten - Beispiel



Der deterministische, endliche Automat

Definition (DFA)

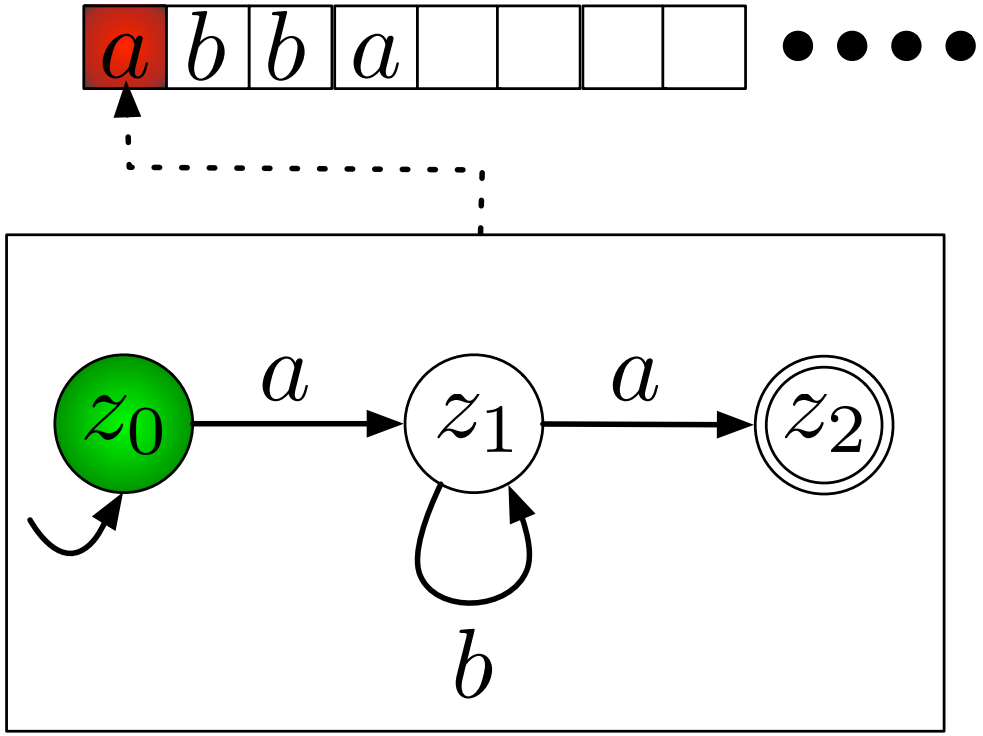
Ein **deterministischer, endlicher Automat** (DFA) ist ein 5-Tupel

$$A = (Z, \Sigma, \delta, z_0, Z_{end})$$

mit:

- Der endlichen Menge von *Zuständen* Z.
- Dem endlichen Alphabet Σ von *Eingabesymbolen*.
- Der *Überführungsfunktion* $\delta : Z \times \Sigma \to Z$.
- Dem *Startzustand* $z_0 \in Z$.
- Der Menge der *Endzustände* $Z_{end} \subseteq Z$.

