BEISPIELE:

(1) $N = (\{a, b^2\}, \{b, a\})$ $\quad V = \{a, b\},\ V_T = \{a\}$

$A = \{b\}$

$b, a, b^2, ba, a^2, ab^2, b^4, b^3a, b^2a^2, ba^3, a^4,$

$a^3b^2, a^2b^4, ab^6, b^8, ba^7, \dots$

$S(G) = \{ a^i b^j \mid 2i + j = 2^k,\ k \geq 0 \}$

$\cup \{ b^i a^j \mid i + j = 2^k,\ k \geq 0 \}$

$L(G) = \{ a^{2^n} \mid n \geq 0 \}$

BEISPIEL $\quad S_3 = \{(aba, \lambda), (\lambda, aba)\}$

$\overset{*}{\underset{(S_3)}{\Leftrightarrow}}$ IST SYMMETRISCH, DA $\underset{(S_3)}{\Rightarrow}$ SYMMETRISCH

ALSO THUE-KONGRUENZ.

SCHREIBWEISE $\quad T := \{ (aba, \lambda) \}$

ODER $\quad T := \{ (\lambda, aba) \}$

UND $\quad \overset{*}{\underset{(T)}{\Leftrightarrow}}$

DEF $\quad$ KONGRUENZKLASSEN

DA BEI THUE-SYSTEMEN $T \subseteq V^* \times V^*$ RELATION

$\overset{*}{\underset{(T)}{\Leftrightarrow}}$ KONGRUENZRELATION,

SEI $\quad [w] := \{ v \mid w \overset{*}{\underset{(T)}{\Leftrightarrow}} v \}$

DIE KONGRUENZKLASSE ZU $w \in V^*$.

TH 86 $\quad L = \{ a^{2^n} \mid n \geq 0 \}$ IST NICHT SPRACHE EINES STS MIT ENDLICH VIELEN AXIOMEN.

BEW.: SEI $G = (V, S_1, A)$ STS MIT $L = S(G)$.

DANN IST $V = \{a\}$, $A = \{ a^{k_1}, \dots, a^{k_s} \}$,

$S_1 = \{ (a^{n_1}, a^{m_1}), \dots \}$

UND ES GILT: $\quad a^{2^{n_1}} \Rightarrow a^{2^{n_1} - n_1 + m_1}$

$a^{2^{n_1+1}} \Rightarrow a^{2^{n_1+1} - n_1 + m_1}$

NUN MUSS GELTEN

$$2^{n_1} - n_1 + m_1 = 2^k \wedge 2^{n_1+1} - n_1 + m_1 = 2^\ell$$

$\Rightarrow 2^{n_1} = 2^\ell - 2^k$

$\Rightarrow k = n_1 \wedge \ell = n_1 + 1$

$\Rightarrow n_1 = m_1$