F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 3 : Turing-Maschinen und Entscheidbare Mengen

Besprechung in der Zeit vom 11.11. zum 15.11.2001.

Präsenzaufgabe 3 :

Wie kann man zeigen, daß die beiden Mengen $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N}.n = x^2\}$ und $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N}.n = 2^x\}$ entscheidbar sind?

Übungsaufgabe 3.1 :

(a) Geben Sie eine DTM an, welche zeigt, daß die Sprache $L_a := \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b^2\}$ entscheidbar ist. Verwenden Sie eine Mehrband-Turing-Maschine mit mehreren Arbeitsbändern! (Die volle Punktzahl erhalten Sie nur, wenn die angegebene TM korrekt arbeitet **und** ihre prinzipielle Arbeitsweise mit wenigen Sätzen beschrieben wurde.) (4 Pkt.)

(b) Zeigen Sie, da die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(x) := 2^x$ berechenbar ist. (Es genügt, die Arbeitsweise einer geeigneten Turing-Maschine zu beschreiben) (3 Pkt.)

von
7

Übungsaufgabe 3.2 :

Beweisen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen.

(a) Eine Menge $\emptyset \neq M \subseteq \Sigma^*$ ist *rekusiv aufzählbar* genau dann wenn es eine partielle berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to M$ gibt.

(b) Eine Menge $\emptyset \neq M \subseteq \Sigma^*$ ist *rekusiv aufzählbar* genau dann, wenn es eine totale berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to M$ gibt.

von
5

Verwenden Sie für den Beweis eine bijektive Funktion $\pi : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $\pi(j,k) = n(j,k)$ und deren Inverse $(\sigma_1, \sigma_2)\mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ mit $\sigma_1(n(j,k)), \sigma_2(n_(j,k)) = (j,k)$. Beschreiben Sie dazu die Arbeitsweise einer geeigneten Turing-Maschine, ohne diese jedoch formal anzugeben!

(5 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: $\boxed{36}$