Ein Beispiel

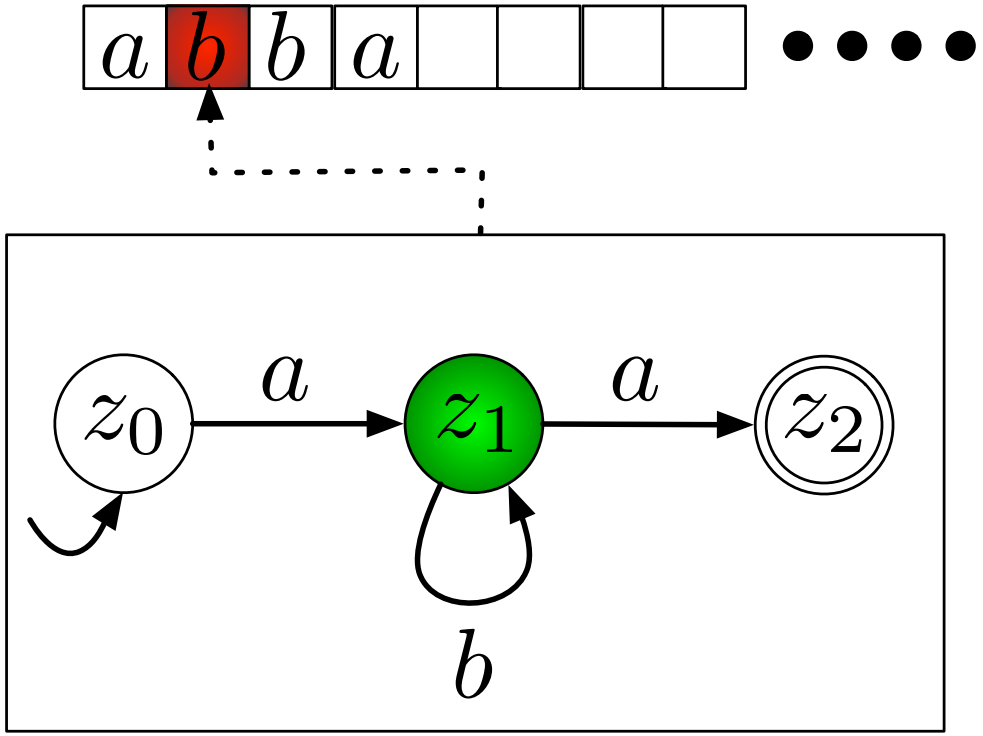


$(z_0, abba)$

oder

$\hat{\delta}(z_0, abba)$

Ein Beispiel

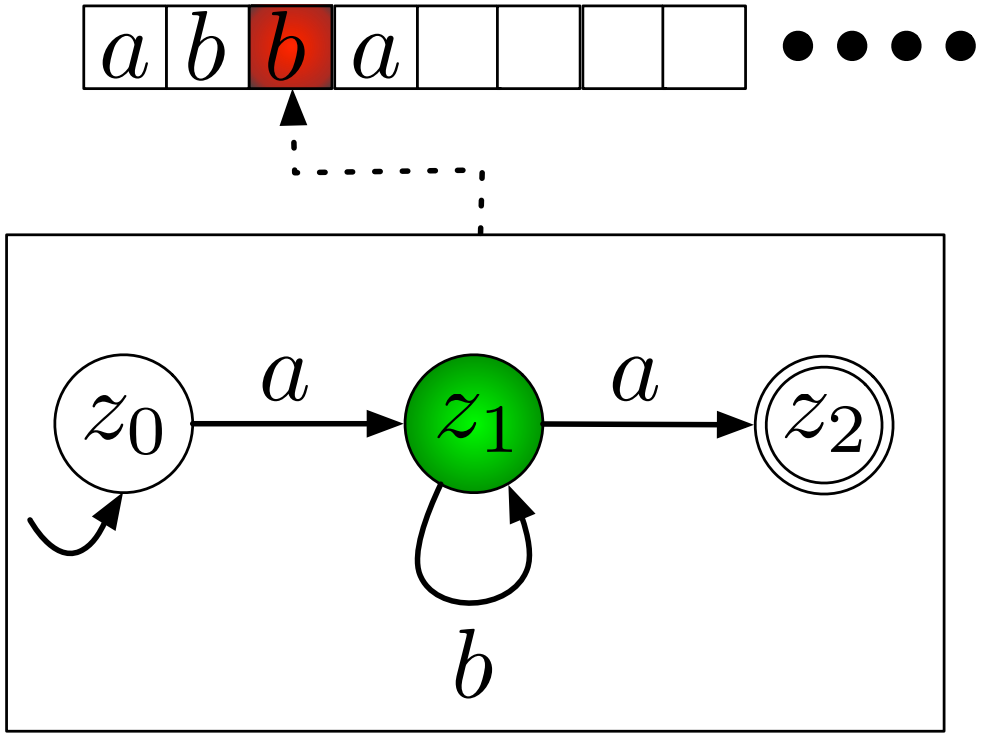


$$(z_0, abba) \vdash (z_1, bba)$$

oder

$$\hat{\delta}(z_0, abba) = \hat{\delta}(z_1, bba)$$

Ein Beispiel

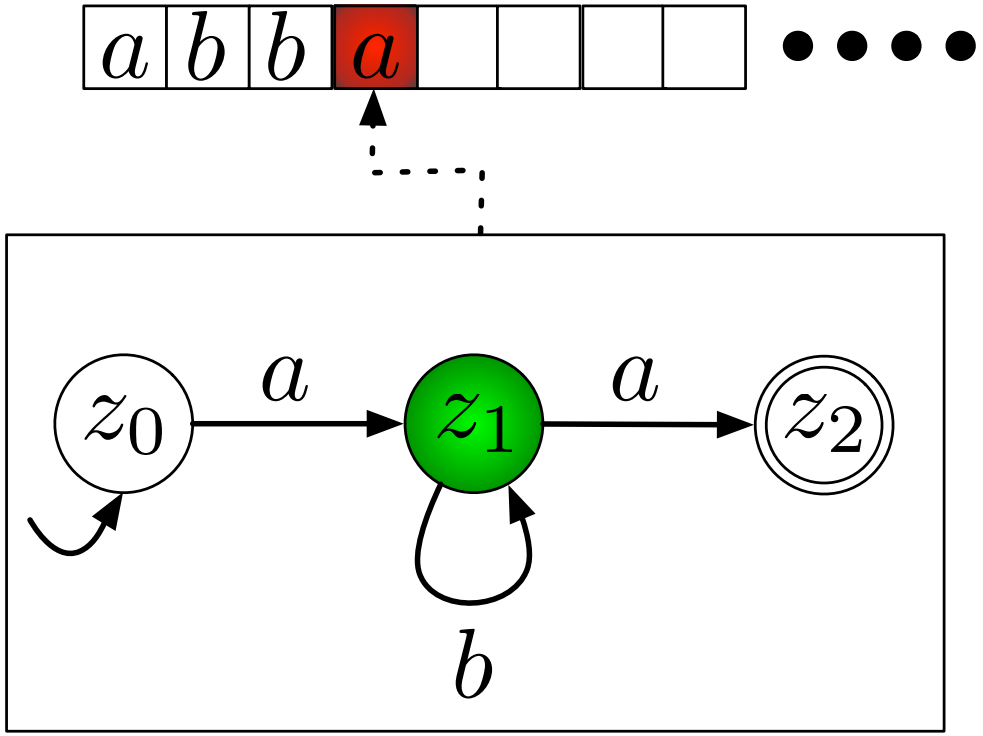


$$(z_0, abba) \vdash (z_1, bba) \vdash (z_1, ba)$$

oder

$$\hat{\delta}(z_0, abba) = \hat{\delta}(z_1, bba) = \hat{\delta}(z_1, ba)$$

Ein Beispiel

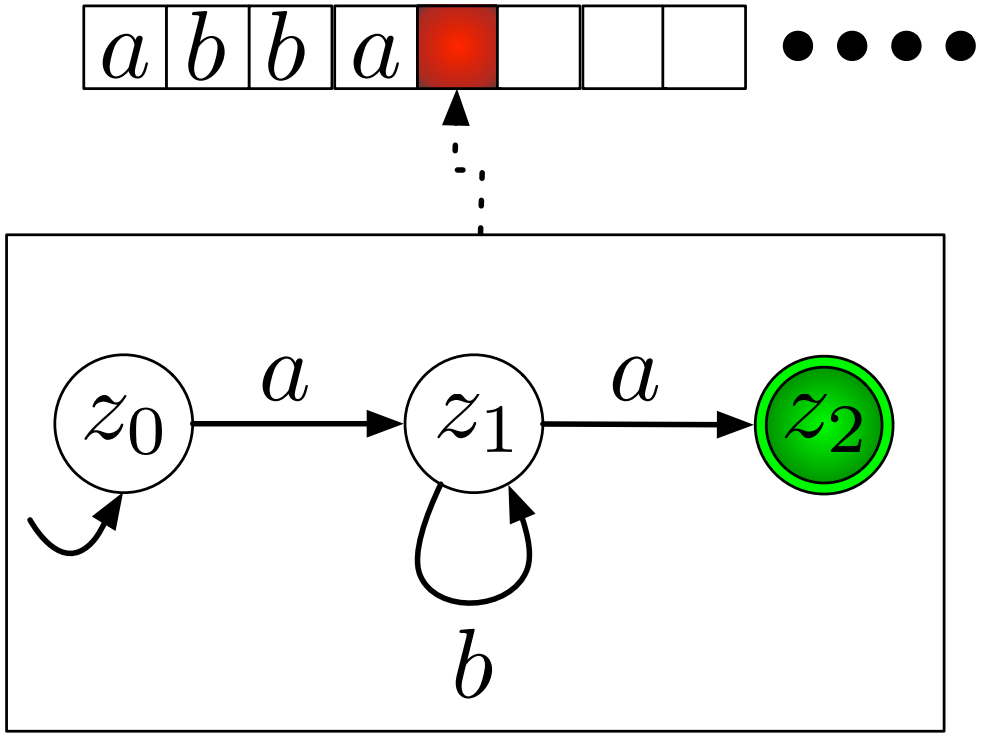


$$(z_0, abba) \vdash (z_1, bba) \vdash (z_1, ba) \vdash (z_1, a)$$

oder

$$\hat{\delta}(z_0, abba) = \hat{\delta}(z_1, bba) = \hat{\delta}(z_1, ba) = \hat{\delta}(z_1, a)$$

Ein Beispiel



$$(z_0, abba) \vdash (z_1, bba) \vdash (z_1, ba) \vdash (z_1, a) \vdash (z_2, \lambda)$$

oder

$$\hat{\delta}(z_0, abba) = \hat{\delta}(z_1, bba) = \hat{\delta}(z_1, ba) = \hat{\delta}(z_1, a) = z_2$$

Akzeptierte Sprache

Definition (Akzeptierte Sprache)

Die von einem DFA A **akzeptierte Sprache** ist die Menge

$$\begin{aligned} L(A) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(z_0, w) \in Z_{end}\} \\ &= \{w \in \Sigma^* \mid (z_0, w) \vdash^* (z_e, \lambda), z_e \in Z_{end}\} \end{aligned}$$

Diese Menge wird auch als **reguläre Menge** bezeichnet. Die **Familie aller regulären Mengen** wird mit REG bezeichnet.

Wichtige Anmerkung

A akzeptiert ein Wort w genau dann, wenn w bis zum Ende gelesen werden kann **und** er dann in einem Endzustand ist.

Eine Technik

Wichtiges Vorgehen

Ermittelt man für einen DFA A seine akzeptierte Sprache M bzw. konstruiert man zu einer Sprache M einen DFA A, so ist $L(A) = M$ zunächst eine Behauptung, die zu zeigen ist!

Wichtiges Vorgehen

Hierzu sind dann **zwei Richtungen** zu zeigen:

- $L(A) \subseteq M$. Jedes Wort, dass der Automat akzeptiert ist tatsächlich in M. Bei der Argumentation geht man von einem Wort w aus, das der Automat akzeptiert ($w \in L(A)$) und zeigt, dass dann auch $w \in M$ gilt.
- $M \subseteq L(A)$. Jedes Wort aus M wird auch von dem Automaten akzeptiert. Man geht von einem (beliebigen!) Wort aus M aus ("Sei $w \in M$, dann ...") und zeigt, dass dieses auch von A akzeptiert wird, also in $L(A)$ ist.

Eine Technik

Wichtiges Vorgehen

Ermittelt man für einen DFA A seine akzeptierte Sprache M bzw. konstruiert man zu einer Sprache M einen DFA A, so ist $L(A) = M$ zunächst eine Behauptung, die zu zeigen ist!

Wichtiges Vorgehen

Hierzu sind dann **zwei Richtungen** zu zeigen:

- $L(A) \subseteq M$. Jedes Wort, dass der Automat akzeptiert ist tatsächlich in M. Bei der Argumentation geht man von einem Wort w aus, das der Automat akzeptiert ($w \in L(A)$) und zeigt, dass dann auch $w \in M$ gilt.
- $M \subseteq L(A)$. Jedes Wort aus M wird auch von dem Automaten akzeptiert. Man geht von einem (beliebigen!) Wort aus M aus ("Sei $w \in M$, dann ...") und zeigt, dass dieses auch von A akzeptiert wird, also in $L(A)$ ist.

Zusammenfassung - Begriffe

Begriffe bisher (endliche Automaten):

- DFA
- Zustände, Startzustand, Endzustände
- Überführungsfunktion $\delta : Z \times \Sigma \to Z$
- erweitere Überführungsfunktion $\hat{\delta} : Z \times \Sigma^* \to Z$
- Konfiguration, Konfigurationsübergang
- Rechnung, Erfolgsrechnung
- akzeptierte Sprache
- reguläre Menge, REG
- vollständig, initial zusammenhängend

Wichtige Anmerkung

Alle diese Begriffe sind wichtig (auf dieser Grundlage bauen wir auf). Daher die fleissig lernen!

Noch zwei Begriffe

Definition

Ein DFA $A = (Z, \Sigma, \delta, z_0, Z_{end})$ heißt

1. **vollständig**, wenn zu jedem $(z, x) \in Z \times \Sigma$ ein z' existiert mit $\delta(z, x) = z'$.
2. **initial zusammenhängend**, wenn es zu jedem $z \in Z$ ein Wort w gibt mit $\hat{\delta}(z_0, w) = z$.

Hinweis

vollständig = jede Eingabe kann gelesen werden
initial zusammenhängend = jeder Zustand erreichbar

Fragen...

Sei $R = \{a, b\}$ und $S = R^* \cdot \{a\} \cdot R^*$. Was ist $R^* \setminus S$?

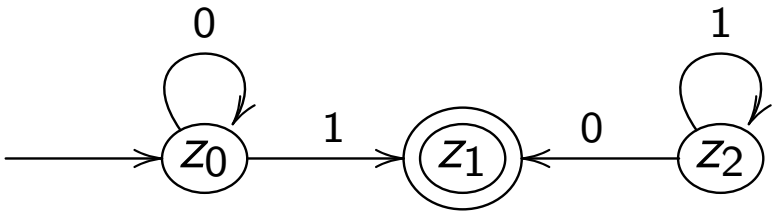
1. R^*
2. $\emptyset$
3. $\{b\}^*$
4. $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 2\} \cup \{\lambda\}$

Fragen...

Sei A ein Automat und M eine Wortmenge. Wenn man $L(A) \subseteq M$ zeigt, dann ...

1. ist man fertig, wenn man M nicht zu groß gewählt hat.
2. weiß man, dass jedes Wort, das in M ist, vom Automaten akzeptiert wird.
3. weiß man, dass der Automat teilweise stimmt.
4. ...

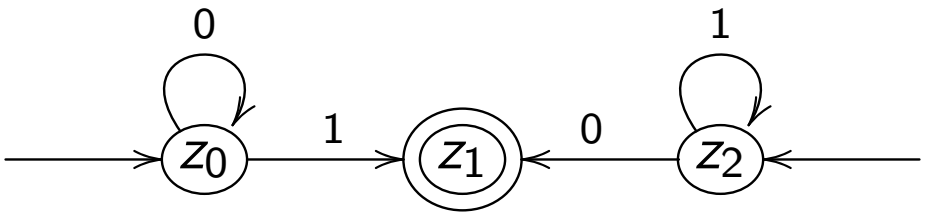
Fragen...



Ist dieser DFA initial zusammenhängend?

1. Ja!
2. Nein!

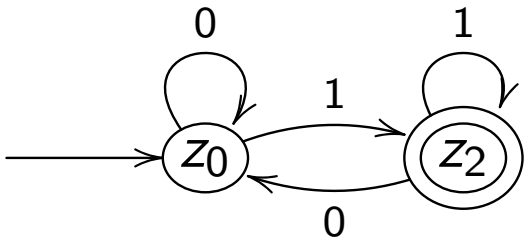
Fragen...



Ist dieser DFA initial zusammenhängend?

1. Ja!
2. Nein!

Fragen...



Welche Sprache akzeptiert dieser DFA A?

1. $L(A) = \{0,1\}^*$
2. $L(A) = \{0\}^* \cdot \{1\} \cdot \{1\}^*$
3. $L(A) = \{0,1\}^* \cdot \{1\}$
4. $L(A) = (\{0\}^* \cdot \{1\} \cdot \{1\}^* \cdot \{0\})^*$

Zur Nachbereitung

Zur Nachbereitung

Richtige Antworten sind:

1. 3
2. 4 (jedes Wort, das vom Automaten akzeptiert wird, ist in M)
3. 2
4. 2
5. 3

Die Aufgabe...

Es ist nun also üblicherweise

- eine **Sprache gegeben** (bzw. wir wissen, was wir brauchen; z.B. wollen wir die Wörter erkennen, die auf 0 enden)

Wir wollen dazu

- einen **Automaten konstruieren**

Wie kann man das machen?

Es gibt keine Vorschrift/kein Rezept dafür - aber Techniken.

Die Aufgabe...

