Informatik A3

Aufgabenzettel 3

Besprechung der Lösungen in der Woche vom 10.11. bis zum 14.11.1997.

Übungsaufgabe 7:
Zeigen Sie, daß für zwei beliebige reguläre Mengen $R_1, R_2 \subseteq X^*$ auch folgende Mengen wieder regulär sind:

a. $X^* \setminus R_1$

b. $R_1 \setminus R_2$

c. $R_1 \cap R_2$

Hinweis: b und c folgen beinahe sofort aus a!

Übungsaufgabe 8:
Sei R eine beliebig vorgegebene reguläre Menge über dem Alphabet X und A ein endlicher Automat, für den $L(A) = R$ gilt.
Untersuchen Sie, ob unter diesen Voraussetzungen auch jede der unten genannten Mengen L_i regulär ist. Wenn ja, konstruieren Sie (unter Rückgriff auf A) einen nichtdeterministischen endlichen Automaten A_i, der L_i akzeptiert. Andernfalls geben Sie eine reguläre Menge R an, für welche L_i nicht regulär ist (mit Beweis).

1. $L_1 := \{w^{rev} | w \in R\}$
   w^{rev} bezeichnet das rekursiv durch $\lambda^{rev} := \lambda$ und $(xw)^{rev} := w^{rev}x$, falls $x \in X$ und $w \in X^*$, definierte Spiegelwort von w.

2. $L_2 := \{uv^{rev} | uv \in R\}$

3. $L_3 := \{w | w \in R \text{ und } w = w^{rev}\}$

4. $L_4 := \bigcup_{w \in R} perm(w)$, wobei $perm(w) := \{x_{i_1}x_{i_2} \cdots x_{i_n} \mid \{1, \ldots, n\} = \{i_1, \ldots, i_n\}\}$ für $w = x_1 x_2 \cdots x_n \in X^*$ mit $x_i \in X$ für jedes $i \in \mathbb{N}$.

5. $L_5 := cycle(R) := \bigcup_{w \in R} cycle(w)$, wobei $\forall w \in X^* : cycle(w) := \{vu \mid \exists u, v \in X^* : w = uv\}$

6. $L_6 := \{twist(w) | w \in R\}$,
   wobei die Abbildung $twist$: $X^* \longrightarrow X^*$ definiert ist durch: $twist(x) := x$ für $x \in X \cup \{\lambda\}$ und $twist(xwy) := x\, y\, twist(w)$ für $x, y \in X$ und $w \in X^*$.