

F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 1 : Grundlagen

Besprechung in der Zeit vom 29.10. zum 02.11 2001.

Präsenzaufgabe 1 : Die Frage muss, bei Bedarf mit Benutzung der Tafel, beantwortet werden können! In der Übungsstunde wird eine Person der Gruppe dafür von der Übungsgruppenleitung ausgewählt.

Beweisen Sie bitte an der Tafel die Aussage:

Für zwei beliebige Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ gilt: $g(n) \in O(f(n))$ genau dann, wenn $f(n) \in \Omega(g(n))$.

Gilt die Aussage analog auch für o und ω ? Gilt also $g(n) \in o(f(n))$ genau dann, wenn $f(n) \in \omega(g(n))$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Übungsaufgabe 1.1 :

- (a) Seien $p, q \in \bigcup_{k \in \mathbb{N}} O(n^k)$. Zeigen Sie, daß dann auch $q \circ p \in \bigcup_{k \in \mathbb{N}} O(n^k)$ gilt. Dabei sei $q \circ p : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $(q \circ p)(x) := q(\lceil p(x) \rceil)$. (3 Pkt.)
- (b) Sei $c \in \mathbb{N}$ und seien $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ Funktionen mit $f(x) := x^{\log c}$ bzw. $g(x) := c^{\log x}$. Für welche Elemente $\alpha \in \{O, o, \Omega, \omega, \Theta\}$ gilt $g \in \alpha(f)$? Begründen Sie Ihre Aussage. (3 Pkt.)
- (c) Zeigen Sie, daß folgende Aussage gilt: (3 Pkt.)

$$f \in O(g) \iff O(f) \subseteq O(g)$$

- (d) Bezeichne „ $\bullet \in O(\bullet)$ “ eine Relation zwischen einstelligen, natürlichzahligen Funktionen, so daß für $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gilt $(f, g) \in \bullet \in O(\bullet) \iff f \in O(g)$. Zeigen Sie, daß „ $\bullet \in O(\bullet)$ “ eine (partielle) Quasiordnung, d.h. reflexiv und transitiv, ist. (3 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl:

von
12

12