Es ist nun also üblicherweise

- eine **Sprache gegeben** (bzw. wir wissen, was wir brauchen; z.B. wollen wir die Wörter erkennen, die auf 0 enden)

Wir wollen dazu

- einen **Automaten konstruieren**

Wie kann man das machen?

Es gibt keine Vorschrift/kein Rezept dafür - aber Techniken.

Die Aufgabe...

Es ist nun also üblicherweise

- eine **Sprache gegeben** (bzw. wir wissen, was wir brauchen; z.B. wollen wir die Wörter erkennen, die auf 0 enden)

Wir wollen dazu

- einen **Automaten konstruieren**

Wie kann man das machen?

Es gibt keine Vorschrift/kein Rezept dafür - aber Techniken.

Konstruktion von DFAs 1

Technik

Techniken zum Konstruieren von DFAs

Methode 1: Was will ich speichern?

(Und wie sehen dann die Zustände aus?)

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Wie konstruieren wir hierfür einen DFA?

Tipp: Was wollen wir uns merken?

Definition/Notation (zur Wiederholung)

Sei Σ ein Alphabet, $x \in \Sigma$ ein Symbol und $w \in \Sigma^*$ ein Wort. Mit $|w|_x$ ist dann die Anzahl der x in w gemeint. Z.B. ist mit $\Sigma = \{0,1,2\}$

$$|2202|_2 = 3, \quad |2202|_1 = 0 \quad \text{und } |2202|_0 = 1.$$

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Wie konstruieren wir hierfür einen DFA?

Tipp: Was wollen wir uns merken?

Definition/Notation (zur Wiederholung)

Sei Σ ein Alphabet, $x \in \Sigma$ ein Symbol und $w \in \Sigma^*$ ein Wort. Mit $|w|_x$ ist dann die Anzahl der x in w gemeint. Z.B. ist mit $\Sigma = \{0,1,2\}$

$$|2202|_2 = 3, \quad |2202|_1 = 0 \quad \text{und } |2202|_0 = 1.$$

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Wie konstruieren wir hierfür einen DFA?

Tipp: Was wollen wir uns merken?

Definition/Notation (zur Wiederholung)

Sei Σ ein Alphabet, $x \in \Sigma$ ein Symbol und $w \in \Sigma^*$ ein Wort. Mit $|w|_x$ ist dann die Anzahl der x in w gemeint. Z.B. ist mit $\Sigma = \{0,1,2\}$

$$|2202|_2 = 3, \quad |2202|_1 = 0 \quad \text{und } |2202|_0 = 1.$$

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Die Idee

Wir merken uns im Zustand, ob die Anzahl der bisher gelesenen 0en gerade (g) oder ungerade (u) ist. Ebenso für die 1en. Das sind **zwei** Informationen, die **jeweils genau einen von zwei Werten annehmen** können (führt zu vier Zuständen) und die **wir leicht mit jedem gelesenen Symbol aktualisieren können**.

Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Die Idee

Wir merken uns im Zustand, ob die Anzahl der bisher gelesenen 0en gerade (g) oder ungerade (u) ist. Ebenso für die 1en. Das sind **zwei** Informationen, die **jeweils genau einen von zwei Werten annehmen** können (führt zu vier Zuständen) und die **wir leicht mit jedem gelesenen Symbol aktualisieren können**.

Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en . . .

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Die Idee

Wir merken uns im Zustand, ob die Anzahl der bisher gelesenen 0en gerade (g) oder ungerade (u) ist. Ebenso für die 1en. Das sind **zwei** Informationen, die **jeweils genau einen von zwei Werten annehmen** können (führt zu vier Zuständen) und die **wir leicht mit jedem gelesenen Symbol aktualisieren können**.

Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Die Idee

Wir merken uns im Zustand, ob die Anzahl der bisher gelesenen 0en gerade (g) oder ungerade (u) ist. Ebenso für die 1en. Das sind **zwei** Informationen, die **jeweils genau einen von zwei Werten annehmen** können (führt zu vier Zuständen) und die **wir leicht mit jedem gelesenen Symbol aktualisieren können**.

Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$

Die Idee

Wir merken uns im Zustand, ob die Anzahl der bisher gelesenen 0en gerade (g) oder ungerade (u) ist. Ebenso für die 1en. Das sind **zwei** Informationen, die **jeweils genau einen von zwei Werten annehmen** können (führt zu vier Zuständen) und die **wir leicht mit jedem gelesenen Symbol aktualisieren können**.

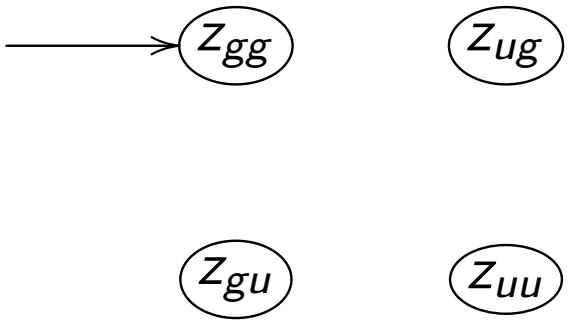
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



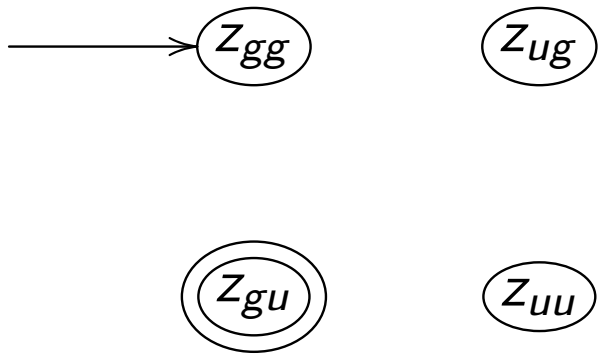
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



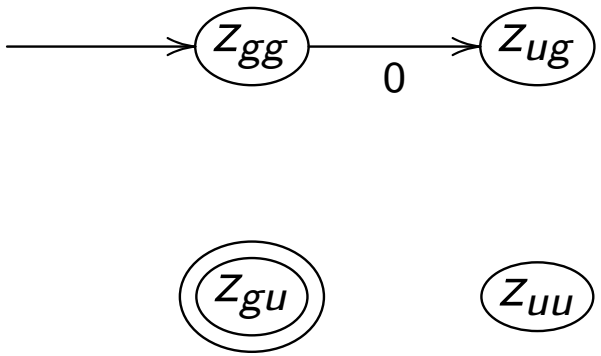
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



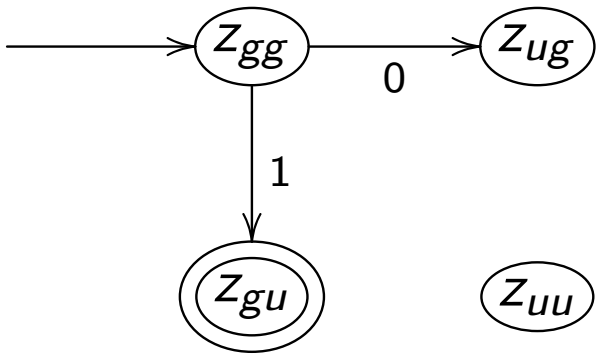
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



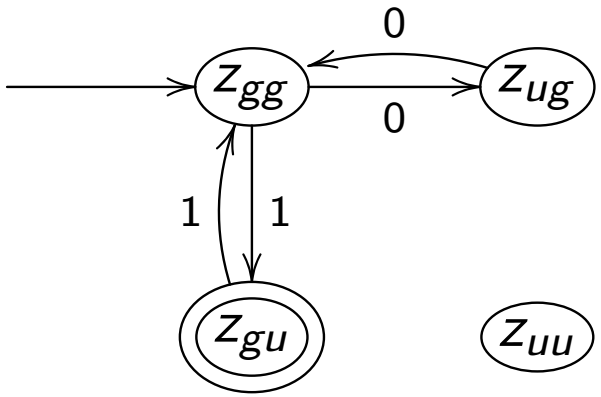
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



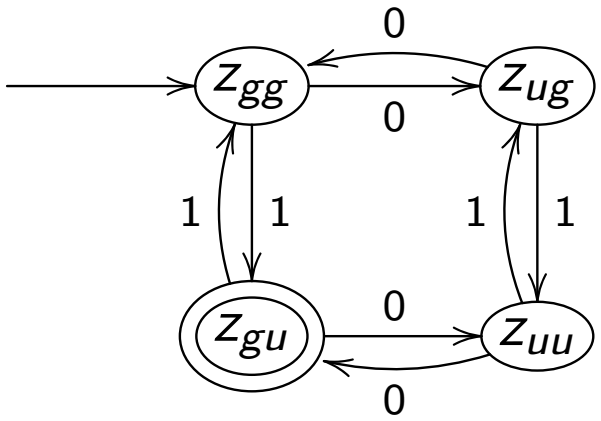
Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Konstruktion von DFAs 1 - Beispiel

Das Problem

$$M := \{w \in \{0,1\}^* \mid \ |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist ungerade}\}$$



Die Durchführung

Wir notieren gg, gu, ug, uu für die Zustände.
$gu \mathrel{\hat{=}}$ gerade Anzahl 0en, ungerade Anzahl 1en
$ug \mathrel{\hat{=}}$ ungerade Anzahl 0en, gerade Anzahl 1en ...

Methode 1 - Anmerkungen

Bemerkung

Bisweilen (nicht hier, aber manchmal) wird mit dieser Methode ein nicht erreichbarer Teil mitkonstruiert. Dieser kann dann weggelassen werden. Es genügt dann sich auf die initiale Zusammenhangskomponente einzuschränken.

Wichtige Anmerkung

Egal, wie man den Automaten konstruiert, danach ist stets ein Beweis von $L(A) = M$ nötig! Ist die Konstruktion "gut" (d.h. liegt ihr eine eingängige Idee zugrunde), so ist der Beweis aber oft sehr viel einfacher.

Methode 1 - Anmerkungen

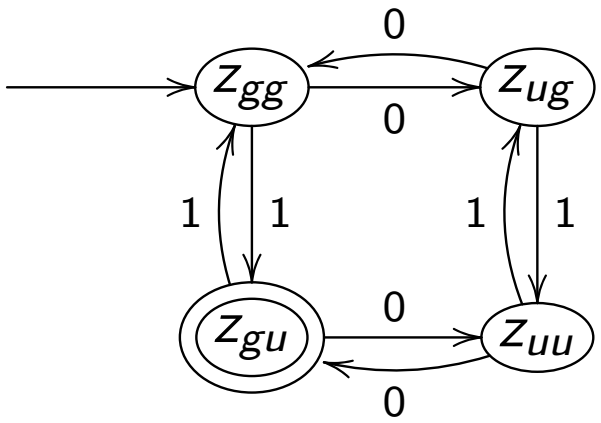
Bemerkung

Bisweilen (nicht hier, aber manchmal) wird mit dieser Methode ein nicht erreichbarer Teil mitkonstruiert. Dieser kann dann weggelassen werden. Es genügt dann sich auf die initiale Zusammenhangskomponente einzuschränken.

