F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 1 : Grundlagen

Besprechung in der Zeit vom 28.10. zum 31.10.2002.

Präsenzaufgabe 1 : Die Frage muss, bei Bedarf mit Benutzung der Tafel, beantwortet werden können! In der Übungsstunde wird eine Person der Gruppe dafür von der Übungsgruppenleitung ausgewählt.

Beweisen Sie bitte an der Tafel die Aussage: Für zwei beliebige Funktionen $f, g : I\!N \to I\!R$ gilt: $g(n) \in O(f(n))$ genau dann, wenn $f(n) \in \Omega(g(n))$.

Gilt die Aussage analog auch für o und ω? Gilt also $g(n) \in o(f(n))$ genau dann, wenn $f(n) \in \omega(g(n))$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Übungsaufgabe 1.1 :

von
12

(a) Seien $p \in O(n^r), q \in O(n^s)$. Für welche (minimalen) $t \in I\!N$ gilt $p + q \in O(n^t)$, $p \cdot q \in O(n^t)$, $p^q \in O(n^t)$?

Dabei sind definiert: $(p + q)(x) = p(x) + q(x)$, $(p \cdot q)(x) = p(x) \cdot q(x)$, und $(p^q)(x) = p^{(\lceil q(x) \rceil)}$. (3 Pkt.)

(b) Sei $c \in I\!N$ und seien $f, g : I\!N \longrightarrow I\!N$ Funktionen mit $f(x) := x^{2 \log c}$ bzw. $g(x) := c^{\log x \cdot \log x}$. Für welche Elemente $\alpha \in \{O, o, \Omega, \omega, \Theta\}$ gilt $g \in \alpha(f)$? Begründen Sie Ihre Aussage. (3 Pkt.)

(c) Zeigen Sie, daß folgende Aussage gilt:

$$f \in \Omega(g) \iff \Omega(f) \subseteq \Omega(g)$$

(3 Pkt.)

(d) Sei $\mathcal{F}$ die Menge aller Funktionen $F : I\!N \longrightarrow I\!R$. Definiere auf $\mathcal{F}$ eine Relation $\rho \subseteq \mathcal{F} \times \mathcal{F}$ durch $(f, g) \in \rho \iff f \in \Omega(g)$.

Ist die Relation ρ reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv? (3 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 12

F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 2: Turing-Maschinen

Besprechung in der Zeit vom 05.11. zum 9.11.2001.

Präsenzaufgabe 2:

Was ist eine Konfiguration einer Turingmaschine? Wie wird eine solche Konfiguration notiert?

Kann es bei einer DTM zu einer Konfiguration mehrere Folgekonfigurationen geben?

Übungsaufgabe 2.1:

Sei $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, q_0, \{q_3\})$ eine DTM.
Geben Sie für die folgenden Übergangsfunktionen die Turing-Maschine graphisch an, bestimmen Sie die akzeptierte Sprache und begründen Sie Ihre Behauptung informell (aber schlüssig), z.B. durch eine Beschreibung der möglichen (Erfolgs-)Rechnungen der Maschine! Was steht beim Halten jeweils auf dem Band? (je 4 Pkt.)

von
8

(a) $\delta(q_0, 0) := (1, R, q_0); \delta(q_0, 1) := (1, R, q_1); \delta(q_1, 0) := (1, R, q_2);$
$\delta(q_2, 1) := (1, R, q_1); \delta(q_2, \#) := (\#, H, q_3)$

(b) $\delta(q_0, 1) := (\#, R, q_1); \delta(q_1, 0) := (\#, R, q_0); \delta(q_1, 1) := (\#, R, q_2);$
$\delta(q_2, 1) := (\#, R, q_3); \delta(q_2, \#) := (\#, H, q_3)$

Übungsaufgabe 2.2:

Sei $L := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = xvx, x \in \{0, 1\}, v \in \{0, 1\}^*, |v| = 2k, k \geq 0\}$. Geben Sie eine nichtdeterministische Turing-Maschine M mit möglichst wenig Zuständen an, welche die Sprache L^* akzeptiert. Geben Sie zudem eine DTM an, welche die charakteristische Funktion von L berechnet. Beschreiben Sie jeweils kurz das Verhalten der TM und begründen Sie ihre Korrektheit. (4 Pkt.)

von
4

Bisher erreichbare Punktzahl: 24