

F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 3: Turing-Maschinen und Entscheidbare Mengen

Besprechung in der Zeit vom 12.11. zum 16.11.2001.

Präsenzaufgabe 3:

Wie kann man zeigen, daß die Menge $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N}. n = x^2\}$ entscheidbar ist?

Übungsaufgabe 3.1:

- (a) Geben Sie eine DTM an, welche zeigt, daß die Sprache $L_a := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ entscheidbar ist. Verwenden Sie eine Mehrband-Turing-Maschine mit zwei Arbeitsbändern! (Die volle Punktzahl erhalten Sie nur, wenn die angegebene TM korrekt arbeitet **und** ihre prinzipielle Arbeitsweise mit wenigen Sätzen beschrieben wurde.) (4 Pkt.)
- (b) Zeigen Sie, daß die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) := x^2$ berechenbar ist. (Es genügt, die Arbeitsweise einer geeigneten Turing-Maschine zu beschreiben) (3 Pkt.)

von
7

Übungsaufgabe 3.2:

- (a) Beweisen Sie, daß eine Menge $M \subseteq \mathbb{N}$ genau dann rekursiv aufzählbar ist, wenn es eine (partielle) berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, so daß $\text{Def}(f) = M$ gilt. (3 Pkt.)
- (b) Beweisen Sie, daß zu jeder rekursiven Menge $M \subseteq \mathbb{N}$ (außer der leeren Menge), es eine totale, berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ existiert, so daß $\text{Bild}(f) = M$ gilt. (2 Pkt.)

von
5

Beschreiben Sie dazu jeweils die Arbeitsweise einer geeigneten Turing-Maschine, ohne diese jedoch formal anzugeben!

Bisher erreichbare Punktzahl:

36