Wichtige Anmerkung

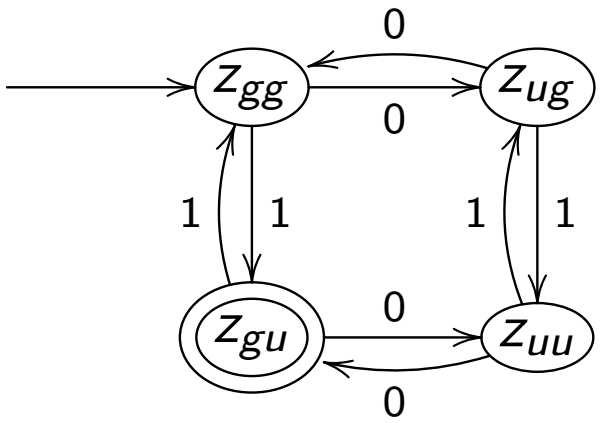
Egal, wie man den Automaten konstruiert, danach ist stets ein Beweis von $L(A) = M$ nötig! Ist die Konstruktion "gut" (d.h. liegt ihr eine eingängige Idee zugrunde), so ist der Beweis aber oft sehr viel einfacher.

Beweis der Korrektheit



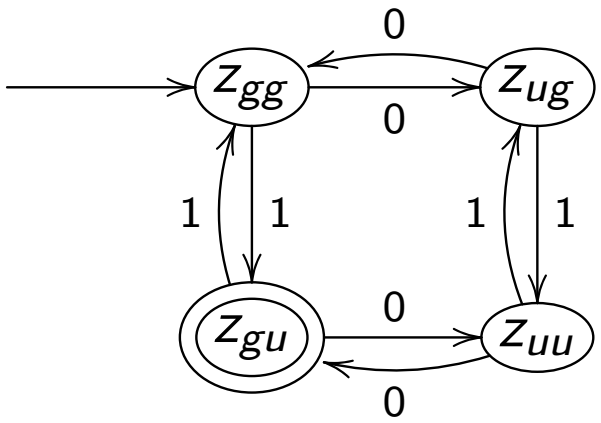
- Sei $w \in M$, dann kann w nach Konstruktion (der Automat ist vollständig) zu Ende gelesen werden. Nach Konstruktion der Zustände und der Zustandsübergänge enden wir dann in z_{gu} (da w eine gerade Anzahl von 0en und eine ungerade Anzahl von 1en enthält) und akzeptieren. Also ist auch $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit



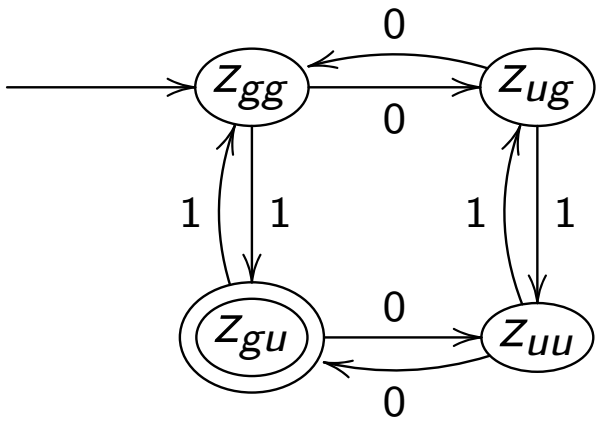
- Sei $w \in M$, dann kann w nach Konstruktion (der Automat ist vollständig) zu Ende gelesen werden. Nach Konstruktion der Zustände und der Zustandsübergänge enden wir dann in z_{gu} (da w eine gerade Anzahl von 0en und eine ungerade Anzahl von 1en enthält) und akzeptieren. Also ist auch $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit



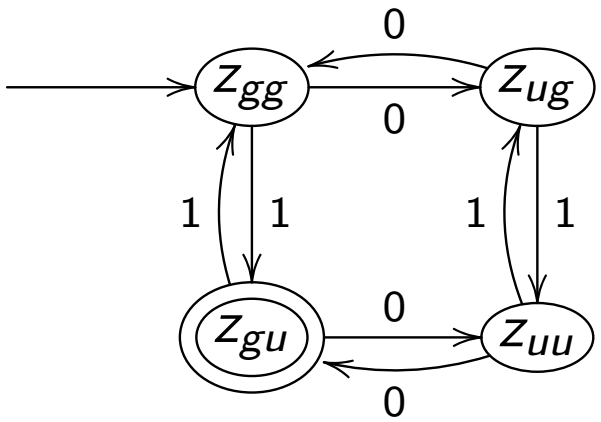
- Sei $w \in M$, dann kann w nach Konstruktion (der Automat ist vollständig) zu Ende gelesen werden. Nach Konstruktion der Zustände und der Zustandsübergänge enden wir dann in z_{gu} (da w eine gerade Anzahl von 0en und eine ungerade Anzahl von 1en enthält) und akzeptieren. Also ist auch $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit



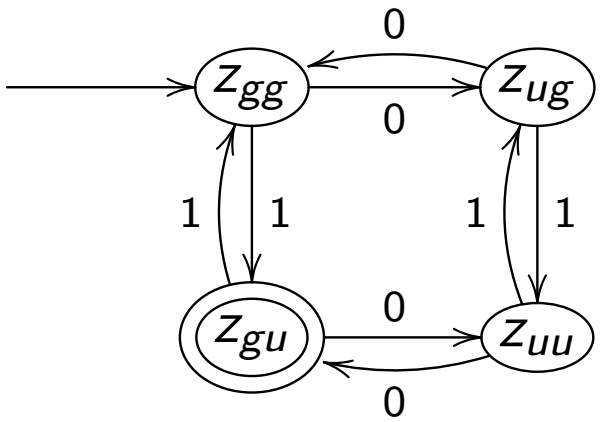
- Sei $w \in M$, dann kann w nach Konstruktion (der Automat ist vollständig) zu Ende gelesen werden. Nach Konstruktion der Zustände und der Zustandsübergänge enden wir dann in z_{gu} (da w eine gerade Anzahl von 0en und eine ungerade Anzahl von 1en enthält) und akzeptieren. Also ist auch $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit



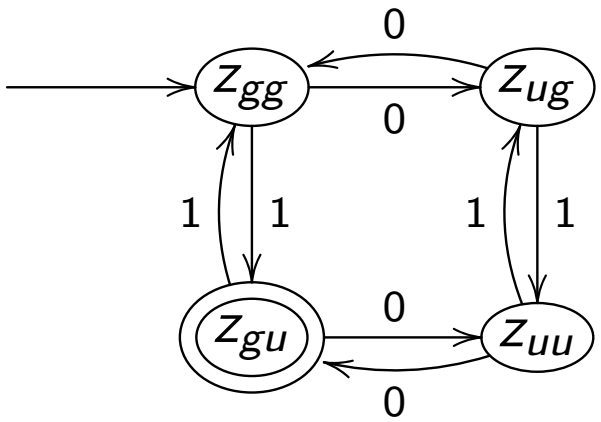
- Sei $w \in L(A)$. Da w akzeptiert wird, muss A in z_{gu} enden. Dies ist aber nach Konstruktion gleichbedeutend damit, dass w gerade viele 0en und ungerade viele 1en enthält. Damit gilt auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit



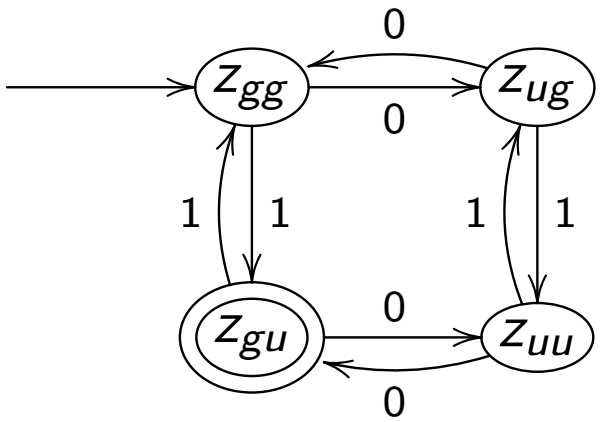
- Sei $w \in L(A)$. Da w akzeptiert wird, muss A in z_{gu} enden.
  Dies ist aber nach Konstruktion gleichbedeutend damit, dass w gerade viele 0en und ungerade viele 1en enthält. Damit gilt auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit



- Sei $w \in L(A)$. Da w akzeptiert wird, muss A in z_{gu} enden. Dies ist aber nach Konstruktion gleichbedeutend damit, dass w gerade viele 0en und ungerade viele 1en enthält. Damit gilt auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit



- Sei $w \in L(A)$. Da w akzeptiert wird, muss A in z_{gu} enden. Dies ist aber nach Konstruktion gleichbedeutend damit, dass w gerade viele 0en und ungerade viele 1en enthält. Damit gilt auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit

Anmerkung

Man könnte noch die Zustände und Zustandsübergänge durchgehen und argumentieren, dass sie wirklich das gewünschte leisten (z.B. das der Wechsel von z_{gg} nach z_{gu} eine 1 erfordert und das dann ja wirklich ungerade viele 1en gelesen wurden, wenn vorher gerade viele gelesen wurden). Bei kleineren Beispielen ist das aber meist klar. **Es ist dann aber nötig vorher gut die Konstruktion zu erklären! Und aus dieser Konstruktion müssen sich Dinge ableiten lassen, die gebraucht werden, sonst macht die Formulierung "nach Konstruktion" keinen Sinn!**

Konstruktion von DFAs 2

Technik

Techniken zum Konstruieren von DFAs

Methode 2: On-the-fly-Konstruktion ...

