F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 4: Gödelisierungen, Rationale Ausdrücke und endliche Automaten

Besprechung am 07.05.2003.

Präsenzaufgabe 4:

(i) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der b-adischen Zahlendarstellung und der lexikalischen Ordnung auf Wörtern?

(ii) Welche Eigenschaften erfüllt ausnahmslos jede Gödelisierungsfunktion $g : \Sigma^* \to I\!N$? (Bitte Richtiges ankreuzen und bei Nachfrage vortragen und erläutern):

- ○ total
- ○ injektiv
- ○ surjektiv
- ○ bijektiv
- ○ effizient berechenbar
- ○ effektiv berechenbar
- ○ $f(w)$ muss effektiv für jedes $w \in \Sigma^*$ berechnet werden können, es muss effektiv für jedes beliebige $n \in I\!N$ entschieden werden können, ob $n \in \mathrm{range}(f)$ gilt und $f^{-1}(n)$ muss für jedes Element $n \in \mathrm{range}(f)$ effektiv bestimmt werden können.

Übungsaufgabe 4.1:

Zwei rationale Ausdrücke (in der Theoretischen Informatik verwendet man in der Regel die Bezeichnung *„regulärer Ausdruck“* **nicht**!) heißen äquivalent, wenn diese die gleiche Menge (formale Sprache) beschreiben. Beweisen oder widerlegen Sie jede der folgenden Äquivalenzen von rationalen Ausdrücken:

1.	$(a+b)^+$	$\equiv$	$(a^*b^*)^+$	(1 Pkt.)
2.	$(a+b)^*$	$\equiv$	$(\emptyset^* + (a+b))^*$	(2 Pkt.)
3.	$(a+b)^*$	$\equiv$	$(a^*b^*)^*$	(3 Pkt.)

von 6

Geben Sie entweder ein Beispiel für die Ungleichheit der repräsentierten Mengen oder beweisen Sie die Äquivalenz beider Ausdrücke. (Dazu empfiehlt sich der Rückgriff auf die Mengendarstellungen, Umformungen der Mengen und Verwendung einfachster Eigenschaften der darin vorkommemden Zeichenketten.)

Übungsaufgabe 4.2:

Sei $A := (\{q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{(q_1, a, q_2), (q_1, b, q_3)(q_2, b, q_1), (q_2, \lambda, q_1), (q_2, a, q_3)\}, \{q_1\}, \{q_2\})$ ein NFA. Führen Sie im folgenden die vier Schritte nur in der angegebenen Reihenfolge aus. (Andernfalls machen Sie sich selbst mehr Arbeit als nötig und bescheren den Übungsleitern einen eigentlich vermeidbaren Mehraufwand!)

von
9

(i) Zeichnen Sie das Zustands(übergangs)diagramm von A. (2 Pkt.)

(ii) Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus dem Skript (siehe 3.25/3.26 Theorem) einen äquivalenten, λ-freien buchstabierenden Automaten. Bitte wenden Sie das Verfahren in aller Strenge an! (2 Pkt.)

(iii) Zeichnen Sie das Zustandsübergangsdiagramm des äquivalenten NFA B, der aus A entsteht, in dem alle diejenigen Zustände entfernt werden, von denen aus niemals ein Endzustand erreicht werden kann. Man nennt diese Zustände *unproduktiv* und mit ihnen können und sollen natürlich auch alle verbundenen Kanten entfernt werden.
(1 Pkt.)

(vi) Konstruieren Sie mit Hilfe des Potenzautomatenverfahrens aus dem Skript (nicht der Vereinfachung aus der Vorlesung!) einen zu B äquivalenten vDFA. (4 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 63