# F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 7: Homomorphismen und $uvw$-Theorem

Besprechung am 28.05.2003.

Präsenzaufgabe 7:

(i) Sei $L_{\text{not}}$ eine Sprache, die nicht regulär ist. In welchem der aufgelisteten Fälle könnte eine unbekannte Menge $L$ regulär sein?

1. $L_{\text{not}} \subseteq L$
2. $L \subseteq L_{\text{not}}$

(ii) Wozu kann das Pumping-Lemma der regulären Sprachen ($uvw$-Theorem) dienen? Welche der folgenden Aussagen trifft/treffen zu?

1. Damit kann gezeigt werden, dass ein Automat endlich ist.
2. Damit kann gezeigt werden, dass eine Sprache regulär ist.
3. Damit kann gezeigt werden, dass eine Sprache nicht regulär ist.

Übungsaufgabe 7.1:

1. Entsprechend dem von Vorlesung und Skript bekannten Verfahren zum Finden der initialen Zusammenhangskomponente beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem zu einem gegebenen vDFA alle Zustände ermittelt werden, die bei Eingabe von Wörtern gerader Länge erreicht werden. (Benutzen Sie so viel des bekannten Verfahrens wie möglich und so wenig wie nötig!) (3 Pkt.)

| |
|---|
| |
| von |
| 8 |

2. Geben Sie für jede der folgenden regulären Mengen einen NFA (oder einen rationalen Ausdruck) an, der sie akzeptiert (bzw. beschreibt). Benutzen Sie dazu eine passende Darstellung der verwendeten Menge $R$ durch einen DFA oder rationalen Ausdruck.

   (i) Sei $R$ eine beliebige reguläre Menge und $L_R := \{a^{|w|} \mid w \in R\}$ (2 Pkt.)

   (ii) Sei $R$ eine beliebige reguläre Menge und $L_{\frac{1}{2}R} := \{a^{\left\lfloor \frac{|w|}{2} \right\rfloor} \mid w \in R\}$. (3 Pkt.)

Übungsaufgabe 7.2:

1. Betrachten sie folgende Menge $L_{7.2(i)} := \{w \in \{a,b\}^* \mid g(w) = h(w)\}$, wobei die

   Homomorphismen $g, h : \{a,b\}^* \to \{a,b\}^*$ durch $\begin{array}{lll} g(a) & := & \lambda \\ g(b) & := & a \end{array}$ und $\begin{array}{lll} h(a) & := & a \\ h(b) & := & a \end{array}$

   erklärt sind. Falls diese Menge regulär ist, geben Sie einen rationalen Ausdruck an, der sie beschreibt, ansonsten beweisen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist. (2 Pkt.)

| |
|---|
| |
| von |
| 8 |

2. Sei $L_{7.2(ii)} := \{a^m b^n \mid (1 \leq m, n) \wedge (n \leq 2m \leq 3n)\}$.

   (i) Notieren Sie zunächst alle Wörter der Menge $L_{7.2(ii)}$ deren Länge zwischen 0 und 6 (inklusive) ist. (2 Pkt.)

   (ii) Wenden Sie das Pumping-Lemma an, um zu zeigen, dass die Sprache $L_{7.2(ii)}$ nicht regulär ist (4 Pkt.)

*Bisher erreichbare Punktzahl*: 99