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Wir starten mit dem Startzustand:

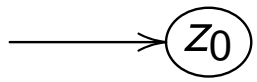
Was passiert bei einer 0 ?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Wir starten mit dem Startzustand:



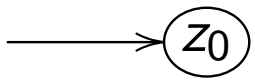
Was passiert bei einer 0 ?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Wir starten mit dem Startzustand:



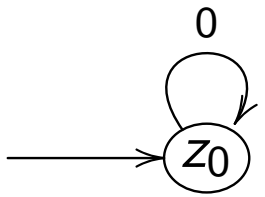
Was passiert bei einer 0 ?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 0: Keine neuen Informationen. Wir bleiben in z_0:



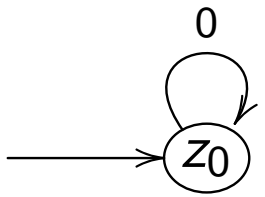
Was passiert bei einer 1 ?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 0: Keine neuen Informationen. Wir bleiben in z_0:



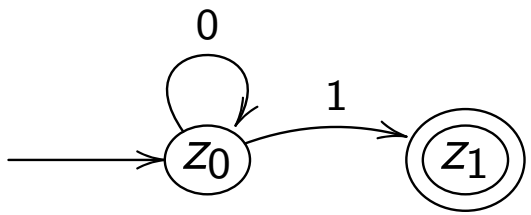
Was passiert bei einer 1 ?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 1: Vielleicht endet das Wort hier. Dann sind wir fertig! Also brauchen wir einen neuen Zustand, in dem wir akzeptieren!



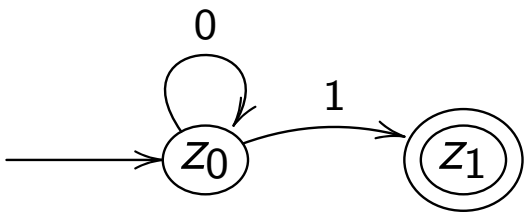
Mit z_0 sind wir fertig (keine weiteren Symbole in Σ).
Aber wir haben eine neuen Zustand! Was passiert hier bei 0?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 1: Vielleicht endet das Wort hier. Dann sind wir fertig! Also brauchen wir einen neuen Zustand, in dem wir akzeptieren!



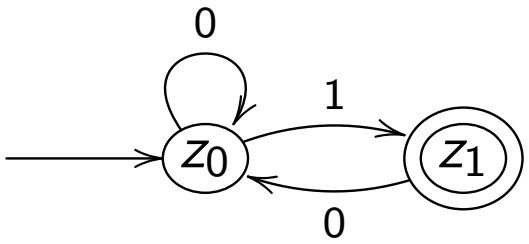
Mit z_0 sind wir fertig (keine weiteren Symbole in Σ).
Aber wir haben eine neuen Zustand! Was passiert hier bei 0?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 0: Wir wollen nicht mehr akzeptieren und könnten einen neuen Zustand einführen. **Aber** wir haben wieder genau so viele Infos wie in z_0, also gehen wir einfach dahin!



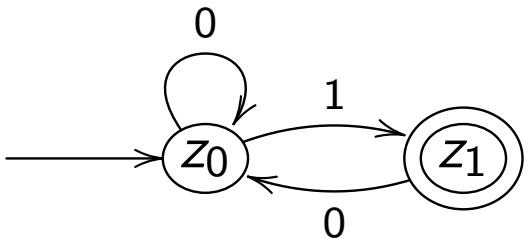
Und was passiert bei 1?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 0: Wir wollen nicht mehr akzeptieren und könnten einen neuen Zustand einführen. **Aber** wir haben wieder genau so viele Infos wie in z_0, also gehen wir einfach dahin!



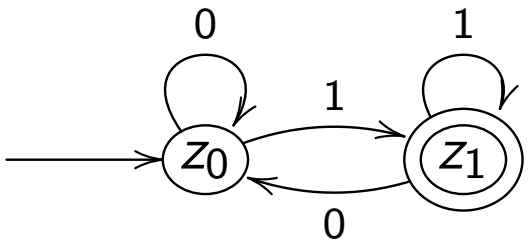
Und was passiert bei 1?

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 1 wollen wir weiterhin akzeptieren und bleiben einfach in z_1.



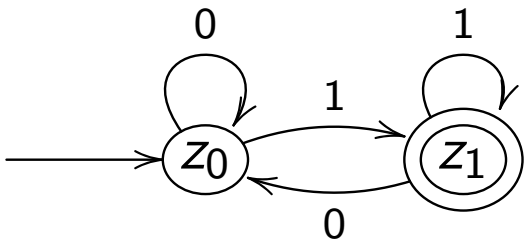
Und sind fertig, da wir in allen Zuständen alle Symbole lesen können!

Konstruktion von DFAs 2 - Beispiel

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

Bei 1 wollen wir weiterhin akzeptieren und bleiben einfach in z_1.



Und sind fertig, da wir in allen Zuständen alle Symbole lesen können!

Methode 2 - Anmerkungen

Bemerkung

Da man sich für jeden Zustand zu jeder Eingabe überlegt, was passiert, wird der konstruierte Automat i.A. vollständig und initial zusammenhängend sein.

Wichtige Anmerkung

Kritisch bei dieser Konstruktionsmethode ist irgendwann zu merken, wann bereits vorhandene Zustände benutzt werden können – und im besten Fall auch, wofür sie stehen; bspw. kann man oben z_x mit "letztes gelesenes Symbol ist x" identifizieren ($x \in \{0, 1\}$).

Wichtige Anmerkung

Nochmal: Egal, wie man den Automaten konstruiert, danach ist stets ein Beweis von $L(A) = M$ nötig! Ist die Konstruktion "gut" (d.h. liegt ihr eine eingängige Idee zugrunde), so ist der Beweis aber oft sehr viel einfacher.

Methode 2 - Anmerkungen

Bemerkung

Da man sich für jeden Zustand zu jeder Eingabe überlegt, was passiert, wird der konstruierte Automat i.A. vollständig und initial zusammenhängend sein.

Wichtige Anmerkung

Kritisch bei dieser Konstruktionsmethode ist irgendwann zu merken, wann bereits vorhandene Zustände benutzt werden können – und im besten Fall auch, wofür sie stehen; bspw. kann man oben z_x mit "letztes gelesenes Symbol ist x" identifizieren ($x \in \{0, 1\}$).

Wichtige Anmerkung

Nochmal: Egal, wie man den Automaten konstruiert, danach ist stets ein Beweis von $L(A) = M$ nötig! Ist die Konstruktion "gut" (d.h. liegt ihr eine eingängige Idee zugrunde), so ist der Beweis aber oft sehr viel einfacher.

Methode 2 - Anmerkungen

Bemerkung

Da man sich für jeden Zustand zu jeder Eingabe überlegt, was passiert, wird der konstruierte Automat i.A. vollständig und initial zusammenhängend sein.

Wichtige Anmerkung

Kritisch bei dieser Konstruktionsmethode ist irgendwann zu merken, wann bereits vorhandene Zustände benutzt werden können – und im besten Fall auch, wofür sie stehen; bspw. kann man oben z_x mit "letztes gelesenes Symbol ist x" identifizieren ($x \in \{0, 1\}$).

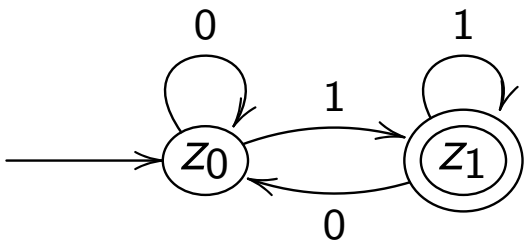
Wichtige Anmerkung

Nochmal: Egal, wie man den Automaten konstruiert, danach ist stets ein Beweis von $L(A) = M$ nötig! Ist die Konstruktion "gut" (d.h. liegt ihr eine eingängige Idee zugrunde), so ist der Beweis aber oft sehr viel einfacher.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

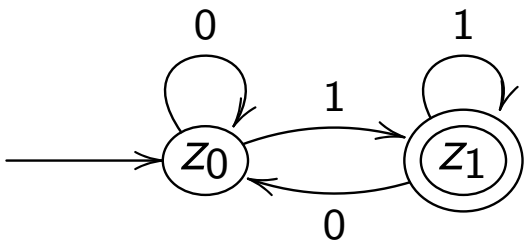


- Sei $w = v1 \in M$. Da der Automat vollständig ist, kann w auf jeden Fall ganz gelesen werden. Da w auf 1 endet, muss der Automat mit dieser letzten 1 nach Konstruktion in den Zustand z_1 wechseln (da jeder Zustand eine 1-Kante zu z_1 hat). Mit $z_1 \in Z_{end}$ folgt $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

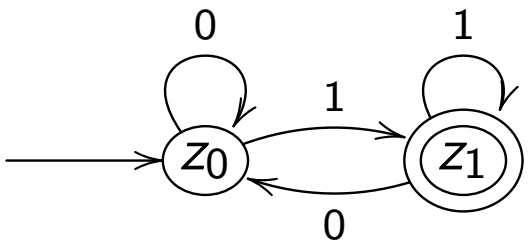


- Sei $w = v1 \in M$. Da der Automat vollständig ist, kann w auf jeden Fall ganz gelesen werden. Da w auf 1 endet, muss der Automat mit dieser letzten 1 nach Konstruktion in den Zustand z_1 wechseln (da jeder Zustand eine 1-Kante zu z_1 hat). Mit $z_1 \in Z_{end}$ folgt $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

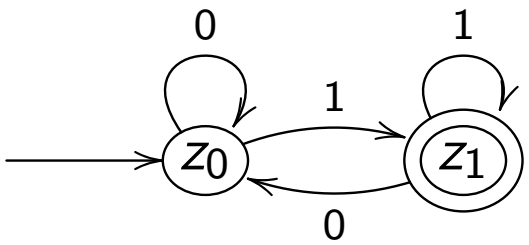


- Sei $w = v1 \in M$. Da der Automat vollständig ist, kann w auf jeden Fall ganz gelesen werden. Da w auf 1 endet, muss der Automat mit dieser letzten 1 nach Konstruktion in den Zustand z_1 wechseln (da jeder Zustand eine 1-Kante zu z_1 hat). Mit $z_1 \in Z_{end}$ folgt $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

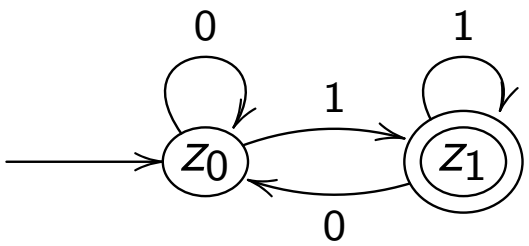


- Sei $w = v1 \in M$. Da der Automat vollständig ist, kann w auf jeden Fall ganz gelesen werden. Da w auf 1 endet, muss der Automat mit dieser letzten 1 nach Konstruktion in den Zustand z_1 wechseln (da jeder Zustand eine 1-Kante zu z_1 hat). Mit $z_1 \in Z_{end}$ folgt $w \in L(A)$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

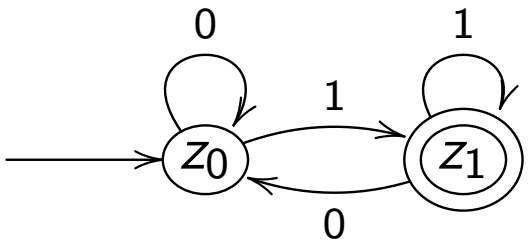


- Sei $w \in L(A)$. Dann muss nach Konstruktion das Wort auf 1 enden, da z_1 der einzige Endzustand ist und alle Kanten nach z_1 mit 1 beschriftet sind. Dann ist aber sofort auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$

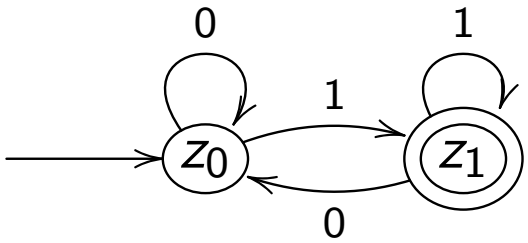


- Sei $w \in L(A)$. Dann muss nach Konstruktion das Wort auf 1 enden, da z_1 der einzige Endzustand ist und alle Kanten nach z_1 mit 1 beschriftet sind. Dann ist aber sofort auch $w \in M$.

