THS6 KF IST EFFEKTIV GEGEN DURCHSCHNITT MIT REGULÄREN MENGEN ABGESCHLOSSEN

BEW.: SIMULATION DES ENDLICHEN AUTOMATEN IN DEN SATZFORMEN UND HILFSZEICHEN DER KFG.

SEI $G=(V,T,P,S)$ KFG FÜR $L:=L(G)$

UND $A=(Z,T,K,Z_s,Z_e)$ EA FÜR $R:=L(A)$ (BUCHST.)

DEFINIERE $\bar{G} := (\bar{V},T,\bar{P},\bar{S})$ DURCH

$$\bar{V} := \{ [z,A,z'] \mid z,z' \in Z,\ A \in V \} \cup T \cup \{\bar{S}\}$$

$$\begin{aligned}\bar{P} := \{ & [z_1,A,z_{k+1}] \to [z_1,A_1,z_2][z_2,A_2,z_3]\cdots[z_k,A_k,z_{k+1}] \mid \\ & A \in V-T,\ A_i \in V,\ n \geq 1,\ A \to A_1 \cdots A_k \in P,\ z_i \in Z \} \\ \cup \{ & [z,A,z] \to \lambda \mid z \in Z,\ A \to \lambda \in P \} \\ \cup \{ & [z,a,z'] \to a \mid a \in T,\ (z,a,z') \in K \} \\ \cup \{ & \bar{S} \to [z,S,z'] \mid z \in Z_s,\ z' \in Z_E \}\end{aligned}$$

DANN GILT $\bar{S} \overset{*}{\Rightarrow} [z_0,A_1,z_1][z_1',A_2,z_2]\cdots[z_{n-1}',A_n,z_n]$

$\Leftrightarrow z_0 \in Z_S \wedge z_n \in Z_E \wedge z_i = z_i' \wedge S \overset{*}{\Rightarrow} A_1 \cdots A_n$

(INDUKTION ÜBER LÄNGE DER ABLEITUNG)

UND

$$w = x_1 \cdots x_n \in L(G) \Leftrightarrow \bar{S} \overset{*}{\Rightarrow} [z_0,x_1,z_1][z_1,x_2,z_2]\cdots[z_{n-1},x_n,z_n]$$
$$(z_0 \in Z_s,\ z_n \in Z_E)$$

SOMIT $w = x_1 \cdots x_n \in L(\bar{G}) \Leftrightarrow \bar{S} \overset{*}{\Rightarrow} [z_0,x_1,z_1]\cdots[z_{n-1},x_n,z_n]$

$$\overset{*}{\Rightarrow} x_1 \cdots x_n$$

$$\wedge\ z_0 \xrightarrow[x_1]{} z_1 \to \cdots \xrightarrow[x_n]{} z_n$$

ALSO $w \in L(\bar{G}) \Leftrightarrow w \in L(G) \wedge w \in L(A)$

BEISPIEL $L := \{ w \in \{a,b,c,d\}^* \mid \#_a(w) = \#_c(w),\ \#_b(w) = \#_d(w) \} \notin KF$

BEW.: SEI $L \in KF$.

DANN GILT $L' := L \cap a^*b^*(cd)^* \in KF$ (THS6)

NUN IST $L' = \{ a^n b^m (cd)^k \mid n=k,\ m=k \}$
$= \{ a^n b^n (cd)^n \mid n \geq 0 \}$

SEI $h(a):=a,\ h(b):=b,\ h(c):=c,\ h(d):=\lambda$ (THS3)

DANN FOLGT $h(L') = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \} \in KF$

MIT TH54 IST NOCH EINMAL REG $\subsetneq$ KF BEWIESEN

THS7 KF IST EFFEKTIV GEGEN QUOTIENTENBILDUNG MIT REGULÄREN MENGEN ABGESCHLOSSEN,

D.H. $L \in KF \wedge R \in REG \Rightarrow L/R \in KF$

BEW.: SEI $L \subseteq X^*,\ L \in KF,\ R \subseteq X^*,\ R \in REG$

DEFINIERE $\bar{X} := \{ \bar{x} \mid x \in X \}$ UND SUBSTITUTIONEN

$s_L(x) := \{x, \bar{x}\}$ $\quad x \in X$

$s_R(x) := \{\bar{x}\}$ $\quad x \in X$

DANN GILT $L' := s_L(L) \cap (X^* \cdot s_R(R))$
$= \{ u\bar{v} \mid uv \in L,\ v \in R \} \in KF$

SEI $s(x) := x,\ s(\bar{x}) := \lambda$

DANN GILT $s(L') = \{ u \mid uv \in L,\ v \in R \} = L/R \in KF$