Informatik A3

Aufgabenzettel 5

Besprechung der Lösung in der Woche 24.11. bis 28.11.1997

Übungsaufgabe 13:

Eine *Substitution* ist ein Homomorphismus $s : X^* \to 2^{Y^*}$, wobei X und Y Alphabete sind und s folgende Eigenschaften besitzt:

1. $s(\lambda) := \{\lambda\}$.
2. $\forall u, v \in X^* : s(uv) = s(u) \cdot s(v)$

Ist $s(x)$ regulär für jedes $x \in X$, dann heißt s eine *reguläre* Substitution.
Für eine Sprache $L \subseteq X^*$ werde s kanonisch erweitert durch:

$$s(L) := \bigcup_{w \in L} s(w)$$

Geben Sie drei Beweise dafür an, daß durch reguläre Substitution aus regulären Sprachen stets nur reguläre Sprachen entstehen.

1. Geben Sie an, wie aus dem endlichen Automaten für eine Sprache R und den endlichen Automaten für die Mengen $s(x)$ für $x \in X$ ein endlicher Automat für $s(R)$ gewonnen werden kann.
2. Geben Sie an, wie aus einem rationalen Ausdruck für eine Sprache R und den rationalen Ausdrücken für die Mengen $s(x)$ für $x \in X$ ein rationaler Ausdruck für $s(R)$ gewonnen werden kann.
3. Geben Sie an, wie aus einer einseitig linearen Grammatik für eine Sprache R und einseitig linearen Grammatiken für die Mengen $s(x)$ für $x \in X$ eine einseitig lineare Grammatik für $s(R)$ gewonnen werden kann.

Geben Sie zusätzlich zu den Konstruktionsvorschriften jeweils Begründungen für die Korrektheit der Konstruktion an.

Übungsaufgabe 14:

Schreiben Sie zu jeder der angegebenen Mengen eine kontextfreie Grammatik, die diese Sprache erzeugt.

1. $\{a\}^* \setminus \{aaa, aaaaa\}^*$
2. $\{w \mid \exists v \in \{a,b\}^* : w = v(v)^{\text{rev}}\}$
3. $\{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
4. $\{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} : n \neq m\}$
5. $\{wc(w)^{\text{rev}} \mid w \in R\}$ für eine beliebig vorgegebene reguläre Menge $R \subseteq \{a,b\}^*$.

Übungsaufgabe 15:

Geben Sie ein Verfahren an, mit dem für jede kontextfreie Grammatik, deren Alphabet das Zeichen a enthält, entschieden werden kann, ob sie ein Wort aus $\{a\}^*$ erzeugt. Begründen Sie die Korrektheit.

Hinweis: Ändern Sie bekannte Verfahren entsprechend.