Beweis der Korrektheit

Beispiel

$$M := \{0,1\}^*\{1\} = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w = v1\}$$



- Sei $w \in L(A)$. Dann muss nach Konstruktion das Wort auf 1 enden, da z_1 der einzige Endzustand ist und alle Kanten nach z_1 mit 1 beschriftet sind. Dann ist aber sofort auch $w \in M$.

Intermezzo

Intermezzo ...

Wortsuche

Gegeben ein Text T der Länge n und ein Muster (ein gesuchtes Wort) w der Länge m. Wie findet ihr w in T?

Naive Wortsuche vs. Wortsuche mit Automaten

Die naive Wortsuche

- dauert $O(n \cdot m)$ Schritte.
- Verbesserungen sind möglich (z.B. mit booleschen Flags welche Buchstaben man schon entdeckt hat), aber dies ist fehleranfällig und im Grunde baut man Automaten nach.

Die Wortsuche mit Automaten

- braucht nur $O(n)$ Schritte!
- Vorher muss der Automat aus dem Pattern erzeugt werden.
- Zur Info: Dies kann man in $O(m \cdot |\Sigma|)$ machen.
- Wenig fehleranfällig. Methoden für den Automaten müssen nur einmal geschrieben werden!

Naive Wortsuche vs. Wortsuche mit Automaten

Die naive Wortsuche

- dauert $O(n \cdot m)$ Schritte.
- Verbesserungen sind möglich (z.B. mit booleschen Flags welche Buchstaben man schon entdeckt hat), aber dies ist fehleranfällig und im Grunde baut man Automaten nach.

Die Wortsuche mit Automaten

- braucht nur $O(n)$ Schritte!
- Vorher muss der Automat aus dem Pattern erzeugt werden.
- Zur Info: Dies kann man in $O(m \cdot |\Sigma|)$ machen.
- Wenig fehleranfällig. Methoden für den Automaten müssen nur einmal geschrieben werden!

Deswegen ...

Vorgehen:

- Welche Sprache wird gebraucht? (Z.B. Ziffernfolgen erkennen oder Schlüsselwörter oder Wortsuche in Texten)
- Automat bauen
- $L(A) = M$ zeigen
- Automat in Code oder Tabelle gießen
- Für schnelle Worterkennung nutzen

Deswegen...

Deswegen später auch die ganzen Konstruktionen. Man könnte jetzt/dann auch ein Tool schreiben, in dem

- jemand ein gesuchtes Wort oder einen regulären Ausdruck eingibt
- dieser wird in einen Automaten umgewandelt (automatisch)
- bzw. in Code (so dass wir eine Methode für δ haben)
- der dann für eine effiziente Wortsuche benutzt werden kann

Anwendungen z.B.:

- Suchen in Texten
- Suchen nach Schlüsselworten beim Kompilieren
- Suchen in DNA-Sequenzen
- ...

Deswegen...

Deswegen später auch die ganzen Konstruktionen. Man könnte jetzt/dann auch ein Tool schreiben, in dem

- jemand ein gesuchtes Wort oder einen regulären Ausdruck eingibt
- dieser wird in einen Automaten umgewandelt (automatisch)
- bzw. in Code (so dass wir eine Methode für δ haben)
- der dann für eine effiziente Wortsuche benutzt werden kann

Anwendungen z.B.:

- Suchen in Texten
- Suchen nach Schlüsselworten beim Kompilieren
- Suchen in DNA-Sequenzen
- ...

Deswegen...

Deswegen später auch die ganzen Konstruktionen. Man könnte jetzt/dann auch ein Tool schreiben, in dem

- jemand ein gesuchtes Wort oder einen regulären Ausdruck eingibt
- dieser wird in einen Automaten umgewandelt (automatisch)
- bzw. in Code (so dass wir eine Methode für δ haben)
- der dann für eine effiziente Wortsuche benutzt werden kann

Anwendungen z.B.:

- Suchen in Texten
- Suchen nach Schlüsselworten beim Kompilieren
- Suchen in DNA-Sequenzen
- ...

Auf zu neuen Ufern...

Und jetzt was neues...

Nichtdeterministische Automaten

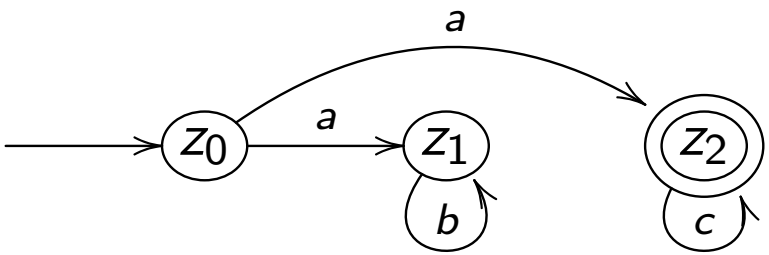
Beim DFA gibt es zu einem $z \in Z$ und einem $x \in \Sigma$ einen Nachfolgezustand $\delta(z, x)$. Der Nachfolgezustand ist also *determiniert*. Dies kann man aufweichen...

Nach Lesen von *a* ist der Automat *nichtdeterministisch* sowohl in z_1 als auch in z_2.

Informal akzeptiert der nichtdeterministische, endliche Automat ein Wort dann, wenn es *irgendeine Rechnung* gibt, in der er einen Endzustand erreicht.

Nichtdeterministische Automaten

Beim DFA gibt es zu einem $z \in Z$ und einem $x \in \Sigma$ einen Nachfolgezustand $\delta(z, x)$. Der Nachfolgezustand ist also *determiniert*. Dies kann man aufweichen...

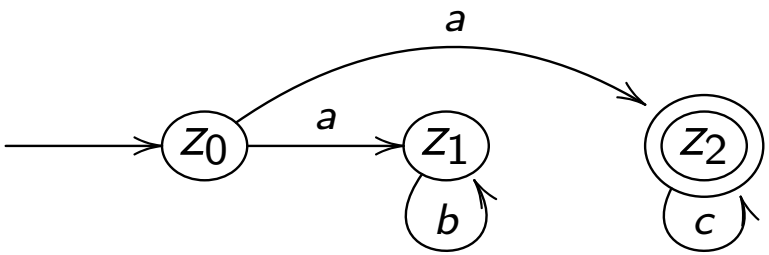


Nach Lesen von *a* ist der Automat *nichtdeterministisch* sowohl in z_1 als auch in z_2.

Informal akzeptiert der nichtdeterministische, endliche Automat ein Wort dann, wenn es *irgendeine Rechnung* gibt, in der er einen Endzustand erreicht.

Nichtdeterministische Automaten

Beim DFA gibt es zu einem $z \in Z$ und einem $x \in \Sigma$ einen Nachfolgezustand $\delta(z, x)$. Der Nachfolgezustand ist also *determiniert*. Dies kann man aufweichen...

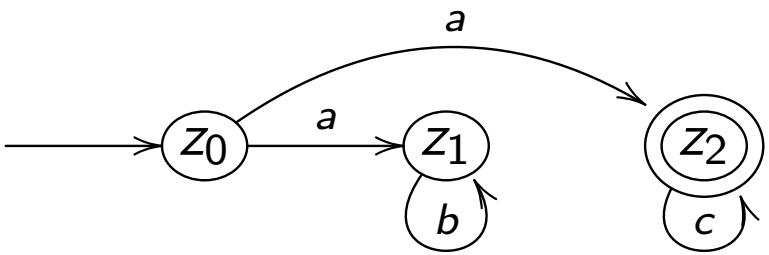


Nach Lesen von *a* ist der Automat *nichtdeterministisch* sowohl in z_1 als auch in z_2.

Informal akzeptiert der nichtdeterministische, endliche Automat ein Wort dann, wenn es *irgendeine Rechnung* gibt, in der er einen Endzustand erreicht.

Nichtdeterministische Automaten

Beim DFA gibt es zu einem $z \in Z$ und einem $x \in \Sigma$ einen Nachfolgezustand $\delta(z, x)$. Der Nachfolgezustand ist also *determiniert*. Dies kann man aufweichen...



Nach Lesen von *a* ist der Automat *nichtdeterministisch* sowohl in z_1 als auch in z_2.

Informal akzeptiert der nichtdeterministische, endliche Automat ein Wort dann, wenn es *irgendeine Rechnung* gibt, in der er einen Endzustand erreicht.

Sinn?

ABER WARUM?!?

Man kann damit oft sehr schnell Automaten entwerfen. Z.B. für die Sprache von vorhin (Wörter, die auf 1 enden):

... und wir werden später noch mehrere Stellen sehen, an denen das Konzept des Nichtdeterminismus hilfreich ist ...

Sinn?

ABER WARUM?!?

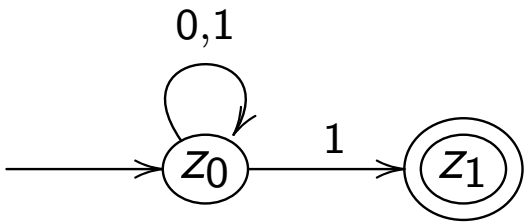
Man kann damit oft sehr schnell Automaten entwerfen. Z.B. für die Sprache von vorhin (Wörter, die auf 1 enden):

... und wir werden später noch mehrere Stellen sehen, an denen das Konzept des Nichtdeterminismus hilfreich ist ...

Sinn?

ABER WARUM?!?

