F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 4 : Spracherkennung mit nichtdeterministischer Mehrband Turing-Maschinen und einfache primitiv rekursive Funktionen

Besprechung in der Zeit vom 17.11. bis zum 20.11.2003.

Präsenzaufgabe 4 :

(a) Nennen und beschreiben Sie eine Funktion, die von keiner Turing-Maschine berechnet werden kann. (In weniger als einer Minute Zeit!)

(b) Kann die Turingsche These bzw. die Churchsche These bewiesen werden?

Übungsaufgabe 4.1 :

Geben Sie eine nichtdeterministische Turing-Maschine an, welche die Sprache

$$L := \{ucv \mid \exists x \in \{a,b\} \exists u_1, u_2, v_1, v_2 \in \{a,b\}^* : (u = u_1 x u_2) \wedge (v = v_1 x v_2) \wedge (|u_2| = |v_1|)\}$$

von 5

akzeptiert. Verwenden Sie eine Mehrband-Turing-Maschine mit zwei Arbeitsbändern, bei deren Zustandsdiagramm eine Kante $z_1 \xrightarrow[\text{c,d},\beta]{\text{a,b},\alpha} z_2$ bedeutet, dass die 2-NTM vom Zustand z_1 in den Zustand z_2 übergeht, falls unter dem LSK-1 (bzw. LSK-2) das Symbol a (bzw. c) steht und dabei durch das Symbol b (bzw. d) ersetzt wird und der jeweilige LSK die Bewegung α (bzw. β) aus der Menge $\{L, R, H\}$ macht. Ihre TM soll auf keinen Fall deterministisch arbeiten, d.h. eine NTM sein, die keine DTM ist!
(Die volle Punktzahl erhalten Sie nur, wenn die angegebene TM korrekt arbeitet **und** ihre prinzipielle Arbeitsweise mit wenigen Sätzen beschrieben wurde.) (5 Pkt.)

Übungsaufgabe 4.2 :

Zeigen Sie, dass die Funktion $f : I\!N \to I\!N$, mit

$$f(n) := \sum_{k=0}^{n} k!$$

von 5

primitiv rekursiv ist. Verwenden Sie Definition 3.1 des F3-Skripts und setzen Sie zusätzlich zu den dort zur Verfügung gestellten Basisfunktionen, der Substitution und der primitiven Rekursion nur noch die Multiplikation und Addition zweier natürlicher Zahlen (siehe Beispiel im Skript) als primitiv rekursiv voraus. Es ist hilfreich die Funktionen $fak : I\!N \to I\!N$ und $sum : I\!N \to I\!N$ zunächst einzeln zu erklären, und diese danach geeignet zusammenzufügen! (Für jede dieser Teillösungen erhalten Sie (2 Pkt.)). (5 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 44