F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 8 : Anwendung von Abschlussoperatoren und Algorithmen für reguläre Mengen

Besprechung am 04.6.2003.

Präsenzaufgabe 8 :

(i) Ist jede Sprachfamilie, die gegenüber Durchschnittsbildung und Vereinigung abgeschlossen ist, immer auch gegenüber Komplementbildung abgeschlossen?

(ii) Was sind die Unterschiede und was die Gemeinsamkeiten von endlichen Substitutionen und Homomorphismen, wenn diese auf reguläre Mengen angewendet werden?

Übungsaufgabe 8.1 :

von
5

Als versierte(r) Informatiker[in] sollen Sie bei der Programmierung eines 2-D Computer-Spiels helfen. Dazu werden Sie gebeten, diejenigen Abfolgen von Tastenbedienungen zu beschreiben, die eine Spielfigur auf einer Ebene von einem Startpunkt mit den Kordinaten $(s_1, s_2) \in \mathbb{N}^2$ zu einem Zielpunkt $(z_1, z_2) \in \mathbb{N}^2$ bewegt. Hierbei führt das Drücken einer Buchstabentaste O (bzw. U, R, L) zu einer Bewegung der Spielfigur um eine Längeneinheit nach **O**ben (oder entsprechend: **U**nten, **R**echts, oder **L**inks). Beschreiben Sie jede Folge von Tastendrücken durch das entsprechende Wort aus $\{O, U, R, L\}^*$.

1. Beschreiben Sie die hier informal beschriebene Menge

   $$L_{sz} := \{w \in \{O, U, R, L\}^* \mid w \text{ beschreibt einen Weg der Spielfigur vom Start-Punkt } s := (s_1, s_2) \in \mathbb{N}^2 \text{ zum Ziel-Punkt } z := (z_1, z_2) \in \mathbb{N}^2\}$$

   in einer mathematischeren Darstellung unter Verwendung der bekannten Notation $|w|_x$ für Symbole x des verwendeten Alphabets sowie einfachster algebraischer Ausdrücke. (2 Pkt.)

2. Anstelle der von Ihnen (hoffentlich) richtig beschriebenen Menge L_{sz} werden Sie nun gebeten zu beweisen, dass folgende, in ähnlichem Zusammenhang entstandene Sprache L_{00} nicht regulär sein kann:

   $$L_{00} := \{w \in \{R, U, D\}^* \mid |w|_R = |w|_U = |w|_D\}$$

   Nutzen Sie das Wissen über Abschlusseigenschaften regulärer Mengen und bekannte Mengen, deren Nichtregularität im Skript oder früher schon bewiesen wurde (nicht den Hinweis auf die zitierte Stelle vergessen!). Wenden Sie NICHT das uvw-Theorem erneut an! (3 Pkt.)

Übungsaufgabe 8.2 :

Geben Sie die Schritte an, nach denen folgende Fragen entschieden werden können, ähnlich wie dies in der Vorlesung bei ähnlichen Fragestellungen (Problemen, Algorithmen) skizziert wurde:

von
6

(i) **Gegeben:** Zwei rationale Ausdrücke A und B
Frage: Gibt es ein Wort in der von A beschriebenen Menge M_A, welches nicht in der von B beschriebenen MengeM_B vorkommt? (2 Pkt.)

(ii) **Gegeben:** Ein NFA $A := (Z, \Sigma, K, Z_{\text{start}}, Z_{\text{end}})$
Frage: Gilt $L(A) = \Sigma^*$? (2 Pkt.)

(iii) **Gegeben:** Ein DFA $A := (Z, \Sigma, \delta, \{z_0\}, Z_{\text{end}})$
Frage: Gibt es ein Palindrom in der akzeptierten Sprache $L(A)$? (2 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 110