Man kann damit oft sehr schnell Automaten entwerfen. Z.B. für die Sprache von vorhin (Wörter, die auf 1 enden):

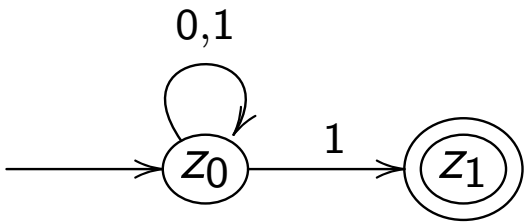


... und wir werden später noch mehrere Stellen sehen, an denen das Konzept des Nichtdeterminismus hilfreich ist ...

Sinn?

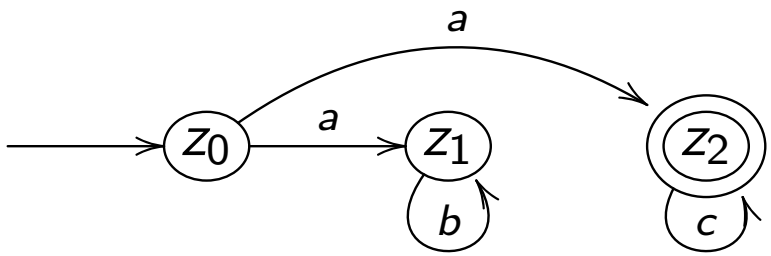
ABER WARUM?!?

Man kann damit oft sehr schnell Automaten entwerfen. Z.B. für die Sprache von vorhin (Wörter, die auf 1 enden):



... und wir werden später noch mehrere Stellen sehen, an denen das Konzept des Nichtdeterminismus hilfreich ist ...

Die Überführungsfunktion



Wie würdet ihr die Überführungsfunktion definieren?

1. $\delta : Z \times \Sigma \to Z$
2. $\delta : Z \times \Sigma \to Z^*$
3. $\delta : Z \times \Sigma \to 2^Z$
4. $\delta : 2^{Z \times \Sigma} \to Z$
5. ganz anders ...

Der nichtdeterministische, endliche Automat

Definition (NFA)

Ein **nichtdeterministischer, endlicher Automat** (NFA) ist ein 5-Tupel

$$A = (Z, \Sigma, \delta, Z_{start}, Z_{end})$$

mit:

- Der endlichen Menge von *Zuständen* Z.
- Dem endlichen Alphabet Σ von *Eingabesymbolen*.
- Der *Überführungsfunktion* $\delta : Z \times \Sigma \to 2^Z$.
- Der Menge der *Startzustände* $Z_{start} \subseteq Z$.
- Der Menge der *Endzustände* $Z_{end} \subseteq Z$.

Der nichtdeterministische, endliche Automat

Definition (NFA - Alternative)

Ein **nichtdeterministischer, endlicher Automat** (NFA) ist ein 5-Tupel

$$A = (Z, \Sigma, K, Z_{start}, Z_{end})$$

mit:

- Der endlichen Menge von *Zuständen* Z.
- Dem endlichen Alphabet Σ von *Eingabesymbolen*.
- Der **Zustandsübergangsrelation** $K \subseteq Z \times \Sigma \times Z$
- Der Menge der *Startzustände* $Z_{start} \subseteq Z$.
- Der Menge der *Endzustände* $Z_{end} \subseteq Z$.

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$

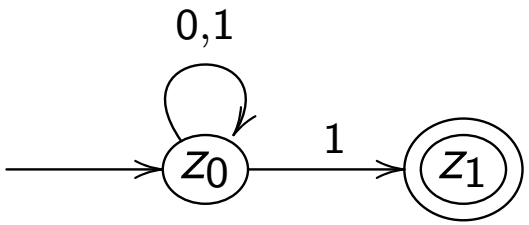
$$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$



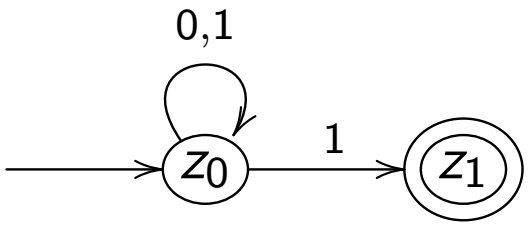
$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$



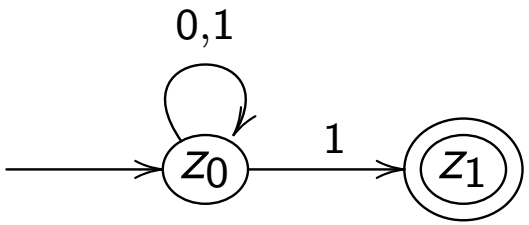
$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) =$
$\hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$



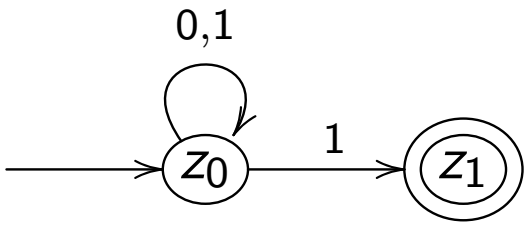
$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) =$
$\hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$



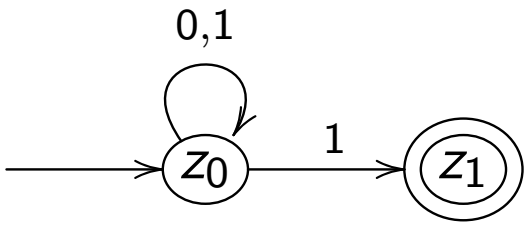
$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) =$
$\hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Erweiterte Überführungsfunktion)

Die **erweiterte Überführungsfunktion** $\hat{\delta} : 2^Z \times \Sigma^* \to 2^Z$ wird für alle $Z' \subseteq Z$, $x \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$ rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \cup_{z \in Z'} \hat{\delta}(\delta(z, x), w) \end{aligned}$$



$\hat{\delta}(\{z_0\}, 011) = \hat{\delta}(\{z_0\}, 11) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) =$
$\hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, \lambda) \cup \hat{\delta}(\emptyset, \lambda) = \{z_0, z_1\}$

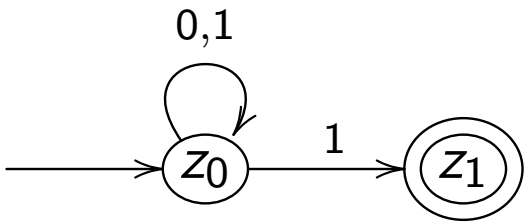
Überführungsfunktion und Rechnung

Anmerkung

Man kann die erweiterte Überführungsfunktion auch wie folgt definieren:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(Z', \lambda) &:= Z' \\ \hat{\delta}(Z', xw) &:= \hat{\delta}(\cup_{z \in Z'} \delta(z, x), w) \end{aligned}$$

Diese Darstellung hat den Vorteil, dass sich im ersten Argument die Menge der bisher erreichten Zustände sammelt.



$\hat{\delta}(\{z_0, z_1\}, 1) = \hat{\delta}(\{z_0, z_1\} \cup \emptyset, \lambda) = \ldots$

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Konfiguration)

1. Eine **Konfiguration** eines NFA A ist ein Tupel $(z, w) \in Z \times \Sigma^*$ mit der Bedeutung, dass A im Zustand z ist und noch das Wort w zu lesen ist.
2. Ein **Konfigurationsübergang** ist dann

$$(z, w) \vdash (z', v)$$

gdw. $w = xv$, $x \in \Sigma$ und $z' \in \delta(z, x)$ ist.

Wichtige Anmerkung

Achtung: Anders als beim DFA gehen hier bei der Konfiguration Informationen verloren! Ein NFA kann sozusagen in mehreren Konfigurationen gleichzeitig sein. Der Sinn hier ist, dass man über bestimmte Rechnungen ähnlich wie beim DFA sprechen will.

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Konfiguration)

1. Eine **Konfiguration** eines NFA A ist ein Tupel $(z, w) \in Z \times \Sigma^*$ mit der Bedeutung, dass A im Zustand z ist und noch das Wort w zu lesen ist.
2. Ein **Konfigurationsübergang** ist dann

$$(z, w) \vdash (z', v)$$

gdw. $w = xv$, $x \in \Sigma$ und $z' \in \delta(z, x)$ ist.

Wichtige Anmerkung

Achtung: Anders als beim DFA gehen hier bei der Konfiguration Informationen verloren! Ein NFA kann sozusagen in mehreren Konfigurationen gleichzeitig sein. Der Sinn hier ist, dass man über bestimmte Rechnungen ähnlich wie beim DFA sprechen will.

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Konfiguration)

1. Eine **Konfiguration** eines NFA A ist ein Tupel $(z, w) \in Z \times \Sigma^*$ mit der Bedeutung, dass A im Zustand z ist und noch das Wort w zu lesen ist.
2. Ein **Konfigurationsübergang** ist dann

$$(z, w) \vdash (z', v)$$

gdw. $w = xv$, $x \in \Sigma$ und $z' \in \delta(z, x)$ ist.

Wichtige Anmerkung

Achtung: Anders als beim DFA gehen hier bei der Konfiguration Informationen verloren! Ein NFA kann sozusagen in mehreren Konfigurationen gleichzeitig sein. Der Sinn hier ist, dass man über bestimmte Rechnungen ähnlich wie beim DFA sprechen will.

Überführungsfunktion und Rechnung

Definition (Rechnung)

1. Eine **Rechnung** auf dem Wort $w \in \Sigma^*$ ist eine Folge von Konfigurationsübergängen, die in (z_0, w) mit $z_0 \in Z_{start}$ beginnt.
2. Endet die Rechnung in (z', λ) und ist $z' \in Z_{end}$, so ist dies eine **Erfolgsrechnung**.
3. Existiert auf einem Eingabewort w eine Erfolgsrechnung, d.h. gibt es eine Rechnung, die in (z_0, w) mit $z_0 \in Z_{start}$ beginnt und in (z_e, λ) mit $z_e \in Z_{end}$ endet, dann wird w akzeptiert.

