

Automaten und Komplexität

Aufgabenzettel 2: Formale Sprachen und Automaten

Korrektur in maximal 2 Wochen

Übungsaufgabe 2.1:

Geben Sie einen Einweg-DFA mit zwei Köpfen (2-1DFA) an, der genau die Menge aller Wörter $w \in \{a, b\}^*$ akzeptiert, deren n -letzter Buchstabe ein a ist. Versuchen Sie eine möglichst kleine Zustandszahl zu erreichen ($O(n)$ reicht). (3 Pkt.)

Übungsaufgabe 2.2:

Definieren Sie für die Sprachen

$$L_1 := \{a^n b^{n+m} c^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \quad \text{und} \quad (3 \text{ Pkt.})$$

$$L_2 := \{a^n b^{2^n} c^n \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \quad (3 \text{ Pkt.})$$

jeweils einen Einweg-DFA mit mehreren Köpfen (k -1DFA), der die jeweilige Sprache akzeptiert.

Versuchen Sie, mit möglichst wenig Köpfen auszukommen. Wieviele sind mindestens nötig?

Übungsaufgabe 2.3:

Jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ kann sowohl k -när als auch polyadisch auf genau eine Weise dargestellt werden.

Für $k \geq 2$ ist die Zeichenfolge $a_m a_{m-1} \cdots a_0 \in \{0, \dots, k-1\}^*$ genau dann eine k -näre Zahlendarstellung, wenn $m \geq 1$ ist und außerdem $a_m \neq 0$ gilt, falls $m > 1$ erfüllt sind. Die Folge stellt die Zahl $n := \sum_{i=0}^m a_i \cdot k^i$ dar.

Jede Zeichenfolge $a_m a_{m-1} \cdots a_0 \in \{1, \dots, k\}^*$ ist eine k -adische Zahlendarstellung. Auch sie stellt die Zahl $n := \sum_{i=0}^m a_i \cdot k^i$ dar. Die Zahl 0 wird also durch das leere Wort repräsentiert.

Die unäre Darstellung der Zahl n besteht aus $n + 1$ Einsen. Sie ist damit identisch zur 1-adischen Darstellung von $n + 1$.

Geben Sie jeweils eine deterministische Turing-Maschine, die

(a) Die Menge aller durch 3 teilbaren Binärzahlen akzeptiert, (2 Pkt.)

(b) eine Zahl in Unärdarstellung binär kodiert, (3 Pkt.)

(c) eine 2-när kodierte Zahl 2-adisch darstellt, bzw. (3 Pkt.)

(d) eine 2-när kodierte Zahl 3-när darstellt. (3 Pkt.)