F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 12 : Kellerautomaten

Besprechung am 09.07.2003.

Präsenzaufgabe 12 :

(i) Kann es in einem deterministischen Kellerautomaten einen Zustandsübergang geben, bei dem λ von der Eingabe gelesen und der Keller modifiziert wird?

(ii) Kann jede kontextfreie Sprache von einem Kellerautomaten mit leerem Keller akzeptiert werden?

(iii) Ist jede Sprache, die von einem deterministischen Kellerautomaten mit leerem Keller akzeptiert wird, präfixfrei?

Übungsaufgabe 12.1 :

von
5

(i) Konstruieren Sie nach dem Verfahren aus dem Skript (im Beweis zu Theorem 5.12) zu der nachstehenden kontextfreien Grammatik $G_{12.1(i)}$ einen Kellerautomaten $A_{12.1}$, der die von $G_{12.1(i)}$ generierte Sprache $L(G_{12.1(i)})$ akzeptiert, d.h., für den $L(G_{12.1(i)}) = L(A_{12.1})$ gilt.

Sei $G_{12.1(i)} := (\{E, T, F\}, \{(,), +, *, i\}, P, E)$ gegeben durch die Regelmenge P:

$$\begin{array}{lcl} E & \longrightarrow & E + T \mid T \\ T & \longrightarrow & T * F \mid F \\ F & \longrightarrow & (E) \mid i. \end{array}$$

Zeichnen Sie das vollständige Zustandsdiagramm eines PDA, der genau diese Sprache akzeptiert, und kopieren Sie nicht nur die parametrisierte Beschreibung aus der Darstellung des Verfahrens im Skript!

Für das Zustandsdiagramm eines korrekt arbeitenden PDA mit allen für diese CFG erforderlichen Kanteninschriften erhalten Sie: (3 Pkt.)

(ii) Sei $L_{12.1(ii)} := \{a^r b^{r+s} \mid r, s \in I\!N\}$. Existiert ein DPDA A, der $L_{12.1(ii)}$ mit leerem Keller akzeptiert? Falls ja, geben Sie einen geeigneten Automaten an. Ansonsten begründen Sie, dass ein solcher Kellerautomat nicht existieren kann! (2 Pkt.)

Übungsaufgabe 12.2:

Sei P die nicht reguläre Menge der im Folgenden definierten aussagenlogischen Postfix-Formeln (Die früheren HP-Taschenrechner benutzten diese Notation auch für die Auswertung arithmetischer Terme. In der Logik ist dies als „umgekehrte polnische Notation“ bekannt, denn eine von J. Łukasiewicz geleitete Gruppe polnischer Mathematiker definierten eine Schreibweise mit Präfix-Operatoren, vergl. F2, Aufgabe 11.1):

von
6

1. jede Aussagenlogische Variable aus $\{p, q, r\}$ ist eine Postfix-Formel aus P.
2. wenn α und β Postfix-Formeln aus P sind, so ist jeweils auch $\alpha\neg$, $\alpha\beta\wedge$ und $\alpha\beta\vee$ eine korrekte Postfix-Formel.
3. nur die mit 1. und 2. erzeugbaren Zeichenketten sind korrekte Postfix-Formeln aus P.

Bitte Lösen Sie nun diese zwei Aufgaben:

(i) Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm eines Kellerautomaten A (PDA oder DPDA) der die Menge P akzeptiert (ob mit Endzustand oder mit leerem Keller bleibt Ihnen überlassen.) (3 Pkt.)

(ii) Für die Begründung, der korrekten Arbeitsweise des PDA's erhalten Sie bis zu: (3 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 160