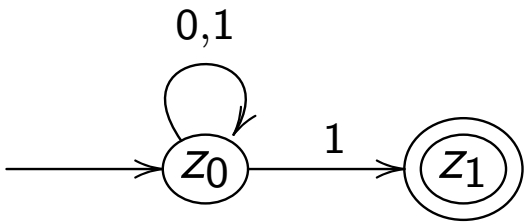
Akzeptierte Sprache

Definition (Akzeptierte Sprache)

Die von einem NFA A **akzeptierte Sprache** ist die Menge

$$\begin{aligned} L(A) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(Z_{start}, w) \in Z_{end}\} \\ &= \{w \in \Sigma^* \mid (z_0, w) \vdash^* (z_e, \lambda), z_0 \in Z_{start}, z_e \in Z_{end}\} \end{aligned}$$

Ein Beispiel

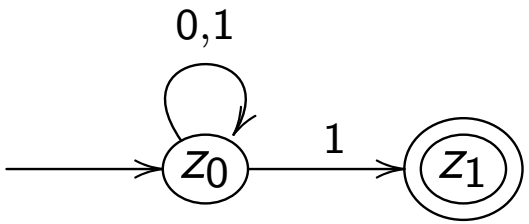


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – akzeptierend
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

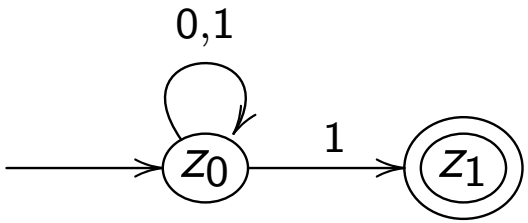


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – akzeptierend
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

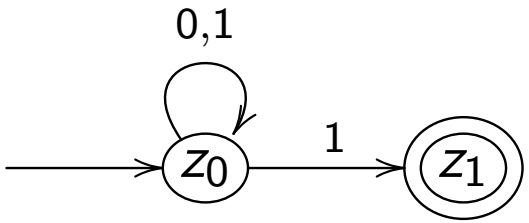


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – akzeptierend
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

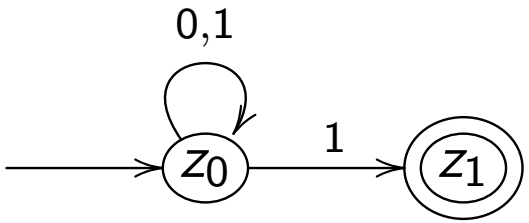


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – akzeptierend
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

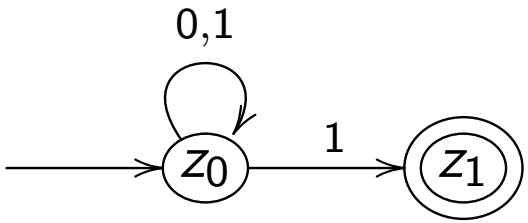


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – ablehnen
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

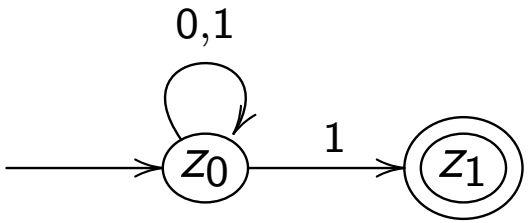


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – ablehnen
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptierend

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

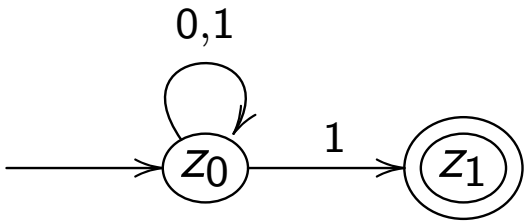


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – ablehnen
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptieren!

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

Ein Beispiel

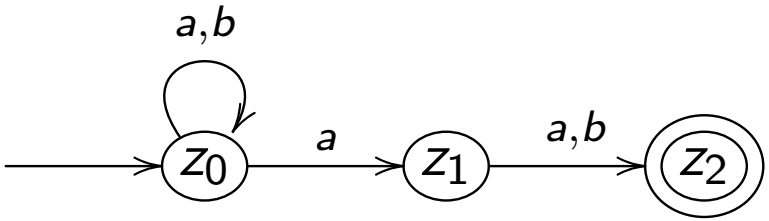


Alle möglichen Rechnungen auf dem Wort 011:

- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_1, 1)$ – blockiert
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_0, \lambda)$ – ablehnen
- $(z_0, 011) \vdash (z_0, 11) \vdash (z_0, 1) \vdash (z_1, \lambda)$ – akzeptieren!

Da es (mindestens) eine akzeptierende Rechnung gibt, akzeptiert der Automat die Eingabe!

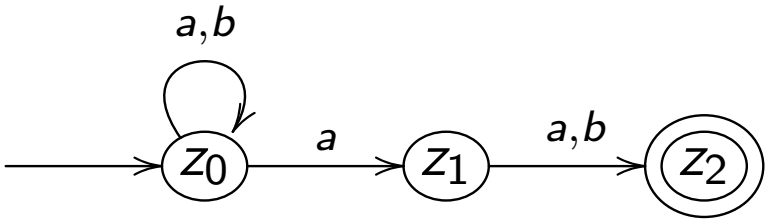
Fragen...



Was ist $\hat{\delta}(\{z_0\}, aaa)$?

1. z_2
2. $\{z_2\}$
3. $\{z_0, z_2\}$
4. $\{z_0, z_1\}$
5. $\{z_0, z_1, z_2\}$

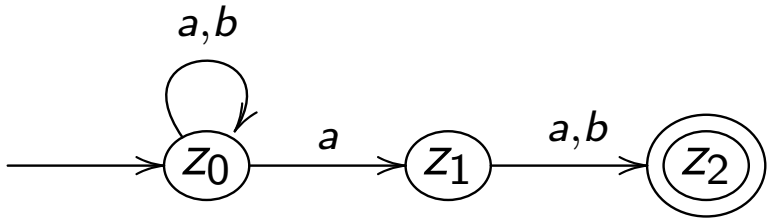
Fragen...



Was ist $\hat{\delta}(\{z_0\}, aba)$?

1. z_2
2. $\{z_2\}$
3. $\{z_0, z_2\}$
4. $\{z_0, z_1\}$
5. $\{z_0, z_1, z_2\}$

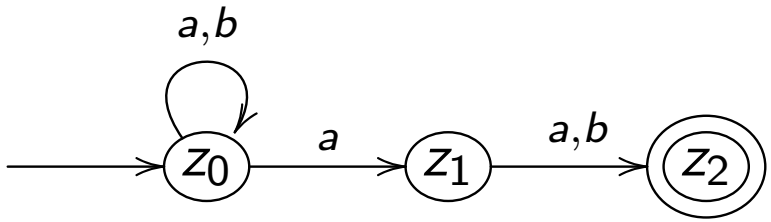
Fragen...



Gibt es eine Rechnung auf *aaa*, bei der A blockiert?

1. Ja!
2. Nein!

Fragen...



Welche Sprache akzeptiert dieser NFA?

1. $\{a, b\}^*\{a\}\{a, b\}^*$
2. $\{a, b\}\{a\}\{a, b\}^*$
3. $\{a, b\}^*\{a\}\{a, b\}$
4. $\{a, b\}\{a\}\{a, b\}$

Zur Nachbereitung

Zur Nachbereitung

Richtige Antworten sind:

1. 5
2. 4
3. 1
4. 3

Äquivalenz?

Anmerkung

Jeder DFA kann auch als spezieller NFA gesehen werden, indem man

$$\delta_N(z, x) = \{\delta_D(z, x)\} \text{ und } Z_{start} = \{z_0\}$$

setzt (δ_N ist die Überführungsfunktion des NFA, δ_D die des DFA).

Alternativ geht auch:

$$K := \{(z, x, z') \mid z \in Z, x \in \Sigma, z' = \delta(z, x)\}$$

Aber geht das auch andersherum ??

Äquivalenz?

Anmerkung

Jeder DFA kann auch als spezieller NFA gesehen werden, indem man

$$\delta_N(z, x) = \{\delta_D(z, x)\} \text{ und } Z_{start} = \{z_0\}$$

setzt (δ_N ist die Überführungsfunktion des NFA, δ_D die des DFA). Alternativ geht auch:

$$K := \{(z, x, z') \mid z \in Z, x \in \Sigma, z' = \delta(z, x)\}$$

Aber geht das auch andersherum ??

Äquivalenz?

Anmerkung

Jeder DFA kann auch als spezieller NFA gesehen werden, indem man

$$\delta_N(z, x) = \{\delta_D(z, x)\} \text{ und } Z_{start} = \{z_0\}$$

setzt (δ_N ist die Überführungsfunktion des NFA, δ_D die des DFA). Alternativ geht auch:

$$K := \{(z, x, z') \mid z \in Z, x \in \Sigma, z' = \delta(z, x)\}$$

Aber geht das auch andersherum ??

Die Idee

Ausgehend von der Arbeitsweise eines NFA macht es Sinn

- Sich die Zustände, in denen der NFA nach Lesen eines Teilwortes sein kann, zu merken (z.B. in einer Menge).

Aufgrund der Akzeptanzbedingung eines NFA

- Sollten wir genau dann akzeptieren, wenn in der gemerkten Menge ein Endzustand auftritt.

Hier machen wir morgen weiter ...

Die Idee

Ausgehend von der Arbeitsweise eines NFA macht es Sinn

- Sich die Zustände, in denen der NFA nach Lesen eines Teilwortes sein kann, zu merken (z.B. in einer Menge).

Aufgrund der Akzeptanzbedingung eines NFA

- Sollten wir genau dann akzeptieren, wenn in der gemerkten Menge ein Endzustand auftritt.

Hier machen wir morgen weiter ...

Die Idee

Ausgehend von der Arbeitsweise eines NFA macht es Sinn

- Sich die Zustände, in denen der NFA nach Lesen eines Teilwortes sein kann, zu merken (z.B. in einer Menge).

Aufgrund der Akzeptanzbedingung eines NFA

- Sollten wir genau dann akzeptieren, wenn in der gemerkten Menge ein Endzustand auftritt.

Hier machen wir morgen weiter ...

Die Idee

Ausgehend von der Arbeitsweise eines NFA macht es Sinn

- Sich die Zustände, in denen der NFA nach Lesen eines Teilwortes sein kann, zu merken (z.B. in einer Menge).

Aufgrund der Akzeptanzbedingung eines NFA

- Sollten wir genau dann akzeptieren, wenn in der gemerkten Menge ein Endzustand auftritt.

Hier machen wir morgen weiter ...

Die Idee

Ausgehend von der Arbeitsweise eines NFA macht es Sinn

- Sich die Zustände, in denen der NFA nach Lesen eines Teilwortes sein kann, zu merken (z.B. in einer Menge).

Aufgrund der Akzeptanzbedingung eines NFA

- Sollten wir genau dann akzeptieren, wenn in der gemerkten Menge ein Endzustand auftritt.

Hier machen wir morgen weiter ...

Zusammenfassung

Wir haben heute:

- Zwei **Konstruktionsmethoden für DFAs** kennengelernt.
- Gesehen, wo DFAs (u.a.) sinnvoll benutzt werden können.
- **NFAs** kennengelernt.