DEF POST'SCHES KORRESPONDENZ-PROBLEM (PCP)

SEI $X$ ENDLICHES ALPHABET UND

$\underline{x} := (x_1, \dots, x_n)$ , $\underline{y} := (y_1, \dots, y_n)$ ZWEI

GLEICH LANGE LISTEN VON WORTEN $x_i, y_i \in X^*$

DAS PCP (FÜR $\underline{x}, \underline{y}$) IST DIE FRAGE :

EXISTIERT FOLGE VON INDIZES $i_1, i_2, \dots, i_k$

MIT $i_j \in \{1, \dots, n\}$, SO DASS

$x_{i_1} x_{i_2} \cdots x_{i_k} = y_{i_1} y_{i_2} \cdots y_{i_k}$ GILT ? $\quad k \neq 0$

ANDERE FORMULIERUNG

SEIEN $Y_n := \{1, \dots, n\}$ , $X$ ENDLICHE ALPHABETE

UND $h_1, h_2 : Y_n \to X^*$ HOMOMORPHISMEN.

DAS PCP IST DIE FRAGE :

$\exists\, w \in Y_n^+ : \; h_1(w) = h_2(w)$ ?

BEISPIELE :

(1) $\underline{x} := (a, b^2 a, a^2 b)$ , $\underline{y} := (ba, a^3, ba)$

KEINE LÖSUNG, DENN WENN $x_i$ MIT $a$ BEGINNT, SO $y_i$ MIT $b$ UND UMGEKEHRT.

(2) $\underline{x} := (b^3, ab^2)$ , $\underline{y} := (b^2, bab^3)$

LÖSUNG : 1,2,1

DA $b^3 ab^2 b^3 = b^2 bab^3 b^2$

(3) $\underline{x} := (aab, ab, ab, ba)$ , $\underline{y} := (a, abb, bab, aab)$

KÜRZESTE LÖSUNG : FOLGE VON 66 INDIZES.

TH 78 DAS PCP IST (FÜR ALPHABETE MIT MINDESTENS 2 SYMBOLEN) UNENTSCHEIDBAR :

ES EXISTIERT KEIN ALGORITHMUS, DER FÜR BELIEBIGE LISTEN $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)$ , $\underline{y} = (y_1, \dots, y_n)$ VON WORTEN $x_i, y_i \in X^*$ FESTSTELLT, OB ES EINE INDEXFOLGE $i_1, \dots, i_k$ GIBT MIT $x_{i_1} \cdots x_{i_k} = y_{i_1} \cdots y_{i_k}$ .

BEW.: DAS HALTEPROBLEM VON TURINGMASCHINEN WIRD AUF PCP'S ZURÜCKGEFÜHRT, INDEM ZU JEDER TM A EIN PCP $(\underline{x}, \underline{y})$ KONSTRUIERT WIRD MIT

$(\underline{x}, \underline{y})$ HAT LÖSUNG $\Leftrightarrow$ A HÄLT

LETZTERES IST UNENTSCHEIDBAR.

TH IM PCP KANN MAN ANNEHMEN, DASS DAS ALPHABET $X$ AUS 2 SYMBOLEN BESTEHT.

BEW.: SEI $X = \{s_1, \dots, s_m\}$ , $A = \{a, b\}$ .

DANN DEFINIERE MAN DEN HOMOMORPHISMUS

$c : X^* \to A^*$ DURCH $c(s_i) = ba^i$

$c$ IST EINEINDEUTIG, D.H.

$c(u_1) = c(u_2) \Leftrightarrow u_1 = u_2$