F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 2 : Relationen und deterministische endliche Automaten

Besprechung am 23.04.2003.

Präsenzaufgabe 2 :

(i) Erklären Sie die Unterschiede zwischen den Begriffen: Quasiordnung, partielle Ordnung und Halbordnung. Bereiten Sie sich dazu durch Lesen im Skript vor. Geben Sie zu jeder Ordnung ein (einfaches!) Beispiel an.

(ii) Zu welchen Relationen werden üblicher Weise Hasse-Diagramme gezeichnet? Begründen Sie Ihre Antwort!

Übungsaufgabe 2.1 :

1. Sei $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definiert durch: $(x, y) \in R$ genau dann, wenn $\lceil \frac{x}{2} \rceil = \lfloor \frac{y+1}{2} \rfloor$.

   (i) Notieren Sie die Mengen *range*(3), *range*(4) und *range*(5). (2 Pkt.)

   (ii) Ist R eine Äquivalenzrelation? (Volle Punktzahl nur mit Begründung!) (3 Pkt.)

   (iii) Geben sie allgemein an, welche Elemente die Menge *dom*(n) zu einer beliebigen Zahl $n \in \mathbb{N}$ enthält, und begründen Sie dies. (3 Pkt.)

   (*Hinweis*: Die Definitionen von *floor* ($\lfloor \cdot \rfloor$), *ceiling* ($\lceil \cdot \rceil$), *dom*(x) und *range*(x) finden Sie im Skript!)

2. Sei $R_2 \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ eine Relation, mit

$$R_2 := \left\{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \;\middle|\; \frac{x^2 - y}{2} \in \mathbb{Z} \right\}$$

   Ist R_2 eine Äquivalenzrelation? Beweisen Sie Ihre Aussage. (4 Pkt.)

von
12

Übungsaufgabe 2.2 :

Seien $A := \{0, \ldots, 3\}$. Wir definieren eine Relation $R \subseteq A \times A \times A$ durch

$$(x, y, z) \in R \quad \text{gdw.} \quad \left\lfloor \frac{x + y}{2} \right\rfloor = z$$

von
7

(i) Zeichnen Sie einen kantenbeschrifteten Graphen der Relation R, so dass die erste und dritte Komponente jeweils einen Knoten des Graphen bezeichnet und die mittlere Komponente die Kanteninschrift einer gerichteten Kante. Ist also $(a, b, c) \in R$, so soll eine Kante von Knoten a zu Knoten c mit der Kanteninschrift b gezeichnet werden. (3 Pkt.)

(ii) Nehmen Sie an, $Z := A$, $\Sigma := A$, $z_0 := 0$ und $Z_{\text{end}} = \{3\}$. Stellt der Graph aus (i) mit dieser Erweiterung das Zustandsübergangsdiagramm eines DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, Z_{\text{end}})$ dar? Falls ja, bestimmen sie δ für den DFA M (notieren sie diese Übergangsfunktion als Tabelle) und geben Sie $L(M)$ an. Falls nein, geben sie eine Begründung dafür an, dass der Graph kein Zustandsübergangsdiagramm eines DFA ist! (4 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 31