F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 3 : Ordnungen auf Wörtern und Zahlentupeln, Endliche Automaten

Besprechung in der Zeit vom 28.04. zum 02.05.2003.

Präsenzaufgabe 3 :

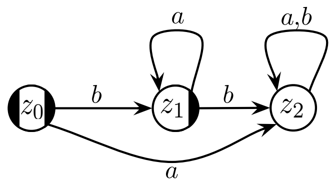
(i) Warum bezeichnet man Σ^* als „freies“ Monoid?

(ii) Welche Mengen kann ein deterministischer, endlicher Automat (DFA) mit nur einem Zustand, wie zum Beispiel $A = (\{z_0\}, \Sigma, \delta, z_0, Z_{\text{end}})$ für beliebige Zustandsübergangsfunktion δ und beliebige Menge Z_{end}, akzeptieren?

Übungsaufgabe 3.1 :

von
8

Sei ein DFA A mit Eingabealphabet $\{a, b\}$ durch die folgende graphische Darstellung gegeben:



(i) Welche der Wörter *abab*, λ, *baba* und *baaa* akzeptiert der Automat? (2 Pkt.)

(ii) Geben Sie die Rechnung für die Wörter *abab* und *baab* an. (2 Pkt.)

(iii) Bestimmen Sie $L(A)$. (2 Pkt.)

(iv) Gibt es zu A einen äquivalenten, kleineren (mit weniger Zuständen auskommenden) NFA A', der jedes zu akzeptierende Eingabewort bis zum Ende lesen kann? (2 Pkt.)

(Es kann jeweils nur mit Begründung die volle Punktzahl erreicht werden!)

Übungsaufgabe 3.2:

Sei $\Sigma := \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ mit der darauf definierten Ordnung $\prec$ mit $\forall 1 \leq i \leq k : a_i \prec a_{i+1}$. Die lexikographische Ordnung $\prec^{\text{lex}}$ und die lexikalische Ordnung $\prec^{\text{lg-lex}}$ sind die bekannten Erweiterungen von $\prec$. Für m-Tupel $x, y \in \mathbb{N}^m$ kennt man (vergl. Definitionen im Skript) die entsprechenden Erweiterungen $<^{\text{lex}}$ und $<^{\text{lg-lex}}$.

von
9

(i) Definieren Sie formal, aber ohne den hier verwendeten Rückgriff auf die Ordnungen über Wörtern, die „neue“ Ordnung $\leq^{\nabla}$ auf $\mathbb{N}^k$, in der

1. $x = y$ genau dann gilt, wenn x und y komponentenweise identisch sind und
2. $x <^{\nabla} y$ genau dann, wenn $a_1^{x_1} a_2^{x_2} \cdots a_k^{x_k} \prec^{\text{lg-lex}} a_1^{y_1} a_2^{y_2} \cdots a_k^{y_k}$ für $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_k)$ gilt.

Zum Beispiel soll damit $(3, 4) \leq^{\nabla} (2, 5)$ gelten. (5 Pkt.)

(ii) Für $\Sigma := \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ ist die Parikh-Abbildung $\psi : \Sigma^* \to \mathbb{N}^k$ definiert durch $\psi(w) := (|w|_{a_1}, |w|_{a_2}, \ldots, |w|_{a_k})$. Bitte ordnen Sie die folgenden 5 Wörter in eine Reihenfolge $w_{i_1}, w_{i_2}, w_{i_3}, w_{i_4}, w_{i_5}$ mit $\psi(w_{i_j}) \leq^{\nabla} \psi(w_{i_{j+1}})$, wobei $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$w_1 := a_3a_2a_1a_2a_3$, $w_2 := a_2a_1a_2$, $w_3 := a_3a_2a_1a_1$, $w_4 := a_1a_2a_3a_2a_1$, $w_5 := a_1a_2a_3a_1$. (4 Pkt.)

(**Tipp:** Beachten Sie, dass alle hier nicht definierten Begriffe, Notationen und Abkürzungen im Skript zu finden sind, und nutzen Sie dieses auch, um z.B. bei (i) eine bekannte Definition anzupassen oder leicht abzuändern!)

Bisher erreichbare Punktzahl: 48